УДК 517.958:52/59

Модель псевдориманова сферически симметричного пространства с нестационарной лоренц-инвариантной метрикой

© А.А. Гурченков[1], И.И. Мороз[2], Н.Н. Попов[3]

[1]МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия
[2]МФТИ (ГУ), Долгопрудный, Московская область, 141700, Россия
[3]ВЦ РАН, Москва, 119333, Россия

Рассмотрена модель сферически симметричного псевдориманова пространства сигнатуры (---+) с нестационарной метрикой. Показано, что компоненты метрики удовлетворяют гравитационному уравнению поля, полученному на основе постулата зависимости скалярной кривизны псевдориманова пространства от плотности распределения массы материи. Это уравнение является фундаментальным соотношением теории гравитации. Относительно метрики построена система уравнений геодезических, представляющих собой дифференциальные уравнения второго порядка относительно четырех независимых переменных. Показано, что систему дифференциальных уравнений можно аналитически решить. Получено два типа решений внутри и вне светового конуса. Установлено, что вне светового конуса пробные тела движутся по закону Хаббла. Это соответствует наблюдаемому эффекту разбегания галактик со скоростями, пропорциональными расстоянию между ними.

Ключевые слова: *сферически симметричное псевдориманово пространство, нестационарная метрика, гравитационные уравнения поля, уравнения геодезических, первые интегралы.*

Рассмотрим модель четырехмерного псевдориманова сферически симметричного пространства, задаваемого нестационарной метрикой [1, 2]

$$ds^2 = \frac{R_0{}^2 + r_1{}^2}{R_0{}^2 + r^2 - t^2} dt^2 - \frac{R_0{}^2 - t^2}{R_0{}^2 + r^2 - t^2} dr^2 -$$
$$- r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2 \right) - \frac{2rt}{R_0{}^2 + r^2 - t^2} drdt. \tag{1}$$

Эта метрика представляет собой частный вид нестационарной сферически симметричной метрики [3–5]

$$ds^2 = g_{44}(r,t) dt^2 + g_{11}(r,t) dr^2 + g_{22}(r,t)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2 \right) +$$
$$+ g_{14}(r,t) drdt.$$

Метрика (1) инвариантна относительно линейных преобразований Лоренца и относительно нелинейных преобразований, связанных с равномерным вращением неинерциальных систем отсчета вокруг неподвижного центра сферической симметрии [6]. Отметим, что для метрики (1) выполняются условия

$$g_{22} = -r^2 < 0, \ldots, g_{11}g_{44} - g_{14}{}^2 = -\frac{-R_0{}^2}{R_0{}^2 + r^2 - t^2} < 0, \ldots,$$

$$\text{если } R_0{}^2 + r^2 - t^2 > 0.$$

Это означает, что при выполнении условия $R_0{}^2 + r^2 - t^2 > 0$ метрика (1) описывает сферически симметричное псевдориманово пространство сигнатуры $(---+)$. Пространство, соответствующее метрике (1), представляет собой четырехмерную псевдосферу [7–13]

$$t^2 + u^2 - x^2 - y^2 - z^2 = R_0{}^2,$$

на которой группа $SO(2,3)$ действует транзитивно.

Покажем, что метрика (1) удовлетворяет системе дифференциальных уравнений для гравитационного поля

$$R_{ij} = \frac{1}{2} R g_{ij} = \frac{8\pi G}{c^2} \rho g_{ij}, \tag{2}$$

где R_{ij} — тензор Риччи; R — скалярная кривизна пространства; G — гравитационная постоянная; c — скорость света; ρ — плотность распределения массы материи в пространстве; g_{ij} — метрика псевдориманова пространства.

Это уравнение было впервые введено в работе [7]. Оно учитывает тот фундаментальный факт, что скалярная кривизна пространства пропорциональна плотности распределения массы материи в нем. Данная зависимость определяется формулой

$$\rho = R \frac{c^2}{32\pi G}. \tag{3}$$

Для удобства вычислений перейдем к следующей системе координат: $x_1 = r$, $x_2 = -\cos\theta$, $x_3 = \varphi$, $x_4 = t$. Тогда метрика (1) примет вид

$$ds^2 = \frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2} dx_4{}^2 + \frac{x_4{}^2 - R_0{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2} dx_1{}^2 -$$

$$- x_1{}^2 \left(\frac{dx_2{}^2}{1 - x_2{}^2} + (1 - x_2{}^2) dx_3{}^2 \right) - \frac{2x_1 x_4}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2} dx_1 dx_4. \tag{4}$$

Компоненты ковариантной метрики g_{ij}, отличные от нуля:

$$g_{11}=\frac{x_4{}^2-R_0{}^2}{R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2},\quad g_{22}=-\frac{x_1{}^2}{1-x_2{}^2},\quad g_{33}=-x_1{}^2(1-x_2{}^2),$$
$$g_{44}=\frac{R_0+x_1{}^2}{R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2},\quad g_{14}=-\frac{x_1x_4}{R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2},\quad g_{41}=g_{14}. \tag{5}$$

Компоненты контравариантной метрики g^{ij}, отличные от нуля:

$$g^{11}=-\frac{R_0{}^2+x_1{}^2}{R_0{}^2},\ldots,\quad g^{22}=-\frac{1-x_2{}^2}{x_1{}^2},\ldots,\quad g^{33}=-\frac{1}{(1-x_2{}^2)x_1{}^2},$$
$$g^{44}=\frac{R_0{}^2-x_4{}^2}{R_0{}^2},\ldots,\quad g^{14}=-\frac{x_1x_4}{R_0{}^2},\ldots,\quad g^{14}=g^{41}. \tag{6}$$

Подставив значения компонент метрик из (5) и (6) в формулу

$$\Gamma_{ij}^k=\frac{1}{2}g^{kl}\left(\frac{\partial g_{lj}}{\partial x^i}+\frac{\partial g_{il}}{\partial x^j}-\frac{\partial g_{ij}}{\partial x^l}\right),\ \ i,j,k=1,\ldots,4,$$

для символов Кристоффеля Γ_{ij}^k, получим следующие выражения:

$$\Gamma_{11}^1=\frac{\left(x_4{}^2-R_0{}^2\right)x_1}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},\quad \Gamma_{22}^1=-\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)x_1}{\left(1-x_2{}^2\right)R_0{}^2},$$
$$\Gamma_{33}^1=-\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)\left(1-x_2{}^2\right)x_1}{R_0{}^2},\quad \Gamma_{44}^1=\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)x_1}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$
$$\Gamma_{14}^1=-\frac{x_1{}^2x_4}{R_0{}^2(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2)},\quad \Gamma_{12}^2=\frac{1}{x_1},\quad \Gamma_{22}^2=\frac{x_2}{1-x_2{}^2},$$
$$\Gamma_{33}^2=\left(1-x_2{}^2\right)x_2,\quad \Gamma_{13}^3=\frac{1}{x_1},\quad \Gamma_{23}^3=-\frac{x_2}{1-x_2{}^2}, \tag{7}$$
$$\Gamma_{22}^4=-\frac{x_1{}^2x_4}{\left(1-x_2{}^2\right)R_0{}^2},\quad \Gamma_{33}^4=-\frac{\left(1-x_2{}^2\right)x_1{}^2x_4}{R_0{}^2},$$
$$\Gamma_{11}^4=\frac{\left(x_4{}^2-R_0{}^2\right)x_4}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},\quad \Gamma_{44}^4=\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)x_4}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$
$$\Gamma_{14}^4=-\frac{x_1x_4{}^2}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2}.$$

Компоненты тензора Риччи, отличные от нуля,

$$R_{ij}=\frac{\partial\Gamma_{ij}^{k}}{\partial x^{k}}-\frac{\partial\Gamma_{ik}^{k}}{\partial x^{j}}+\Gamma_{ij}^{p}\Gamma_{pk}^{k}-\Gamma_{ik}^{p}\Gamma_{pj}^{k},\quad i,j=1,...,4,$$

находят по формулам:

$$\begin{aligned}
R_{11}&=\frac{\partial\Gamma_{11}^{4}}{\partial x_4}-\frac{\partial\Gamma_{14}^{4}}{\partial x_1}+\Gamma_{11}^{1}\Gamma_{14}^{4}+2\Gamma_{11}^{1}\Gamma_{12}^{2}-\Gamma_{11}^{4}\Gamma_{41}^{1}+\Gamma_{11}^{4}\Gamma_{44}^{4}-\Gamma_{14}^{4}\Gamma_{14}^{4},\\
R_{22}&=\frac{\partial\Gamma_{22}^{1}}{\partial x_1}-\frac{\partial\Gamma_{23}^{3}}{\partial x^2}+\frac{\partial\Gamma_{22}^{4}}{\partial x^4}+\Gamma_{22}^{1}\Gamma_{11}^{1}+\Gamma_{22}^{1}\Gamma_{14}^{4}+\Gamma_{23}^{3}\Gamma_{22}^{2}+\Gamma_{22}^{4}\Gamma_{41}^{1}+\\
&\quad+\Gamma_{22}^{4}\Gamma_{44}^{4}-\Gamma_{23}^{3}\Gamma_{23}^{3},\\
R_{33}&=\frac{\partial\Gamma_{33}^{1}}{\partial x_1}+\frac{\partial\Gamma_{33}^{2}}{\partial x^2}+\frac{\partial\Gamma_{33}^{4}}{\partial x^4}+\Gamma_{33}^{1}\Gamma_{11}^{1}+\Gamma_{33}^{1}\Gamma_{14}^{4}+\Gamma_{33}^{2}\Gamma_{22}^{2}+\Gamma_{33}^{4}\Gamma_{41}^{1}+\\
&\quad+\Gamma_{33}^{4}\Gamma_{44}^{4}-\Gamma_{33}^{2}\Gamma_{23}^{3},\\
R_{44}&=\frac{\partial\Gamma_{44}^{1}}{\partial x_1}-\frac{\partial\Gamma_{41}^{1}}{\partial x_4}+\Gamma_{44}^{4}\Gamma_{41}^{1}+2\Gamma_{44}^{1}\Gamma_{12}^{2}-\Gamma_{44}^{1}\Gamma_{14}^{4}+\Gamma_{44}^{1}\Gamma_{11}^{1}-\Gamma_{41}^{1}\Gamma_{41}^{1},\\
R_{14}&=\frac{\partial\Gamma_{14}^{1}}{\partial x_1}-\frac{\partial\Gamma_{11}^{1}}{\partial x_4}+2\Gamma_{14}^{1}\Gamma_{12}^{2}+\Gamma_{14}^{1}\Gamma_{14}^{4}-\Gamma_{11}^{4}\Gamma_{44}^{1}.
\end{aligned}\tag{8}$$

Подставив в (8) значения символов Кристоффеля из соотношений (7), получим

$$\Gamma_{11}^{1}=\frac{\left(x_4{}^2-R_0{}^2\right)x_1}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},\quad \Gamma_{22}^{1}=-\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)x_1}{\left(1-x_2{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$\Gamma_{33}^{1}=-\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)\left(1-x_2{}^2\right)x_1}{R_0{}^2},\quad \Gamma_{44}^{1}=\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)x_1}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$\Gamma_{14}^{1}=-\frac{x_1{}^2x_4}{R_0{}^2(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2)},\quad \Gamma_{12}^{2}=\frac{1}{x_1},\quad \Gamma_{22}^{2}=\frac{x_2}{1-x_2{}^2},$$

$$\Gamma_{33}^{2}=\left(1-x_2{}^2\right)x_2,\quad \Gamma_{13}^{3}=\frac{1}{x_1},\quad \Gamma_{23}^{3}=-\frac{x_2}{1-x_2{}^2},$$

$$\Gamma_{22}^{4}=-\frac{x_1{}^2x_4}{\left(1-x_2{}^2\right)R_0{}^2},\quad \Gamma_{33}^{4}=-\frac{\left(1-x_2{}^2\right)x_1{}^2x_4}{R_0{}^2},$$

$$\Gamma_{11}^{4}=\frac{\left(x_4{}^2-R_0{}^2\right)x_4}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},\quad \Gamma_{44}^{4}=\frac{\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)x_4}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$\Gamma_{14}^{4}=-\frac{x_1x_4{}^2}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$R_{11}=\frac{3\left(x_4{}^2-R_0{}^2\right)}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},\quad R_{22}=-\frac{3x_1{}^2}{\left(1-x_2{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$R_{33}=-\frac{3\left(1-x_2{}^2\right)x_1{}^2}{R_0{}^2},\quad R_{44}=\frac{3\left(R_0{}^2+x_1{}^2\right)}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2},\tag{9}$$

$$R_{14}=-\frac{3x_1x_4}{\left(R_0{}^2+x_1{}^2-x_4{}^2\right)R_0{}^2}.$$

Найдем выражение для скалярной кривизны $R=g^{ij}R_{ij}$. Для этого воспользуемся формулами (6) и (9). Тогда

$$R=\frac{12}{R_0{}^2}.\tag{10}$$

Из справедливости соотношений (5), (9) и (10) следует, что компоненты метрики (4) удовлетворяют системе дифференциальных уравнений для гравитационного поля (2). Сформулируем полученные результаты в виде следующей теоремы.

Теорема. *Четырехмерной псевдосфере* $t^2+u^2-x^2-y^2-z^2=R_0{}^2$ *соответствует нестационарная метрика*

$$ds^2=\frac{R_0{}^2+r^2}{R_0{}^2+r^2-t^2}dt^2-\frac{R_0{}^2-t^2}{R_0{}^2+r^2-t^2}dr^2-$$

$$-r^2\left(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2\right)-\frac{2rt}{R_0{}^2+r^2-t^2}drdt,$$

компоненты которой удовлетворяют системе дифференциальных уравнений гравитационного поля (2).

Скалярная кривизна пространства R в каждой точке постоянна и находится по формуле $R=\dfrac{12}{R_0{}^2}$.

Из результата теоремы следует, что, несмотря на зависимость компонент метрики от радиальной и временнóй координат, скалярная кривизна в каждой точке пространства остается постоянной. Согласно соотношению (3), это означает, что плотность распределения массы материи во всем пространстве постоянна. Для установления законов перемещения массы тел необходимо исследовать поведение геодезических псевдориманова пространства [14–23]. Несомненный интерес представляет движение пробных тел по геодезическим в таком пространстве.

Уравнения геодезических в псевдоримановом пространстве имеют общий вид

$$\ddot{x}^k + \Gamma^k_{ij}\dot{x}^i\dot{x}^j = 0,\ k, i,\ j = 1, ..., 4, \tag{11}$$

где $\dot{x}^j = \dfrac{dx^j}{ds}$.

Подставим в уравнения (11) значения символов Кристоффеля из (7):

$$\Gamma^1_{11} = \frac{\left(x_4{}^2 - R_0{}^2\right)x_1}{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2\right)R_0{}^2}, \quad \Gamma^1_{22} = -\frac{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2\right)x_1}{\left(1 - x_2{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$\Gamma^1_{33} = -\frac{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2\right)\left(1 - x_2{}^2\right)x_1}{R_0{}^2}, \quad \Gamma^1_{44} = \frac{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2\right)x_1}{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$\Gamma^1_{14} = -\frac{x_1{}^2 x_4}{R_0{}^2(R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2)}, \quad \Gamma^2_{12} = \frac{1}{x_1}, \quad \Gamma^2_{22} = \frac{x_2}{1 - x_2{}^2}, \quad \Gamma^2_{33} = \left(1 - x_2{}^2\right)x_2,$$

$$\Gamma^3_{13} = \frac{1}{x_1}, \quad \Gamma^3_{23} = -\frac{x_2}{1 - x_2{}^2}, \quad \Gamma^4_{22} = -\frac{x_1{}^2 x_4}{\left(1 - x_2{}^2\right)R_0{}^2}, \quad \Gamma^4_{33} = -\frac{\left(1 - x_2{}^2\right)x_1{}^2 x_4}{R_0{}^2},$$

$$\Gamma^4_{11} = \frac{\left(x_4{}^2 - R_0{}^2\right)x_4}{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2\right)R_0{}^2}, \quad \Gamma^4_{44} = \frac{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2\right)x_4}{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2\right)R_0{}^2},$$

$$\Gamma^4_{14} = -\frac{x_1 x_4{}^2}{\left(R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2\right)R_0{}^2}.$$

Получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{gathered}
\ddot{x}_1 + \frac{x_4{}^2 - R_0{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_1}{R_0{}^2}\dot{x}_1{}^2 + \frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_1}{R_0{}^2}\dot{x}_4{}^2 - \\
-(R_0{}^2 + x_1{}^2)\frac{x_1}{R_0{}^2}\left(\frac{\dot{x}_2{}^2}{1 - x_2{}^2} + (1 - x_2{}^2)\dot{x}_3{}^2\right) - 2\frac{x_1{}^2 x_4}{R_0{}^2}\frac{\dot{x}_1\dot{x}_4}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2} = 0, \\
\ddot{x}_2 + \frac{x_2}{1 - x_2{}^2}\dot{x}_2{}^2 + \frac{2}{x_1}\dot{x}_1\dot{x}_2 + (1 - x_2{}^2)x_2\dot{x}_3{}^2 = 0, \\
\ddot{x}_3 + \frac{2}{x_1}\dot{x}_1\dot{x}_3 - \frac{2x_2}{1 - x_2{}^2}\dot{x}_2\dot{x}_3 = 0, \\
\ddot{x}_4 + \frac{x_4{}^2 - R_0{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_4}{R_0{}^2}\dot{x}_1{}^2 + \frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_4}{R_0{}^2}\dot{x}_4{}^2 - \\
-\frac{x_1{}^2 x_4}{R_0{}^2}\left(\frac{\dot{x}_2{}^2}{1 - x_2{}^2} + (1 - x_2{}^2)\dot{x}_3{}^2\right) - \frac{2}{R_0{}^2}\frac{x_1 x_4{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\dot{x}_1\dot{x}_4 = 0.
\end{gathered} \tag{12}$$

Второе и третье уравнения системы (12) интегрируются непосредственно, в результате чего имеем

$$\dot{x}_2 = \frac{\sqrt{C_2{}^2(1-x_2{}^2)-C_3{}^2}}{x_1{}^2}, \dot{x}_3 = \frac{C_3}{x_1{}^2(1-x_2{}^2)}, \tag{13}$$

где C_2, C_3 — произвольные постоянные. Исключив переменные $\dot{x}_2$ и $\dot{x}_3$ из системы (12), придем к системе, состоящей из двух независимых уравнений относительно двух неизвестных функций — $x_1(s)$, $x_4(s)$:

$$\begin{gathered}
\ddot{x}_1 + \frac{x_4{}^2 - R_0{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_1}{R_0{}^2}\dot{x}_1{}^2 + \frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_1}{R_0{}^2}\dot{x}_4{}^2 - \\
-\frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2}\frac{C_2{}^2}{x_1{}^3} - \frac{2x_1{}^2x_4}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{\dot{x}_1\dot{x}_4}{R_0{}^2} = 0, \\
\ddot{x}_4 + \frac{x_4{}^2 - R_0{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_4}{R_0{}^2}\dot{x}_1{}^2 + \frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{x_4}{R_0{}^2}\dot{x}_4{}^2 - \\
-\frac{x_1x_4}{R_0{}^2}\frac{C_2{}^2}{x_1{}^3} - \frac{2x_1x_4{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\frac{\dot{x}_1\dot{x}_4}{R_0{}^2} = 0.
\end{gathered} \tag{14}$$

Из соотношения (4) и равенств (13) следует уравнение

$$\frac{R_0{}^2 + x_1{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\dot{x}_4{}^2 + \frac{x_4{}^2 - R_0{}^2}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\dot{x}_1{}^2 - \frac{C_2{}^2}{x_1{}^2} - \frac{2x_1x_4}{R_0{}^2 + x_1{}^2 - x_4{}^2}\dot{x}_1\dot{x}_4 = 1. \tag{15}$$

Учитывая справедливость уравнения (15), систему (14) можно значительно упростить и переписать в виде

$$\begin{gathered}
\ddot{x}_1 + \frac{x_1}{R_0{}^2} - \frac{C_2{}^2}{x_1{}^3} = 0, \\
\ddot{x}_4 + \frac{x_4}{R_0{}^2} = 0.
\end{gathered} \tag{16}$$

Если ограничиться рассмотрением только радиальных геодезических, то следует положить $C_2 = 0$. В этом случае общее решение системы уравнений (16) при выполнении начальных условий

$$\begin{gathered}
x_1(0) = 0,\ x_4(0) = \beta_1, \\
\dot{x}_1(0) = \frac{\alpha_1}{R_0},\ \dot{x}_4(0) = \frac{\beta_2}{R_0}
\end{gathered}$$

имеет вид

$$x_1(s) = \alpha_1 \sin\frac{s}{R_0}, \quad x_4(s) = \beta_2 \sin\frac{s}{R_0} + \beta_1 \cos\frac{s}{R_0},$$

где $\alpha_1, \beta_1, \beta_2 > 0$.

Эта модель интересна тем, что отсчет времени x_4 начинается не от нулевого момента, а от значения β_1. Это означает, что если приведенную конструкцию рассматривать в качестве космологической модели нашей Вселенной, то наблюдаемый возраст Вселенной вовсе не должен совпадать с ее реальным возрастом и может значительно его превышать [14–23].

Все радиальные траектории пробных тел начинаются из одной точки и описываются синусоидальным законом

$$r(s) = \alpha_1 \sin\frac{s}{R_0}.$$

Движение продолжается до момента остановки времени. Этот момент находится из условия обращения скорости течения времени в нуль:

$$\dot{t}(s_0) = \frac{\beta_2}{R_0}\cos\frac{s_0}{R_0} - \frac{\beta_1}{R_0}\sin\frac{s_0}{R_0} = 0,$$

$$s_0 = R_0 \operatorname{arctg}\frac{\beta_2}{\beta_1}.$$

Отметим, что если в формуле (4) $ds^2 < 0$, то систему уравнений (14) можно упростить:

$$\ddot{x}_1 - \frac{x_1}{R_0^{\,2}} - \frac{C_2^{\,2}}{x_1^{\,3}} = 0,$$

$$\ddot{x}_4 - \frac{x_4}{R_0^{\,2}} = 0.$$

Решение этой системы в случае радиальных геодезических при начальных условиях $x_1(0) = 0$, $\dot{x}_1(0) = 0$, $x_4(0) = R_0$, $\dot{x}_4(0) = 1$ имеет вид

$$x_1 = R_0 \operatorname{sh}\frac{s}{R_0}, \; x_4 = R_0 \operatorname{ch}\frac{s}{R_0}.$$

Все пробные тела в таком пространстве движутся относительно абсолютного времени s почти по закону Хаббла. Мировое время начинает свой отсчет с момента $t(0) = R_0$.

Заключение. Согласно полученным результатам, рассматриваемая модель интересна тем, что мировое время может начать свой отсчет не с нулевого момента, как это принято считать в современных теориях, а с некоторого момента, отличного от нуля. Это означает, что кажущийся многомиллионный возраст Вселенной вовсе не отражает начальной действительности, а сама Вселенная может быть значительно моложе.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Popov N.N. Geometrical Interpretation of Gravity Theory. *ASSA*, 2012, vol. 12, no. 3, pp. 54—66.
[2] Popov N.N., Tsurkov V.I. A Model for a Spherically Symmetric Space Generated by a Spherical Gravitational Source and a Gravitational Medium with Constant Mass Density. *IJAA*, 2013, 3, 2A.
[3] Permutter S. *Astrophys. J.*, 1999, 517, 565.
[4] Ries A.G. *Astron. J.*, 1983, 116, 1009.
[5] Петров А.З. *Новейшие методы в общей теории относительности.* Москва, Наука, 1967.
[6] Popov N.N. The Complementary Group of Proper Motions of the Minkowski Metric. *TWMS Journal. Pure appl. Math*. 2012, pp. 3, 1, 103—110.
[7] Popov N.N. Geometrical Interpretation of Gravity Theory. *ASSA*, 2012, 12, 3.
[8] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. *Современная геометрия*. Наука, Москва, 1979.
[9] Гурченков А.А., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. *О сопоставлении бифуркаций в классической и квантовой механике. Случай интегрируемых систем.* Москва, 2009, Изд-во ВЦ РАН, 84 с.
[10] Gurchenkov A.A., Yalamov Y.I. Unsteady Flow over a Porous Plate with Injection (Suction). *Прикладная механика и техническая физика,* 1980, № 4, с. 66.
[11] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. II. *Известия РАН. Теория и системы управления,* 2006, № 3, с. 82—89.
[12] Гурченков А.А., Есенков А.С., Цурков В.И. Управление движением ротора с полостью, содержащей идеальную жидкость. Ч. I. *Известия РАН. Теория и системы управления,* 2006, № 1, с. 141—148.
[13] Гурченков А.А. Момент сил внутреннего трения быстровращающегося цилиндрического сосуда, заполненного вязкой жидкостью. *Известия вузов. Сер. Приборостроение*, 2001, т. 44, № 2, с. 44.
[14] Gurchenkov A.A. Stability of a Fluid-Filled Gyroscope. *Инженерно-физический журнал,* 2002, т. 75, № 3, с. 28—32.
[15] Gurchenkov A.A., Yalamov Y.I. Unsteady Viscous Fluid Flow between Rotating Parallel Walls with Allowance for Thermal Slip Along One of Them. *Doklady Physics,* 2002, vol. 47. no. 1, pp. 25—28.
[16] Gurchenkov A.A. Stability of a Fluid-Filled Gyroscope. *J. of Engineering Physics and Thermo Physics,* 2002, vol. 75, no. 3, pp. 554.
[17] Гурченков А.А. Неустановившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками при наличии поперечного

потока. *Прикладная механика и техническая физика,* 2001, т. 42, № 4, с. 48—51.

[18] Гурченков А.А., Корнеев В.В., Носов М.В. Динамика слабовозмущенного движения заполненного жидкостью гироскопа и задача управления. *Прикладная математика и механика,* 2008, т. 72, № 6, с. 904—911.

[19] Гурченков А.А. Диссипация энергии в колеблющейся полости с вязкой жидкостью и конструктивными неоднородностями. *Докл. Академии наук,* 2002, т. 382, № 4, с. 476.

[20] Gurchenkov A.A., Nosov M.V, Tsurkov V.I. Control of Fluid-Containing Rotating Rigid Bodies. *CRS Press,* 2013, 147 p. (in English).

[21] Гурченков А.А. Неустановившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками. *Прикладная математика и механика*, 2002, т. 66, вып. 2, с. 251—255.

[22] Гурченков А.А., Елеонский В.М., Кулагин Н.Е. Слоистые структуры в нелинейных векторных полях. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2007, 177 с.

[23] Гурченков А.А., Кулагин Н.Е. Об узорах симметрии в простых моделях нелинейного скалярного поля. Москва, Изд-во ВЦ РАН, 2004, 84 с.

Статья поступила в редакцию 05.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Гурченков А.А., Мороз И.И., Попов Н.Н. Модель псевдориманова сферически симметричного пространства с нестационарной лоренц-инвариантной метрикой. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12. URL: http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/1168.html

Гурченков Анатолий Андреевич — д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: управление и устойчивость вращающихся твердых тел с жидким наполнением. e-mail: challenge2005@mail.ru

Мороз Ирина Игоревна — аспирантка МФТИ (ГУ). Сфера научных интересов: геометрическая теория гравитации. e-mail: iimoroz@yandex.ru

Попов Николай Николаевич — канд. физ.-мат. наук, доцент ВЦ РАН им. А.А. Дородницына. Сфера научных интересов: стохастические задачи механики деформируемого твердого тела. e-mail: nnpopov@mail.ru