

Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке крейсерского полета

© Е.А. Губарева, Т.Ю. Мозжорина

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В работе предложена математическая модель полета, которая основана на традиционных подходах, используемых для пассажирских дозвуковых самолетов. Оптимизация участка полета, связанного с участком крейсерского полета, проведена с учетом эксплуатационных ограничений гражданской авиации. При моделировании полета использованы встроенная модель двухконтурного турбореактивного двигателя, позволяющая рассчитать характеристики силовой установки при любых режимах полета, и традиционные подходы при моделировании полета дозвукового самолета в вертикальной плоскости. Алгоритм расчета отражает особенности отдельных участков полета: взлет, первичный набор высоты, основной набор высоты и т. д. Для каждого участка составлена характерная для заданного режима полета система дифференциальных уравнений движения ЛА. Системы дифференциальных уравнений решены численным методом предиктор-корректор. Разработана программа, моделирующая полет пассажирского самолета, получена оптимальная программа полета для дальнемагистрального самолета с высоким аэродинамическим качеством. Проведен анализ требуемого аэронавигационного запаса топлива при различных дальностях полета.

Ключевые слова: моделирование полета, моделирование авиационного двигателя, оптимизация программы полета.

Введение. Проблема оптимизации полета пассажирского самолета не теряет актуальности уже несколько десятилетий. Этой проблеме посвящены многие работы отечественных и зарубежных авторов [1–13]. В настоящей работе использованы традиционные подходы при моделировании полета дозвукового пассажирского самолета в вертикальной плоскости [1, 2]. При расчете учитывались особенности таких участков полета, как взлет, первичный набор высоты, основной набор высоты и т. д. Для каждого участка полета в соответствии с принятой практикой составлена система дифференциальных уравнений движения самолета, описывающих движение только центра масс без учета уравнений моментов. Системы дифференциальных уравнений решены численным методом предиктор-корректор (метод Адамса), первые шаги в котором осуществляются по методу Рунге — Кутты четвертого порядка.

Уравнения движения включают в себя углы атаки (хотя часто при моделировании полета гражданских самолетов ими пренебрегают).

Данные по аэродинамике (поляры с указанием углов атаки) представлены в табличном виде. Промежуточные значения вычислены путем линейной интерполяции.

Расчет характеристик газотурбинных двигателей (ГТД) проведем в подпрограмме, которая вызывается внутри подпрограммы численного метода решения системы дифференциальных уравнений. Следовательно, модель ГТД встроена в программу, моделирующую полет пассажирского дозвукового самолета, и интерполяция заранее рассчитанных характеристик в поле допустимых режимов полета не применяется, что является особенностью рассматриваемой работы. Модель ГТД соответствует первому уровню математических моделей [3]. Характеристики узлов ГТД представлены в виде математических моделей нулевого уровня (обобщенные аппроксимационные зависимости). При необходимости решения системы алгебраических нелинейных уравнений (в модуле расчета характеристик двигателя) используется модифицированный метод Ньютона. Переходные режимы работы ГТД не моделируются. Термодинамические свойства рабочего тела определяются в соответствии с алгоритмами, изложенными в работах [3, 4].

Постановка задачи. Оптимизация программы полета на крейсерском участке полета проведена с использованием условия эффективности — минимальной массы топлива m_T , израсходованного на этом участке полета, поскольку рассматривается полет на заданную дальность L . Указанный критерий эффективности является функционалом в задаче вариационного исчисления:

$$m_T = \int_{L_1}^{L_2} q(V_{кр}, H_{кр}) dL \rightarrow \min,$$

где q — километровый расход топлива; $V_{кр}$, $H_{кр}$ — высота и скорость на участке крейсерского полета соответственно.

Решение вариационной задачи сводится к минимизации в каждой расчетной точке участка крейсерского полета километрового расхода топлива:

$$q(V_{кр}, H_{кр}) = \frac{G_T i}{V_{кр}}.$$

Здесь G_T — расход топлива одного двигателя, который зависит от высоты, скорости полета, массы самолета и его аэродинамических

качеств; i — число ГТД. При этом необходимо учитывать следующие ограничения:

полет может совершаться только на заданных дискретных значениях высоты (эшелонах);

переход на следующий эшелон возможен при существующем избытке (по сравнению с обеспечением полета при постоянной скорости полета) тяги двигателей (20 %) и его целесообразность определяется меньшим значением километрового расхода топлива на следующем эшелоне по сравнению с текущим значением высоты;

помимо основного полета на заданную дальность на борту самолета должен находиться аэронавигационный запас (АНЗ) топлива, необходимый для возможного осуществления полета на запасной аэродром, находящийся на расстоянии 500 км, и последующее барражирование в зоне аэропорта на небольших высотах в течение 30 мин.

При этом, если рассматривать полет на дальние расстояния, задачу минимизации расхода топлива на весь полет можно подразделить на отдельные подзадачи минимизации расхода топлива на различных участках полета, в случае полета на небольшие расстояния математическая постановка задачи усложняется. Расходы топлива на участках разгона-набора высоты и снижения-торможения становятся соизмеримы с расходом топлива на участке крейсерского полета. И наконец, такой критерий эффективности, как комфортабельность полета для пассажиров, в этом случае начинает играть ведущую роль, поскольку нельзя считать комфортабельным полет, состоящий в основном из участков набора высоты и снижения, ограничивающих свободу пассажиров. В этом случае более приемлем будет полет на небольших высотах, хотя и с увеличенным километровым расходом топлива. Задача оптимизации становится многокритериальной и сложно формализуемой. Поэтому полету на дальние расстояния по сравнению с полетом на незначительные расстояния уделено гораздо больше внимания.

Для моделирования выбраны параметры самолета, характерные для средне- и дальнемагистральных самолетов (высокое аэродинамическое качество на участке крейсерского полета — порядка 20...22, двигатели повышенной степени двухконтурности — около 5, достаточно большая взлетная масса — 142,88 т). Выбранный вариант самолета по своим массовым, тяговым и аэродинамическим характеристикам близок к самолету Boeing-767-200. Система вертикального эшелонирования взята для воздушных судов в воздушном пространстве Российской Федерации с сокращенными интервалами (рассмотрен полет для путевых углов в диапазоне 0...179°).

Интегрирование уравнений движения в крейсерском полете проведено по переменной L — дальности полета. При этом уравнения движения принимают вид

$$\frac{dm_c}{dL} = -\frac{G_T i}{V_{кр}};$$

$$\frac{dt}{dL} = \frac{1}{V_{кр}},$$

где t — время полета.

Значения требуемых тяги и угла атаки определяются следующей системой алгебраических уравнений:

$$Y + Ri \sin(\alpha + \varphi_0) = m_c g;$$

$$X = Ri \cos(\alpha + \varphi_0) \cos \varphi_1.$$

Здесь $Y = C_y \frac{\rho V^2}{2} S$ — подъемная сила; R — тяга одного ГТД; α — угол атаки; φ_0 — угол установки двигателя в вертикальной плоскости относительно хорды крыла; m_c — масса самолета; $g = 9,81$ м/с² — ускорение свободного падения; $X = C_x \frac{\rho V^2}{2} S$ — сила аэродинамического сопротивления; φ_1 — угол установки двигателя в горизонтальной плоскости относительно оси фюзеляжа.

Эту систему путем исключения тяги можно свести к одному уравнению, которое решается численно методом дихотомии.

В каждой точке интегрирования численным методом этих дифференциальных уравнений вычислены значения требуемой тяги и соответствующего ей удельного расхода топлива как на текущем эшелоне, так и на последующем. При выполнении условия экономичности более высокого эшелона осуществляется выход из подпрограммы решения системы дифференциальных уравнений и переход на следующий эшелон. Под условием экономичности понимается достижение меньших значений километрового расхода топлива на более высоком эшелоне (при выполнении условия необходимого запаса по тяге).

Кроме того, в каждой точке интегрирования можно провести оптимизацию скорости полета. При наборе высоты с постоянным числом Маха ($M_n = \text{const}$) в случае перехода с одного эшелона на другой со скоростью V интегрирование проведено по переменной H — высоте полета. Уравнения движения принимают вид

$$\frac{dm_c}{dH} = -\frac{G_T i}{V \sin \theta};$$

$$\frac{dt}{dH} = \frac{1}{V \sin \theta};$$

$$\frac{d\theta}{dH} = \frac{Y - m_c g \cos \theta + Ri \sin(\alpha + \varphi_0)}{m_c V^2 \sin \theta};$$

$$\frac{dL}{dH} = \frac{1}{\operatorname{tg} \theta},$$

где θ — траекторный угол.

Начальное значение траекторного угла задано ненулевым. Скорость $V = a_H M_{\text{п}}$ (a_H — скорость звука на высоте H) определена исходя из условия $M_{\text{п}} = \text{const}$.

С учетом того что скорость при $M_{\text{п}} = \text{const}$ на высоте менее 11 000 м не изменяется (что наблюдается на незначительном промежутке, так как основные крейсерские эшелоны проходят на высоте более 11 000 м), получено уравнение сил, действующих вдоль оси OX :

$$X + m_c g \cos \theta - Ri \cos(\alpha + \varphi_0) \cos \varphi_1 = 0.$$

В ходе численного решения этого уравнения определен требуемый угол атаки α . Поскольку рассматриваемый режим полета не оказывает большого влияния на целевую функцию, вполне допустимо в третьем уравнении системы опустить слагаемое $Ri \sin(\alpha + \varphi_0)$, а в алгебраическом — множитель $\cos(\alpha + \varphi_0)$, что позволит обойтись без численного решения алгебраического уравнения.

Тяга двигателя и расход топлива определяются заданным режимом работы двигателя (номинальный режим при наборе высоты в основном полете, т. е. 0,95 от оборотов ротора высокого давления на максимальном режиме) и условиями полета (H и V).

Результаты расчетов. На рис. 1 приведена полученная траектория полета на дальность 9 500 км. Отметим, что полет на запасной аэродром не оптимизировался. Участок снижения-торможения также не оптимизировался в связи с отсутствием данных по аэродинамике самолета при использовании интерцепторов, что является необходимым для уменьшения этого участка полета для самолетов с хорошим аэродинамическим качеством.

Попытка проведения оптимизации скорости полета показала, что на большей части полета оптимальным по времени (по критерию километрового расхода топлива) для данного самолета является число

Маха $M_{кр} = 0,8$. Результаты расчета при постоянном значении $M_{кр}$ отличаются очень незначительно от результатов с оптимизацией скорости полета. Это объясняет вид зависимостей километрового расхода топлива от значения $M_{кр}$, одна из которых (в начальной точке участка крейсерского полета) приведена на рис. 2. Оптимальные значения $M_{кр}$ колеблются во время крейсерского полета в диапазоне $0,78 \dots 0,8$, но поскольку они находятся в районе очень пологих экстремумов по километровому расходу топлива, то практически никакого влияния на суммарный расход топлива в процессе оптимизации скорости не выявлено. При этом оптимальная высота начала крейсерского полета составила 11 900 м. Отметим, что этот вывод характерен для рассматриваемого в настоящей работе самолета.

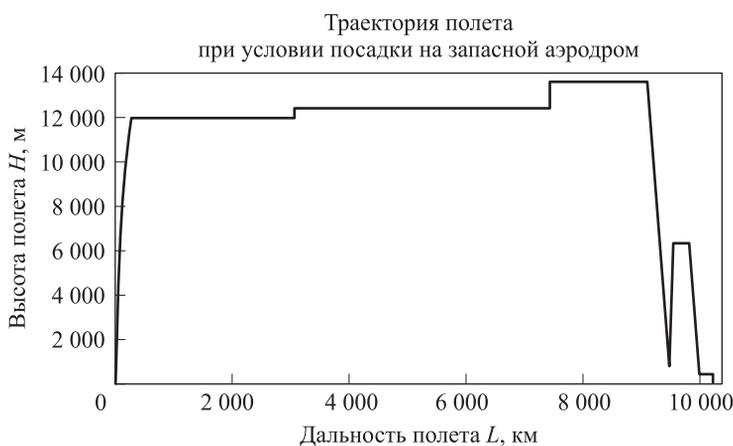


Рис. 1. Результат оптимизации крейсерского полета при заданной дальности 9 500 км

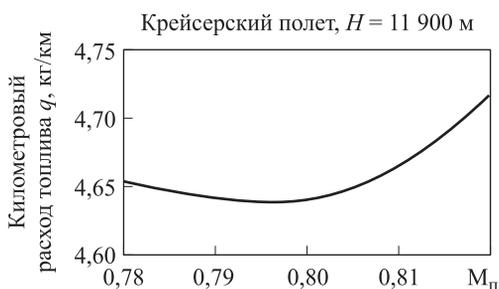


Рис. 2. Влияние числа Маха $M_{кр}$ на километровый расход топлива

Сравнение километрового расхода топлива при полете на постоянной высоте и при полете со сменой эшелонов приведено на рис. 3.

Отметим, что масса израсходованного топлива на участке основного полета со сменой эшелонов меньше на 700 кг, что составляет менее 2 % требуемого на полет топлива (рис. 4).

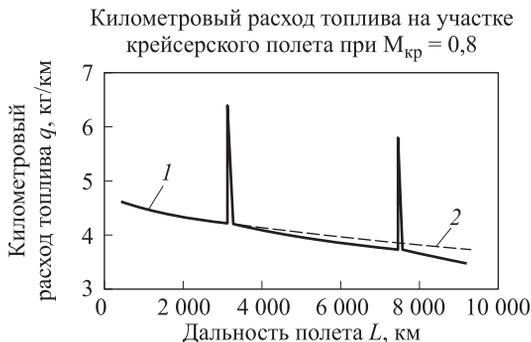


Рис. 3. Уменьшение километрового расхода топлива при дискретном увеличении высоты полета с течением времени (1) и при полете на постоянной высоте (2)

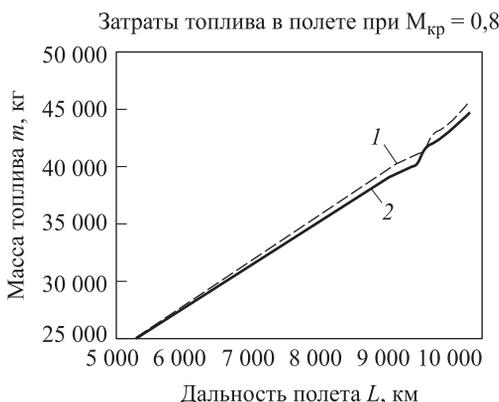


Рис. 4. Изменение затрат топлива при полете на постоянной высоте (1) и со сменой эшелонов (2) на расстояние 9 500 км (основной участок) с учетом возможного полета на запасной аэродром

При полете на расстояние менее 5 000 км смена эшелонов не целесообразна. Правда, этот вывод относится к конкретному самолету с заданными аэродинамикой, характеристиками ГТД и взлетной тяговооруженностью, равной 0,28. Очевидно, что для других самолетов конкретные значения по экономии топлива и целесообразности смены эшелона полета могут немного отличаться от полученных.

Время, затраченное на основной полет на расстояние 9 500 км, составляет около 11,5 ч (рис. 5). Скорость в основном крейсерском полете равна 850 км/ч, скорость при полете на запасной аэродром на высоте 6 400 м — 680 км/ч. Барражирование на высоте 450 м в течение 1/2 ч осуществляется при скорости 470 км/ч.

Расчеты, проведенные для полетов на другую дальность, позволили частично воспроизвести диаграмму транспортных возможностей рассматриваемого самолета (рис. 6). Так, полет на дальность

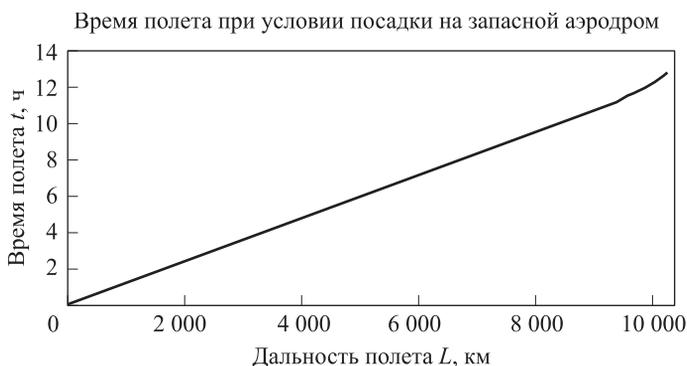


Рис. 5. Время, затрачиваемое на полет на расстояние 9 500 км и возможный полет на запасной аэродром

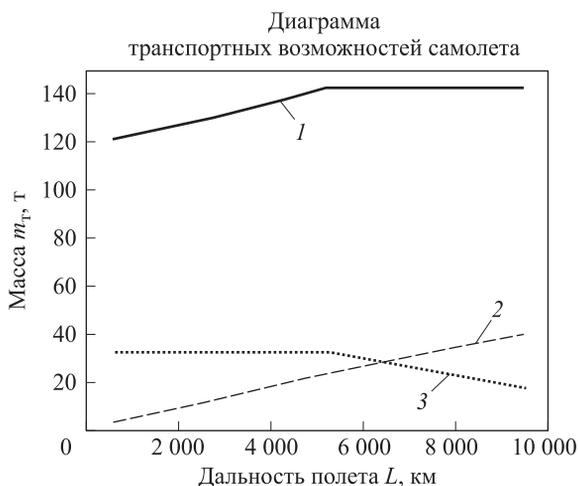


Рис. 6. Диаграмма транспортных возможностей самолета: масса топлива при взлете (1), на участке основного полета (2), при условии посадки на запасной аэродром (3)

9 500 км соответствует расстоянию от Франкфурта до Сан-Пауло, 7 500 км — от Москвы до Нью-Йорка, 5 800 км — от Москвы до Пекина, 5 200 км — от Москвы до Мумбаи, 4 000 км — от Москвы до Лиссабона, 2 500 км — от Москвы до Парижа или Рима, 1 000 км — от Москвы до Варшавы, 600 км — от Москвы до Санкт-Петербурга.

При неизменном подходе определения АНЗ полет на небольшие расстояния требует более чем 100%-ного увеличения запаса топлива на борту по сравнению с основным запланированным полетом (рис. 7). В реальности требуемый АНЗ может быть уменьшен, поскольку полет на небольшие расстояния часто происходит над густонаселенными территориями, где ближайший аэродром в среднем расположен на расстоянии менее 500 км (так, для Европы этот стандарт принят 300 км). В каждом конкретном случае необходимо использовать данные путевого маршрута, прогноз погоды в регионе и т. п.

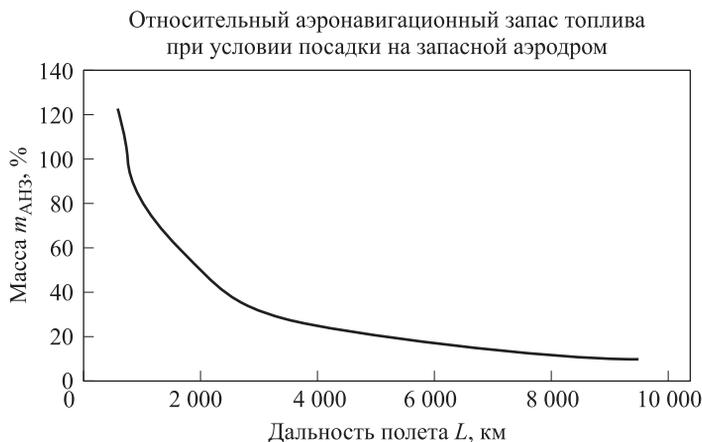


Рис. 7. Требуемый относительный запас топлива для обеспечения возможности полета на запасной аэродром, находящийся на расстоянии 500 км

Вследствие приведенных выше рассуждений оптимизация полета на малые расстояния должна заключаться в выборе высоты крейсерского полета (и соответственно оптимальной скорости полета на этой высоте) с учетом конкретного маршрута, допустимых эшелонов полета на конкретный промежуток времени, принятых условий определения АНЗ, а также с учетом комфортабельности полета, так как участок крейсерского полета не должен по времени полета быть менее продолжительным, чем участки набора высоты и снижения.

Выводы:

1) полученные результаты расчетов характерны для самолета с хорошим аэродинамическим качеством и достаточной тягой двигателей, позволяющими достигать первичной высоты крейсерского полета на расстоянии более 11 000 м.

2) с точки зрения оптимизации расхода топлива за полет при дальностях менее 5 000 км переходить на следующий эшелон особой целесообразности нет;

3) крейсерский полет на высоте более 11 000 м выгоднее всего совершать со скоростью 850 км/ч, оптимизировать скорость полета с течением времени особой целесообразности нет;

4) при полете на малые дальности следует учитывать преобладающее влияние эксплуатационных ограничений (таких, как выделенные эшелоны для полета над густонаселенными областями, условия определения АНЗ, комфортабельность полета для пассажиров), что заставляет отказаться от традиционной постановки задачи оптимизации крейсерского полета.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Югов О.К., Селиванов О.Д. *Основы интеграции самолета и двигателя*. Югов О.К., ред. Москва, Машиностроение, 1989. 304с.
- [2] Бюшгенс Г.С., ред. *Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов*. Изд-во ЦАГИ и Авиаиздательство КНР, Москва—Пекин, 1995, 772 с.
- [3] Шляхтенко С.М., ред. *Теория двухконтурных турбореактивных двигателей*. Москва, Машиностроение, 1979.
- [4] Янкин В.И. *Система программ для расчета характеристик ВРД*. Москва, Машиностроение, 1976, 168 с.
- [5] Скрипниченко С.Ю. *Оптимизация режимов набора высоты (экономические режимы полета)*. Москва, Машиностроение, 1975, 191 с.
- [6] Скрипниченко С.Ю. Основные направления экономичности полета гражданских самолетов. *Авиация и космонавтика, 2003. Тез. докл. Междунар. науч. конф.* Москва, МАИ, 2003, с. 74–75.
- [7] Скрипниченко С.Ю. Развитие энергетического метода для оптимизации режимов набора высоты и снижения. *Современные проблемы динамики полета, аэродинамики и летных испытаний. Сб. докл. Всерос. конф.* Москва, МАИ, 2004, с. 110–118.
- [8] Скрипниченко С.Ю. Влияние индивидуальных характеристик самолета на наиболее выгодные режимы полета. *Научный вестник МГТУ ГА. Сер. Аэромеханика и прочность*. Москва, 2005, № 81, с. 107–110.
- [9] Киселев М.А., Костин А.М., Тюменев В.Р. К оптимизации управления траекторным движением самолета. *Научный вестник МГТУ ГА*, 2008, № 125, с. 138–145.
- [10] Van Dierendock A. J. Practical Optimal flight control for aircraft with large flight envelopes. *AJAA Paper*, 1978, no. 73–159, 6 p.
- [11] Schultz R., Zagalsky N. Aircraft performance optimization. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 9, no. 2, 78 p.
- [12] Burrows J.W. Fuel optimal trajectory computation. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 19, no. 4, 64 p.
- [13] Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю. Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке разгона–набора высоты. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 12, URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/896.html>.

Статья поступила в редакцию 10.10.2014

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Губарева Е.А., Мозжорина Т.Ю. Оптимизация программы полета дозвукового пассажирского самолета на участке крейсерского полета. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2014, вып. 12.

URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/technic/1248.html>

Губарева Елена Александровна родилась в 1982 г., окончила МГУ им. М.В. Ломоносова в 2004 г. Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 18 научных работ в области механики контактных взаимодействий. e-mail: gubareva_ea@pochta.ru

Мозжорина Татьяна Юрьевна родилась в 1959 г., окончила МАИ в 1982 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 8 научных работ в области моделирования характеристик газотурбинного двигателя, моделирования полета пассажирских самолетов, оптимизации системы управления в летательных аппаратах. e-mail: mozzhorina@mail.ru

The way of program optimization for the subsonic passenger aircraft flight at cruising segment

© E.A. Gubareva, T.Yu. Mozzhorina

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

Flight simulation described here is based on traditional approaches used for subsonic passenger aircrafts. Optimization of the cruising segment has been performed taking into account operating limitations of civil aviation. For simulating flight conditions the embedded model of bypass turbojet engine has been used. It makes possible to calculate power plant parameters under any flight conditions. The traditional approaches for simulating subsonic aircraft flying in a vertical plane have also been used. Algorithm of calculation reflects the characteristics of individual sections of the flight: take-off, initial climb, the main climb and so on. For each section the system of differential equations of motion specific for a given aircraft flight condition has been made up. Systems of differential equations have been solved numerically by predictor-corrector method. A program simulating the flight of a passenger plane has been developed. The optimal flight program for the long-haul aircraft with high aerodynamic efficiency has been obtained. The required en-route fuel reserve at different flight ranges has been analyzed.

Keywords: *flight simulation, modeling GTE, program optimization for the passenger aircraft flight.*

REFERENCES

- [1] Yugov O.K., Selivanov O.D. *Osnovy integratsii samoleta i dvigatelya* [Fundamentals of Aircrafts and Engines Integration]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989, 304 p.
- [2] Bushgens G.S., ed. *Aerodinamika i dinamika poleta magistralnykh samoletov* [Aerodynamics and flight dynamics of long haul aircraft]. Moscow–Beijing, TsAGI Publ., and CPR Aviaizdatelstvo, 1995, 772 c.
- [3] Shlyakhtenko S.M., ed. *Teoriya dvukhkonturnykh turboreaktivnykh dvigateley* [Theory of Bypass Turbojet Engine]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979.
- [4] Yankin V.I. *Sistema program dlya rascheta kharakteristik VRD* [The System of Programs for Calculating the Air-Jet Engine Characteristics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976, 168 c.
- [5] Skripnichenko S.Yu. *Optimizatsiya rezhimov nabora vysoty (ekonomicheskie rezhimy poleta)* [Optimization of the Climb Conditions (Economic Regimes of Flight)]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 191 c.
- [6] Skripnichenko S.Yu. *Osnovnye napravleniya ekonomichnosti poleta grazhdanskikh samoletov* [Principal Directions of Economy Flight of Civil Aircrafts]. *International Scientific Conference "Aviation and cosmonautics 2003". Abstracts*. Moscow, MAI Publ., 2003, pp. 74–75.
- [7] Skripnichenko S.Yu. *Razvitie energeticheskogo metoda dlya optimizatsii nabora vysoty i snizheniya* [The Development of the Energy Method for Optimization of Climb and Descent]. *Current Problems of Flight Dynamics, Aerodynamics and Flight Tests. Proceedings of the All-Russian Conference*. Moscow, MAI Publ., 2004, pp. 110–118.
- [8] Skripnichenko S.Yu. *Nauchnyy Vestnik MGTU GA. Seria Aeromekhanika i prochnost – Scientific Herald of the Moscow State Technical University of Civil Aviation. Series: Aeromechanics and Strength*, 2005, no. 81, pp. 107–110.

- [9] Kiselev M.A., Rostin A.M., Tumenev V.R. *Nauchniy Vestnik MGTU GA — Scientific Herald of the Moscow State Technical University of Civil Aviation*, 2008, no. 125, pp. 138–145.
- [10] Van Dierendock A.J. Practical Optimal flight control for aircraft with large flight envelopes. *AJAA Paper*, 1978, no. 73–159, 6 p.
- [11] Schultz R., Zagalsky N. Aircraft performance optimization. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 9, no. 2, 78 p.
- [12] Burrows J.W. Fuel optimal trajectory computation. *Journal of Aircraft*, 1972, vol. 19, no. 4, 64 p.
- [13] Gubareva E.A., Mozzhorina T.Yu. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovations*, 2013, iss. 12. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/aero/896.html>

Gubareva E.A. (b. 1982) graduated from Lomonosov Moscow State University in 2004. Ph.D., Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. The author of 18 publications in the field of contact mechanics. e-mail: gubareva_ea@pochta.ru

Mozzhorina T.Yu. (b. 1959) graduated from Moscow Aviation Institute in 1982, Ph.D., Assoc. Professor of the Computational Mathematics and Mathematical Physics Department at Bauman Moscow State Technical University. The author of 8 publications in the field of mathematical simulation of gas-turbine engine, mathematical simulations of a passenger aircraft flight, optimization of aircraft control system. e-mail: mozzhorina@mail.ru