

## Оценка скорости детонации при диаметрах зарядов, близких к критическим

© С.Г. Андреев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Предложена система уравнений, связывающих параметры состояния и движения реакционного потока на звуковой поверхности и ударном фронте сферической формы детонационной волны в цилиндрическом заряде, диаметр которого близок к критическому. С использованием упрощающих допущений получено в безразмерном виде уравнение для скорости неидеальной детонации как функции диаметра заряда. Критические условия устойчивого распространения детонации определены как граница области существования решения этого уравнения. Выявлен безразмерный комплекс, сильно влияющий на скорость неидеальной детонации, и его значения, определяющие критический диаметр детонации в зависимости от дополнительных характеристик взрывчатого вещества. Этот комплекс представляет собой отношение временного масштаба отвода энергии к временному масштабу выделения энергии.*

**Ключевые слова:** неидеальная детонация, критический диаметр, расширение трубки тока, градиент радиальной составляющей, массовая скорость, сферический ударный фронт, уравнение формальной кинетики

**Введение.** Изучение механизмов взрывных процессов, методов повышения эффективности использования энергии взрывчатых веществ (ВВ) и улучшения характеристик этих веществ до настоящего времени является предметом научных исследований [1–6]. Способность претерпевать устойчивые детонационные превращения в зарядах практически реализуемых диаметров, или детонационная способность, является одной из важнейших характеристик энергетического материала.

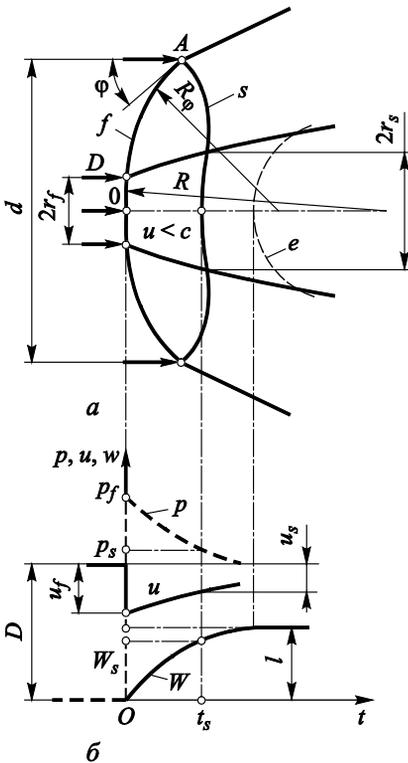
По представлениям, изложенным впервые в работе [6] В.С. Розинга и Ю.Б. Харитона, детонационная способность определяется соотношением времени реакции в детонационном фронте («времени практического завершения во фронте детонационной волны»)  $\tau$  и времени разброса ВВ («рассеяния реагирующего вещества по всем направлениям»)  $\theta$ . Согласно [6], «устойчивый детонационный режим может иметь место во взрывчатом веществе или газовой смеси» лишь при условии  $\tau < \theta$ , т. е. необходимым условием существования этого режима является  $\bar{\theta}_\tau > 1$ , где  $\bar{\theta}_\tau = \theta / \tau$ .

Для практики важно знать не только это необходимое условие устойчивой детонации, но и достаточное условие (критические усло-

вия распространения устойчивой детонации), знать факторы, способные влиять на эти условия, и относительную степень их влияния. Поэтому  $\theta$  и  $\tau$  следует выразить через такие характеристики заряда, как его размеры, параметры структуры и процесса превращения ВВ в продукты взрыва. Кроме того, необходимо установить значение безразмерного параметра  $\bar{\theta}_{\tau cr}$ , критического для возможности существования устойчивой, незатухающей детонации ( $\bar{\theta}_{\tau cr}$  не обязательно равно единице, как это принято в [7]).

В работе [7]  $\theta$  полагается равной диаметру заряда, деленному на скорость звука, хотя это и не представляется очевидным. В то же время неидеальность детонации зарядов ВВ ограниченного диаметра объяснялась проявлением расходимости реагирующего потока в детонационном фронте [8]. Эта характеристика течения ассоциируется не со скоростью фронта волны разрежения (непосредственно определяющей, строго говоря, «время до разброса»), а с радиальной составляющей массовой скорости частиц потока.

Авторы [9–12] завершили разработку основ современных представлений о неидеальной детонации открытых зарядов, использованных в настоящей работе. Особенности газодинамического течения в окрестности фронта детонационной волны, выявленные в этих работах, иллюстрирует рис. 1.



**Рис. 1.** Схема течения в системе координат, связанной со стационарной зоной детонационного превращения ВВ в продукты реакции (а), и динамика параметров состояния и состояния движения ВВ и продуктов реакции (б)

На этом рисунке выделены поверхность завершения превращения ВВ в конечные продукты взрыва  $e$ , поверхность ударного фронта  $f$  и звуковая поверхность  $s$ , на которой выполняется соотношение скорости детонации  $D$ , массовой скорости продуктов реакции относительно покоящегося заряда  $u_s$  и скорости звука  $c_s$  в них:

$$D = u_s + c_s.$$

Меридиональное сечение поверхности ударного фронта на оси симметрии заряда аппроксимируется окружностью радиусом  $R$ . Радиус окружности (с центром на оси симметрии), имеющей в точке  $A$  тот же угол наклона к образующей  $\varphi$ , что и ударный фронт, обозначен  $R_\varphi$ . У оси симметрии выделены линии центральной трубки тока. Радиус окружности ее поперечного сечения меняется от  $r_f$  на ударном фронте до  $r_s$  на звуковой поверхности. Полное завершение превращения ВВ в продукты детонации происходит на поверхности, обозначенной  $e$ .

С использованием этих представлений авторы [12–13] вывели зависимости скорости детонации от диаметра заряда  $D = D^*(d)$ , необходимые для возникновения критического условия ее устойчивого, незамедляющегося распространения. Но для прогнозирования значения реализуемого критического диаметра детонации предложенные гипотетические соотношения (зависимости для «обрыва детонации»  $D = D^*(d)$ ) необходимо дополнять зависимостью скорости детонации от диаметра заряда  $D = D(d)$ . Очевидно, что зависимость  $D = D(d)$  должна быть получена не эмпирически, а традиционно, исходя из первых принципов. При наличии такой теоретической оценки (в первом приближении сделанной в [14]) критические условия детонации будут уже обнаруживаться автоматически, и не будет надобности в привлечении «интуитивных» представлений о природе критического диаметра [12–13] и в применении эвристических алгоритмов.

Необходимым условием создания метода расчета критических условий устойчивого распространения детонации, альтернативного использованному в [12–13], является формирование математической модели детонации в виде уравнения или системы уравнений, которые описывают связь параметров неидеальной детонации с термодинамическими, кинетическими и геометрическими характеристиками заряда взрывчатого вещества. Целью данной работы является формирование такой модели, позволяющей делать оценку скорости неидеальной детонации и удобной для анализа критических условий распространения детонации без использования современных численных методов моделирования детонационных процессов.

**Модель течения в детонационном фронте.** В случае сферической формы ударного фронта детонационной волны градиент ради-

альной составляющей скорости потока на осевой точке ударного фронта  $f$  определяют по формуле

$$\left. \frac{\partial u_r}{\partial r} \right|_{r=0}^f = \frac{u_f}{R},$$

где  $u_f$  — скачок массовой скорости на ударном фронте  $f$  детонационной зоны реакции;  $R$  — радиус сферы, аппроксимирующей поверхность ударного фронта в окрестности точки 0.

В первом приближении расширение центральной трубки тока на звуковой поверхности  $\omega_s = (r_s/f_f)^2$ , возникающее за время перетекания частиц потока  $t_s$  с ударного фронта на звуковую поверхность, равно  $\omega_s = [1 + t_s(u_f/R)]^2$ .

При выделении энергии вследствие химической реакции, начинающейся на ударном фронте, возникает тенденция либо к искривлению линии тока в направлении к оси симметрии течения, либо (при достаточной его скорости) к реализуемому искривлению линии тока в этом направлении. Искривление линии тока учитываем приближенно, полагая эффективное значение градиента радиальной составляющей скорости потока на всем пути от  $f$  до  $s$  равным

$$\left. \frac{\partial u_r}{\partial r} \right|_{r=0}^{fs} = \frac{u_f + u_s}{2R}.$$

При таком приближении расширение трубки тока на звуковой поверхности  $s$  составит

$$\omega_s = [1 + t_s / t_R]^2. \quad (1)$$

В этом выражении введена величина

$$t_R = 2R / (u_f + u_s), \quad (2)$$

которую назовем характерным временем разлета реагирующего потока в радиальном направлении или временным масштабом отвода энергии из детонационного фронта в радиальном направлении.

В случае идеальной детонации массовая доля  $W$  продуктов разложения относительно исходного ВВ на звуковой поверхности была бы равна единице ( $W = 1$ ). Уравнение состояния таких продуктов (связывающее удельную внутреннюю энергию  $e$ , давление  $p$  и удельный объем  $v$ ), появившихся в результате реакции с удельным тепловыделением  $Q$  (удельной теплоты реакции) для расчета параметров детонации можно принять в той же форме, что и для идеального газа:  $e = pv / (n_i - 1)$ . В этом выражении  $n_i$  — показатель изоэнтропы, со-

ответствующей принятой форме уравнения состояния (УРС). Его значение выбирают исходя из условия совпадения в окрестности точки Чепмена — Жуге (в  $p-v$  координатах) детонационных адиабат с одинаковой удельной теплотой реакции  $Q$ , построенных для принятой формы УРС и УРС Джонса — Уилкинса — Ли (JWL) [15]. При таком расчете показателя  $n_i$  его значение отображает определенное соотношение упругой (холодной) и тепловой составляющих давления и удельной внутренней энергии продуктов детонации (ПД). При этом скорость идеальной детонации  $D_i = \sqrt{2(n_i^2 - 1)Q}$ .

Незавершенность детонационного разложения ВВ на звуковой поверхности  $s$  при детонации зарядов ограниченного диаметра и непосредственное влияние расширения трубки тока приводят к тому, что на звуковой поверхности продукты реакции имеют состав и давление, отличные от тех, что были бы при идеальной детонации (с плоским детонационным фронтом), а процесс, приводящий к появлению продуктов неполного разложения, характеризуется меньшей удельной теплотой реакции.

В случае неидеальной детонации зарядов ограниченного диаметра будем считать, что УРС ПД, находящихся на звуковой поверхности, имеет такую же форму, как для идеального газа:  $e_s = p_s v_s / (n_s - 1)$ , но показатель изоэнтропы  $n_s$  в общем случае не равен  $n_i$  ( $n_s \neq n_i$ ). Продукты с таким УРС возникают при разложении ВВ с удельной теплотой реакции, сниженной предположительно до значения  $W_s Q$ , где  $W_s$  — массовая доля продуктов разложения ВВ на звуковой поверхности ( $W_s < 1$ ). Уменьшение скорости неидеальной детонации относительно  $D_i$  приводит к снижению давления продуктов детонации на звуковой поверхности, а следовательно, и к уменьшению вклада холодной составляющей давления, что отображается уменьшением показателя изоэнтропы.

Однако по мере уменьшения  $W_s$  следует ожидать все большего проявления неоднородности реагирующего потока, представляющего собой, предположительно, смесь «газообразных» продуктов разложения с непрореагировавшим конденсированным ВВ. В пределе, при  $W_s \rightarrow 0$ , показатель изоэнтропы реагирующей смеси  $n_s$ , вероятно, будет стремиться к значению, соответствующему изоэнтропе исходного ВВ.

Для того чтобы оценить (по крайней мере на качественном уровне) степень влияния на скорость детонации отличия значения  $n_s$  от  $n_i$ , была принята монотонная линейная зависимость:

$$n_s = n_i - (n_i - n_*) \left( 1 - \frac{u_f}{u_{fi}} \right), \quad (3)$$

где  $n_*$  — настроечная константа;  $u_{fi}$  — скачок массовой скорости на ударном фронте идеальной детонации со скоростью  $D_i$ .

С учетом отмеченных особенностей течения в центральной трубке тока перепишем систему уравнений неразрывности, сохранения импульса и энтальпии, правила отбора скорости детонации, предложенную Джонсом [8] и дополненную нами конкретным выражением для расширения трубки тока за ударным фронтом сферической формы  $w_s$  (1):

$$\rho_0 D = \omega_s \rho_s (D - u_s), \quad (4)$$

$$\rho_0 D^2 = p_s + \rho_s (D - u_s)^2, \quad (5)$$

$$\frac{n_s}{n_s - 1} \frac{p_s}{\rho_s} - QW_s = \frac{D^2}{2} - \frac{(D - u_s)^2}{2}, \quad (6)$$

$$u_s + c_s = D, \quad c_s = \sqrt{n_s p_s / \rho_s}, \quad (7)$$

где  $\rho_0$  — начальная плотность ВВ;  $\rho_s$  — плотность реагирующей среды на звуковой поверхности (при давлении  $p_s$ ). Аналогичную модель использовали авторы работ [14] и [16].

Учитывая линейное соотношение между скоростью ударного фронта детонационной волны  $D$  и скачком массовой скорости (непрореагировавшего ВВ на нем)  $u_f$ , решение системы уравнений (4–7) можно привести к виду

$$\frac{D}{D_i} = \sqrt{\frac{n_i^2 - 1}{n_s^2 - 1}} \frac{\sqrt{W_s}}{\sqrt{1 + n_s^2 [(1 + t_s/t_R)^4 - 1]}}, \quad (8)$$

$$p_s = \rho_0 D^2 / (n_s + 1), \quad (9)$$

$$u_s = [D / (n_s + 1)] [1 - n_s ((1 + t_s/t_R)^4 - 1)], \quad (10)$$

$$D = a + b u_f, \quad (11)$$

где  $a$  и  $b$  — коэффициенты ударной адиабаты ВВ.

Левая часть выражения (8), представляющая собой безразмерную скорость неидеальной детонации заряда ограниченного диаметра, при котором радиус сферического ударного фронта на оси заряда равен  $R$ , является функцией  $u_f$ .

Выражение (8) можно считать уравнением для скорости неидеальной детонации, если показать, что правая его часть также является функцией  $u_f$ . Для этого введем два упрощающих допущения. Пер-

вое допущение используется при установлении связи начальной скорости разложения ВВ  $\eta_f$  с радиусом сферической поверхности ударного фронта у оси симметрии  $R$  и со скоростью изменения давления на этом фронте (непосредственно за этим фронтом)  $\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_f$ . Второе

допущение будет введено при установлении зависимости степени разложения  $W_s$  от времени перетекания реагирующей среды с ударного фронта на звуковую поверхность  $t_s$ .

*Первое допущение.* При установлении связи между  $\eta_f$ ,  $R$  и  $\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_f$

примем, что изменение давления  $p(t)$  в детонационном фронте описывается функцией, в которой начальная скорость изменения давления

$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_f$  выражается через давление на звуковой  $p_s$  и ударной  $p_f$

поверхностях, а также через время перетекания  $t_s$  частиц потока между этими поверхностями. Примером такой функции является экспоненциальная зависимость

$$p(t) = p_f \exp(-t/\lambda), \quad (12)$$

где  $\lambda$  — константа. Для  $\lambda$  (по определению  $\lambda = \frac{-p_f}{\partial p / \partial t|_f}$ ) выпол-

няется соотношение

$$\lambda = t_s / \ln(p_f/p_s). \quad (13)$$

Из анализа результатов исследования авторов [17] следует, что при установившемся (стационарном) режиме детонации ( $dD/dt = 0$ )

начальная скорость изменения давления  $\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_f$  связана с радиусом

ударного фронта  $R$  и скоростью разложения на нем  $\eta_f$ .

$$\left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_f = \frac{(\rho_0 D)^2}{(\rho_f c_f)^2 - (\rho_0 D)^2} \left( Q_{PV} \rho_f \Gamma \eta_f - \frac{(\rho_f c_f)^2}{\rho_0} \frac{u_f}{R/2} \right), \quad (14)$$

где  $\rho_f$  и  $c_f$  — плотность и скорость звука на ударном фронте соответственно;  $Q_{PV}$  — удельный изобарно-изохорный тепловой эффект реакции;  $\Gamma$  — коэффициент Грюнайзена.

Из выражений (12–14) следует:

$$\lambda = p_f \left[ \frac{(\rho_0 D)^2}{(\rho_f c_f)^2 - (\rho_0 D)^2} \left( Q_{PV} \rho_f \Gamma \eta_f - \frac{(\rho_f c_f)^2}{\rho_0} \frac{u_f}{R/2} \right) \right]^{-1}, \quad (15)$$

$$t_s = \lambda \ln \frac{p_f}{p_s}, \quad (16)$$

$$\lambda = \frac{-p_f}{\partial p / \partial t|_f}.$$

Давление, плотность и скорость звука на ударном фронте вычисляют по формулам:

$$p_f = \rho_0 D u_f, \quad (17)$$

$$\rho_f = \rho_0 D / (D - u_f), \quad (18)$$

$$c_f = (D + b u_f) \rho_0 / \rho_f. \quad (19)$$

Для оценки значения  $Q_{PV}$ , согласно [18], можно использовать выражение

$$Q_{PV} = Q_V + C_V T_0 - (e_x(v_k) + (p_k - p_x(v_k))v_k / \Gamma), \quad v_k = 1 / \rho_0, \quad p_k = p_0,$$

где  $Q_V$  — удельная теплота взрыва при постоянном объеме, определяемая с использованием калориметрической бомбы, в которой ПД, не вызывая деформации ее оболочки и не совершая работы, переходят в состояние с температурой, практически равной  $T_0 = 298$  К;  $e_x(v_k)$  и  $p_x(v_k)$  — холодные (упругие) составляющие удельной внутренней энергии и давления в уравнении состояния продуктов детонации JWL [15].

При установлении в аналитической форме связи степени разложения  $W_s$  с временем перетекания среды с ударного фронта на звуковую поверхность  $t_s$  использовали упрощенную модель разложения ВВ за фронтом ударной волны (УВ).

*Второе допущение.* В соответствии с представлением о разложении ВВ за ударным фронтом как о горении вещества, возникающего вокруг горячих точек, образованных вследствие сжатия гетерогенного ВВ на ударном фронте  $f$  до давления  $p_f$ , и продолжающегося при последующем изменении давления, запишем степень разложения как сумму трех слагаемых:

$$W(t) = W_{GP}(t) + W_{GR}(t) + W_I(t). \quad (20)$$

Такая запись приближенно соответствует уравнению формальной кинетики «инициирования и роста» [19].

Первое слагаемое отражает то нарастание массовой доли продуктов разложения на его прогрессирующей стадии, которое происходило бы, если бы линейная скорость горения ВВ  $u_B$  вокруг начальных «центров» подчинялась простейшему закону:  $u_B = Bp^v$  ( $B$  и  $v$  — константы). Второе слагаемое отражает рост степени разложения на регрессивной стадии (при уменьшении удельной поверхности горения) с той же зависимостью от давления. Эта стадия начинается после того, как степень разложения за фронтом УВ на стадии прогрессивного горения достигнет некоторого значения  $W_{Gm}$ . Третье слагаемое формально отображает то, что в потоке вблизи фронта УВ происходит разложение со скоростью, существенно превышающей значения, которые можно получить, подставляя в закон горения средние давления для двухфазной реагирующей среды  $p = p(t)$ . Эта стадия процесса с такими «аномально высокими» скоростями разложения, проявляющимися до того, как степень разложения достигнет значений  $W_{IG}$ , называется «стадией инициирования». Значения  $W_{IG}$  обычно имеют тот же порядок, что и объемная доля пор в заряде ВВ (интегральная пористость).

Такое упрощенное описание разложения ВВ в незначительной степени «искажает» динамику процесса, который начинается после стадии инициирования, но позволяет получить связь  $t_s = t_s(W_s)$  в аналитической форме, что удобно для анализа влияния особенностей кинетики разложения на скорость неидеальной детонации и на критический диаметр.

Выражения для слагаемых скорости разложения, соответствующих выражению (20), принимались в виде произведений кинетических функций (функций компонентов степени разложения) и функций давления  $\eta(W, p) = f_W(W)f_p(p(t))$ , чтобы можно было при инте-

грировании скорости разложения по времени  $W = \int_0^{\cdot} \eta(W, p) dt$

использовать разделение переменных. Кроме того, эти функции должны позволять получать при интегрировании достаточно простые аналитические выражения.

Для первого, второго и третьего слагаемых выражения (20) имеем соответственно:

$$\eta_{GP} = F_P(u_f)(W_{П0} + W_{GP})^{2/3}[p(t)]^v H(W_{Gm} - W_{GP}), \quad (21)$$

$$F_P(u_f) = \left( \frac{S_{a0m}B}{a_0} \right) \frac{1}{(W_{П0} + W_{Gm})^{2/3}};$$

$$\eta_{GR} = F_R(u_f)(1 - W_{GR})^Y [p(t)]^Y H(W_{GR} - W_{Gm}), \quad (22)$$

$$F_R(u_f) = F_P(u_f) \frac{(W_{П0} + W_{Gm})^{2/3}}{(1 - W_{Gm})^Y};$$

$$\eta_I = [\eta_{If}(u_f) \exp(-W_I / W_{I\text{exp}})] H(W_{IG} - W_I), \quad (23)$$

$$W_{I\text{exp}} = \text{const}, W_{IG} = \text{const},$$

где  $H$  — функция Хевисайда, равная 0, если аргумент имеет отрицательное или нулевое значение, и 1 — при положительных значениях аргумента;  $\eta_{If} = \eta_{If}(u_f)$  — функция интенсивности ударно-волнового сжатия ВВ, являющаяся одним из слагаемых, определяющих возможные значения начальных скоростей разложения ВВ  $\eta_f$ ;  $W_{I\text{exp}} = W_{I\text{exp}}(u_f)$  — функция интенсивности сжатия ВВ на ударном фронте, определяющая замедление нарастания степени разложения по мере разложения ВВ на «стадии инициирования»;  $W_{П0}$  — константа, отображающая возможность существования «ненулевой» начальной скорости изменения второго компонента степени разложения;  $W_{Gm}$  — глубина реакции, при которой разложение переходит из прогрессирующей в регрессирующую стадию;  $B$  и  $a_0$  — эффективные значения константы в законе горения и значения размера кубических ячеек, по поверхности которых рассредоточены центры очагов разложения;  $S_{a0m}$  — коэффициент, определяющий удельную поверхность горения в момент перехода от прогрессивной стадии разложения к регрессивной ( $S_{a0m} \approx 6$ );  $Y$  — константа (в простейшем случае динамики изменения площади поверхности обгорания частиц ВВ на регрессивной стадии разложения она равна 2/3).

Начальная скорость разложения ВВ (на ударном фронте, при  $W = 0$ )

$$\eta_f(u_f) = \eta_{If}(u_f) + \eta_{fGP}(u_f), \quad (24)$$

где  $\eta_{fGP}(u_f)$  — начальная скорость разложения для «стадии роста».

Выражение для  $\eta_{fGP}(u_f)$  получается из (21) подстановкой  $W_{GP} = 0$  :

$$\eta_{fGP}(u_f) = F_P(u_f) W_{П0}^{2/3} (p_f(u_f))^Y. \quad (25)$$

Зависимость  $\eta_{fI}(u_f)$  принята в виде

$$\eta_{fI}(u_f) = \eta_{Ifi} \left[ p_f(u_f) / p_{fi}(u_{fi}) \right]^{X_p}, \quad (26)$$

где  $\eta_{Ifi}$  — величина, с достаточно высокой точностью равная начальной скорости разложения ВВ на ударном фронте идеальной детонационной волны;  $p_f(u_f)$  — давление на фронте УВ со скачком массовой скорости, равным  $u_f$ ;  $p_{fi}(u_{fi})$  — давление на ударном фронте идеальной детонационной волны, на котором скачок массовой скорости равен  $u_{fi}$ ;  $X_p$  — константа,  $X_p = 1 \dots 2$  для различных ВВ.

Значения  $\eta_{fI}$  могут быть вычислены, как в работе [19]:

$$\eta_{fI}(u_f) = \eta_{Ifi} \left[ \frac{(\rho_f(u_f) - \rho_0) / \rho_0}{(\rho_f(u_{fi}) - \rho_0) / \rho_0} \right]^{X_p},$$

где  $\rho_f(u_f)$  и  $\rho_f(u_{fi})$  — плотность ВВ на ударном фронте неидеальной и идеальной детонации соответственно;  $X_p$  — константа, обычно  $X_p = 4$ .

Значение начальной скорости разложения на «стадии иницирования»  $\eta_{Ifi} = \eta_{fI}(u_{fi})$  принимали таким, чтобы выполнялось соотношение

$$\dot{p}_f = Q_{PV} \rho_{fi} \Gamma \eta_{Ifi}, \quad \text{если } \eta_{Ifi} \gg \eta_{fGP}(u_{fi}).$$

Здесь  $\dot{p}_f$  — кинетическая характеристика, представляющая собой скорость изменения давления в адиабатических условиях при постоянном объеме. Значение  $\dot{p}_f$  в настоящее время может быть получено и экспериментально (с использованием регистраций временных профилей параметров состояния движения реагирующего потока).

Функцию  $W_{I \text{exp}} = W_{I \text{exp}}(u_f)$  представим в виде

$$W_{I \text{exp}} = W_{I \text{exp}i} f_{W \text{exp}}(u_f), \quad (27)$$

$$f_{W \text{exp}}(u_f) = 1 + (f_{W \text{exp}0} - 1) \frac{\ln(u_f / u_{f0})}{\ln(u_{f0} / u_{fi})},$$

где  $f_{W \text{exp}0}$  и  $u_{f0}$  — настроечные константы, которые отображают состав и структуру заряда.

Проинтегрировав формулы (21)–(23) для компонентов скорости разложения, получим выражения для компонентов степени разложения ВВ в детонационном фронте к моменту времени  $t = t_s$ , необходимые для вычисления  $W_s$  :

$$W_I = \left[ W_{I \text{exp}} \ln \left( 1 + \frac{\eta_f t_s}{W_{I \text{exp}}} \right) \right] H(W_{IG} - W_I), \quad (28)$$

$$W_{GP} = \left\{ \left[ W_{\Pi 0}^{1/3} + \frac{F_P \lambda_f^v (1 - e^{-\frac{v t_s}{\lambda}})}{3v} \right]^3 - W_{\Pi 0} \right\} H(W_{Gm} - W_{GP}), \quad (29)$$

$$W_{GR} = W_R^* H(W_R^* - W_{Gm}), \quad (30)$$

$$W_R^* = 1 - \left[ (1 - W_{Gm})^{1-Y} + F_R \left( \frac{1-Y}{v} \right) p_f^v \tau e^{-\frac{v t_m}{\tau}} \left( e^{-\frac{v(t_s - t_m)}{\lambda}} - 1 \right) \right]^{1/(1-Y)}.$$

Здесь  $t_m = \left( \frac{-\lambda}{v} \right) \ln \left[ 1 - \left( (W_{Gm} + W_{\Pi 0})^{1/3} - W_{\Pi 0}^{1/3} \right) \frac{3v}{F_P p_f^v \tau} \right]$ .

Глубина разложения ВВ на звуковой поверхности при этом

$$W_s = (W_I + W_{GP} + W_{GR}) H(t_s W_{IG} - \Delta t_{W0} - t_s) + 1 \cdot H(t_s - t_s W_{IG} + \Delta t_{W0}), \quad (31)$$

где  $t_s W_{IG} = t_m - \left( \frac{\lambda}{v} \right) \ln \left[ 1 + \frac{\left[ W_{IG}^{1-Y} - (1 - W_{Gm})^{1-Y} \right] \left( \frac{v}{1-Y} \right) e^{\frac{v t_m}{\lambda}}}{F_R p_f^v \lambda} \right]$  — время,

в течение которого величина  $W_{GP}$  достигает значения, равного  $1 - W_{IG}$ ;  $\Delta t_{W0}$  — промежуток времени, в течение которого компонент степени разложения  $W_R$  увеличится на значение, принимаемое нами как пренебрежимо малое по сравнению с единицей.

Решение системы 18 уравнений (2), (3), (9)–(11), (15)–(19), (24)–(31) можно представить как неявным образом заданные зависимости 18 величин:  $t_R, n_s, D, W_s, t_s, p_s, u_s, \lambda, p_f, \rho_f, c_f, \eta_f, \eta_{fj}, \eta_{fGP}, W_{i \text{exp}}, W_I,$

$W_P, W_R$  от  $u_f$ . Таким образом, значение безразмерной правой части выражения (8) является функцией  $u_f$ .

Значение скачка массовой скорости на ударном фронте детонационной волны  $u_f$  и, следовательно, других характеристик детонационного процесса, включая скорость детонации  $D$ , находится из решения системы уравнений (2), (3), (9)–(11), (15)–(19), (24)–(31), дополненных уравнением (8).

Для того чтобы найти зависимости перечисленных величин (включая  $u_f$ ) от диаметра заряда  $d$ , необходимо ввести в рассмотрение соотношение между ним и радиусом сферического ударного фронта на оси симметрии заряда  $R$ .

Радиус  $R_\phi$  окружности — меридионального сечения сферической поверхности ударного фронта, имеющей в точке  $A$  тот же угол наклона к образующей  $\phi$ , что и действительный ударный фронт (см. рис. 1),

связан с диаметром заряда соотношением  $R_\phi = \frac{d}{2\cos\phi}$ . При этом  $\phi$  яв-

ляется звуковым углом (звуковая поверхность  $s$  проходит через точку  $A$ ), значение которого может быть выражено через скачок массовой скорости на ударном фронте детонационной волны на оси симметрии заряда  $u_f$  [13, 14]. Расчетные значения  $\cos\phi$  у высокоплотных ВВ, скорость неидеальной детонации которых снижается относительно идеальной скорости не более, чем на 10 %, равны ориентировочно 0,65...0,75. Анализ форм фронтов, приведенных в [20] для представителей трех типов ВВ: со слабо (PBX 9502), средне (PBXN 111) и сильно выраженной (HANFO) неидеальностью детонации показывает, что по мере изменения диаметра заряда от предельного к критическому значению  $d_{cr}$  значения  $\cos\phi$  возрастают, достигая значений 0,5...0,6. При этом также уменьшается отношение  $R_\phi / R$ , приближаясь к значению, равному единице. По мере увеличения отношения  $d / d_{cr}$  наблюдается возрастание величины  $R_\phi / R$ , несущественное у «сильно неидеального» ВВ HANFO и значительное у слабо и средне неидеальных ВВ (4 и более).

Принимая во внимание отмеченные особенности, в конечном счете определяющие соотношения  $R$  и  $d$ , для оценки скорости неидеальной детонации зарядов, диаметры которых близки к критическим, примем приближенное соотношение:

$$R = d. \quad (32)$$

Это приближение позволит существенно упростить анализ факторов, влияющих на зависимости скорости детонации от диаметра

заряда и на критические условия распространения детонации. При этом погрешность определения диаметра, соответствующего заданной скорости детонации, и критического диаметра детонации не будет превышать 30 %, что меньше вклада неопределенностей, вносимых неточностью знания исходных характеристик ВВ, например  $\dot{p}_f$  или параметров уравнения формальной кинетики.

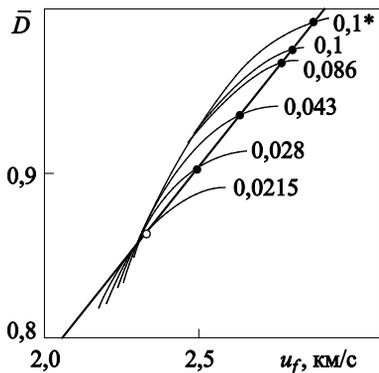
**Результаты расчетов.** Ниже приведем результаты расчетов, целью которых было показать, что выражение (8) является уравнением, записанным в безразмерном виде, и дает возможность описания зависимости скорости неидеальной детонации от диаметра заряда и нахождения критического диаметра детонации как границу области существования решения этого уравнения. Подбор параметров уравнения формальной кинетики разложения в детонационном фронте, уточнение допущений, принятых в работе, при которых воспроизводятся результаты экспериментов для конкретных ВВ, а также установление причин существования ВВ и зарядов из них с различной степенью неидеальности детонации, является отдельной задачей.

Расчеты проводились для заряда модельного ВВ с константой  $B$  в законе горения, равной  $1,5 \cdot 10^{-9} \text{ м / (с} \cdot \text{Па)}$ . Заряд состоит из зерен (кубической формы) размером  $a_0 = 10 \text{ мкм}$ . Параметры уравнения формальной кинетики (УФК), определяющие «стадию роста» очагов разложения и обгорания частиц, приняты равными  $W_m = 0,2$ ,  $W_{\Pi 0} = 0,0001$ ,  $Y = 2/3$ . Параметры УФК для «стадии инициирования» приняты равными  $W_{I \text{exp}i} = 0,1$ ,  $f_{W \text{exp}0} = 0,1$ ,  $u_{f0} = 1900 \text{ м/с}$ ,  $W_{IG} = 0,01$ . Значение  $\dot{p}_f$ , через которое при заданных термодинамических параметрах ВВ выражается начальная скорость разложения на ударном фронте идеальной детонации  $\eta_{Ifi}$ , принято равным  $280 \text{ ГПа/мкс}$ . (В соответствии с данными, полученными на основании анализа экспериментально зарегистрированных временных профилей давления и приведенными в [17], значение  $\dot{p}_f$  у ВВ ТГ50/50 лежит в интервале  $335 \dots 65 \text{ ГПа/мкс}$ .)

Значение показателя степени  $X_p$ , определяющего зависимость начальной скорости разложения от давления на ударном фронте неидеальной детонационной волны, принималось равным  $1,3$ . Плотность заряда и коэффициенты ударной адиабаты приняты равными соответственно:  $\rho_0 = 1,5 \text{ г/см}^3$ ,  $a = 2,47 \text{ км/с}$ ,  $b = 1,87$ . Значения  $Q_{PV}$  и  $\Gamma$  были приняты равными соответственно  $12,4 \text{ МДж/кг}$  и  $1$ , а скорость  $D_i$  и показатель изоэнтропы продуктов разложения  $n_i$  при идеальном режиме детонации —  $7,9 \text{ км/с}$  и  $2,706$ . При косвенном

отображении зависимости показателя изоэнтропы для продуктов разложения на звуковой поверхности неидеальной детонации использовалось значение  $n^* = +2,5$ .

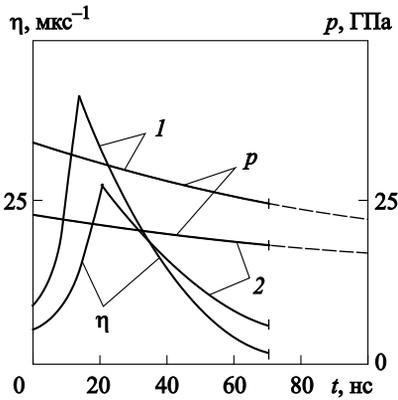
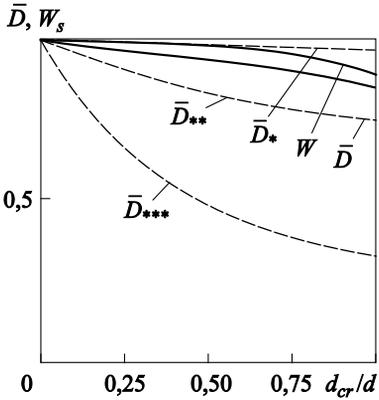
На рис. 2 показано решение системы уравнений (2), (3), (8)–(11), (15)–(19), (24)–(32), сводящееся к нахождению скачка массовой скорости в центральной точке ударного фронта  $u_f$ .



**Рис. 2.** Нахождение скачка массовой скорости  $u_f$  и отношения скоростей неидеальной и идеальной детонации ( $\bar{D} = D / D_i$ )

Прямая линия является графиком функции, описывающей левую часть уравнения (8):  $\bar{D}(u_f) = (a + bu_f) / D_i$ , а кривые с числовыми индексами, равными значениям диаметров заряда в метрах (в приближении (32)), являются графиками функции в правой части уравнения (8). Звездочкой отмечен график, полученный в приближении  $R = 5d$ . Верхние точки пересечения этих кривых с прямой линией соответствуют искомому решению уравнения —  $u_f$ . Кривая, соприкасающаяся с прямой линией (в точке, отмеченной светлым кружком), соответствует критическому значению диаметра  $d_{cr}$ . При  $d < d_{cr}$  кривые не пересекаются с прямой — уравнение не имеет решения.

На рис. 3 линиями, отмеченными индексами  $\bar{D}$  и  $W$ , показаны расчетные зависимости для скорости неидеальной детонации (в долях идеальной скорости детонации) и для степени разложения  $W_s$  на центральной точке звуковой поверхности соответственно. Штриховыми линиями показаны экспериментально полученные в [22] зависимости относительных скоростей детонации  $\bar{D} = \left[ D \left( \frac{d_{cr}}{d} \right) \right] / D_i$  для слабо неидеального ВВ PBX 9502 ( $\bar{D}_*$ ), средне неидеального ВВ PBXN 111 ( $\bar{D}_{**}$ ) и сильно неидеального ВВ HANFO ( $\bar{D}_{***}$ ). Как видно на рисунке, модельное вещество имеет характеристики, промежуточные между слабо неидеальными и средне неидеальными ВВ.

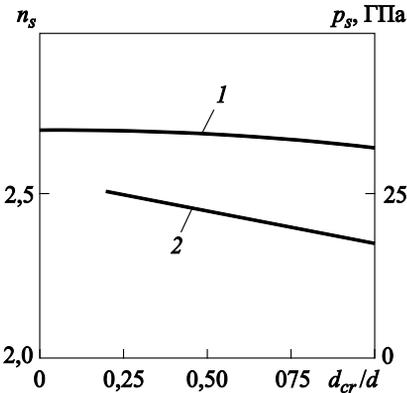


**Рис. 3.** Влияние диаметра заряда на относительные скорости неидеальной детонации  $\bar{D}$  и степень разложения ВВ на звуковой поверхности  $W_s$  ( $D_i = 7,9$  км/с,  $d_{cr} = 21,5$  мм)

**Рис. 4.** Временные профили давления  $p$  и скорости разложения  $\eta$  при диаметрах зарядов 0,1 м (1) и 0,0215 м (2)

На рис. 4 показаны временные профили давления и динамика изменения скорости разложения ВВ в детонационных фронтах зарядов ВВ диаметром 0,1 м (практически режим идеальной детонации) и 0,0215 м (критический диаметр). Длительность разложения  $t_s$  в детонационных фронтах практически одинакова и равна приблизительно 65 нс.

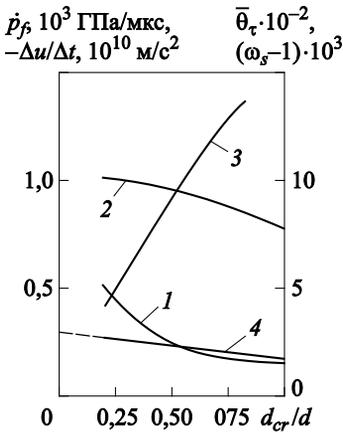
На рис. 5 показано изменение давления продуктов разложения ВВ  $p_s$  и показателя изоэнтропы  $n_s$  на звуковой поверхности по мере уменьшения диаметра заряда при использовании приближения (3) с параметром  $n_* = 2,5$ . В представленной работе ограничимся выявлением



**Рис. 5.** Влияние диаметра заряда на показатель изоэнтропы  $n_s$  (1) и на давление продуктов реакции  $p_s$  (2)

качественной связи отличия значений  $n_s$  продуктов реакции на звуковой поверхности и  $n_i$  для продуктов идеальной детонации. Установление зависимости показателя изоэнтропы от давления продуктов неиде-

альной детонации с уравнением состояния типа Ми — Грюнайзена [16], тем более с учетом возможного наличия в реагирующем потоке конденсированных частиц недореагировавшего ВВ, является самостоятельной и достаточно сложной задачей. В данной работе представляется целесообразным лишь отметить существенное влияние учета изменения показателя  $n_s$  относительно  $n_i$  и, следовательно, влияния параметра  $n_*$  на критические параметры процесса детонации. На рис. 6 показано изменение характеристик процесса разложения ВВ в детонационном фронте по мере приближения диаметра заряда  $d$  к критическому



**Рис. 6.** Влияние диаметра заряда на безразмерный комплекс  $\bar{\theta}_\tau$  (1), оценку производной массовой скорости на ударном фронте  $\Delta u / \Delta t$  (2), расширение центральной трубки тока в детонационном фронте  $\omega_s$  (3) и на значение кинетической характеристики  $\dot{p}_f$  (4)

значению  $d_{cr}$ . При этом введены следующие обозначения:  $\bar{\theta}_\tau$  — безразмерный комплекс, представляющий собой отношение характерного времени разлета реагирующего потока в радиальном направлении к времени реакции в детонационном фронте (оно же время перетекания потока от ударного фронта до звуковой поверхности),  $\bar{\theta}_\tau = t_R / t_s = [2d / (u_f + u_s)] / t_s$ ;  $\Delta u / \Delta t$  — наиболее простая оценка производной массовой скорости на ударном фронте детонационной волны  $\partial u / \partial t|_f$ ,  $\Delta u / \Delta t = (u_s - u_f) / t_s$ . По разнице значений  $\Delta u / \Delta t$  при больших и критических диаметрах заряда можно судить о том, насколько все более пологим становится временной профиль массовой скорости за ударным фронтом по мере приближения диаметра заряда к критическому значению.

Из всех зависимостей, отображенных на рис. 6, отличительной особенностью обладает только изменение безразмерного комплекса  $\bar{\theta}_\tau$  (кривая 1).

При стремлении отношения  $\frac{d_{cr}}{d}$  к единице кривая 1 становится все более полой и  $\bar{\theta}_\tau$  при  $d = d_{cr}$  достигает минимального или

критического значения  $\bar{\theta}_{cr}$ . Абсолютное значение  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ , которое приблизительно равно скорости изменения массовой скорости на ударном фронте детонационной волны  $\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_f$  и отображается точками кривой 2, при  $d = d_{cr}$  снижается не более, чем на 20 % по сравнению с абсолютным значением  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$  при идеальной детонации. Это дает осно-

вание предположить, что равенство нулю величины  $\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_f$  [13] не может быть признаком достижения диаметром заряда критического значения, по крайней мере для широкого круга веществ, включающего в себя слабо неидеальные, средне неидеальные и сильно неидеальные ВВ.

При изменениях параметров УФК и термодинамических характеристик ВВ сохраняется характерная форма кривой 1 (более пологая по мере приближения значения  $d_{cr}/d$  к единице), меняются лишь  $\bar{\theta}_\tau$  (характерные для режимов детонации, близких к идеальным) и  $\bar{\theta}_{cr}$ , а соответственно, критический диаметр и критическая скорость неидеальной детонации. По мере того как изменение параметров УФК моделирует переход от слабо неидеальных к сильно неидеальным ВВ, наблюдается непостоянство критических значений безразмерного комплекса  $\bar{\theta}_\tau$ . При этом в общем случае значение  $\frac{\Delta u}{\Delta t}$ , наблюдаемое при  $d = d_{cr}$ , несущественно уменьшается по сравнению с этой характеристикой течения в режиме идеальной детонации.

Конечно, снижение  $\bar{\theta}_\tau$  до критического значения  $\bar{\theta}_{cr}$ , при котором уравнение (8) уже не имеет решения и диаметр заряда становится критическим для распространения детонации, обусловлено увеличением расширения трубки тока на звуковой поверхности  $\omega_s$ . Однако график зависимости  $\omega_s$  от диаметра заряда (кривая 3) не имеет, в отличие от кривой 1, характерных признаков достижения диаметром заряда критического значения. Положение кривой 4, отображающей изменение скорости нарастания давления  $\dot{p}_f$  (на ударном фронте детонационной волны), которая наблюдалась бы в адиабатических условиях при постоянном объеме, дает основание считать, что термодинамические параметры и параметры УФК модельного вещества позволяют воспроизводить, по крайней мере приблизительно, значения обобщенной характеристики процесса превращения ВВ в продукты детонации  $\dot{p}_f$ , определяемые в экспериментах с ВВ ТГ 5050 [17].

В заключение приведем вариант записи уравнения (8) неидеальной скорости детонации, который является более информативным и удобным для установления в обобщенном виде факторов, определяющих особенности неидеальной детонации в зависимости от диаметра заряда и критические значения скорости детонации и диаметра заряда:

$$\frac{D}{D_i} = \sqrt{\frac{n_i^2 - 1}{n_s^2 - 1}} \frac{\sqrt{\bar{\eta}_s t_s}}{\sqrt{1 + n_s^2 [(1 + 1/\bar{\theta}_\tau)]^4 - 1}}, \quad (33)$$

где  $\bar{\eta}_s$  — средняя скорость разложения ВВ в детонационном фронте.

**Выводы.** Сформирована математическая модель в виде системы уравнений, позволяющая оценивать зависимость скорости детонации и других характеристик зоны детонационной реакции от диаметра (близкого к критическому) открытого заряда ВВ и его термодинамических и кинетических характеристик. Для модельного ВВ приведены результаты расчетов зависимости некоторых характеристик детонации от диаметра заряда и получены критические условия распространения детонации как границы области существования решения системы уравнений предложенной математической модели. Получен безразмерный комплекс для определения условий устойчивого распространения детонации, вычислено его критическое значение для рассмотренного ВВ. Результаты расчетов дают основание сомневаться в том, что равенство нулю частной производной по времени от массовой скорости непосредственно за ударным фронтом на оси симметрии заряда является универсальным признаком возникновения критических условий для распространения детонации.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Селиванов В.В., ред. *Боеприпасы*. В 2 т. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016, т. 1, 506 с.
- [2] Грязнов Е.Ф. Оценка метательной способности взрывчатых составов с учетом периода последствия в процессе метания осколков. *Вопросы оборонной техники. Серия 16*, 2011, вып. 1–2, с. 16–26.
- [3] Яшин В.Б., Алексеев В.В., Ходырев С.П., Малкин А.В., Имховик А.Н., Селиванов В.В., Симонов А.К. Параметры взрыва зарядов тротила, содержащих блоки из высокоплотных металлофторопластовых композиций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 1.  
URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/blasting/566.html> (дата обращения 10.01.2017).
- [4] Андреев С.Г., Шестаков М.А. Оценка работоспособности высокоплотных взрывчатых веществ с использованием уравнения состояния JWL. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2015, вып. 7 (43).  
URL: <http://engjournal.ru/catalog/mech/mlgp/1401.html> (дата обращения 10.01.2017).

- [5] Андреев С.Г., Бойко М.М., Клименко В.Ю. Метательное действие зарядов взрывчатых веществ при распространении инициирующих и детонационных волн. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 4 (52). URL: <http://engjournal.ru/catalog/mech/mlgp/1483.html> (дата обращения 10.01.2017).
- [6] Розинг В.О., Харитон Ю.Б. Прекращение детонации взрывчатых веществ при малых диаметрах заряда. *Докл. АН СССР*, 1940, т. 26, № 4, с. 360–361.
- [7] Харитон Ю.Б. О детонационной способности взрывчатых веществ. *Проблемы химической кинетики, горения и взрывов. Сб. тр.*, вып. 1, Москва–Ленинград, Изд-во АН СССР, 1947, с. 7–29.
- [8] Jones H.A. Theory of the dependence of the Rate of Detonation of Solid Explosives on the Diameter of the Charge. *Proc. Roy. Soc.*, 1947, A 189, pp. 415–426.
- [9] Wood W.W., Kirkwood J.G. Diameter Effect in condensed explosives. The Relation between Velocity and Radius of Curvature of the Detonation Wave. *J. of Chem. Phys.*, 1954, vol. 22, no. 11, pp. 1920–1924.
- [10] Дремин А.Н., Савров С.Д., Трофимов В.Ф., Шведов К.К. *Детонационные волны в конденсированных средах*. Москва, Наука, 1970, 164 с.
- [11] Трофимов А.Н., Дремин А.Н. О структуре фронта неидеальной детонации в твердых ВВ. *Физика горения и взрыва*, 1971, т. 7, № 3, с. 427–428.
- [12] Михайлюк К.М., Трофимов В.С. О возможном газодинамическом пределе распространения детонации. *Физика горения и взрыва*, 1977, т. 13, № 4, с. 606–613.
- [13] Кобылкин И.Ф., Соловьев В.С., Бойко М.М. Природа критического диаметра стационарной детонации в конденсированных ВВ. *Труды МВТУ № 387, Механика импульсных процессов*, 1982, с 13–22.
- [14] Андреев С.Г., Перевалов И.А., Бойко М.М., Клименко В.Ю. Аналитическая модель неидеальной детонации цилиндрических зарядов. *Ударные волны в конденсированных средах. Сб. тез. Междунар. конф.* Санкт-Петербург, 2008, с. 36–45.
- [15] Urtiew P.A., Hays V. Parametric Study of the Dynamic JWL-EOS for Detonation Products. *Физика горения и взрыва*, 1991, № 4, с. 126–136.
- [16] Болховитинов Л.Г. Неидеальная детонация конденсированных взрывчатых веществ. *Взрывное дело. Науч.-техн. сб. №76/33*. Москва, Недра, 1976, с. 150–164.
- [17] Караханов С.М., Бордзиловский С.А. Динамика изменения давления при инициировании сплава ТГ/50/50 расходящейся ударной волной. *Физика горения и взрыва*, 1985, т. 7, № 5, с. 97–104.
- [18] Андреев С.Г. Приближенное соотношение между давлением и массовой скоростью вблизи ударного фронта при установившейся детонации. *Ударные волны в конденсированных средах. Междунар. конф.* Киев, Украина, 16–21 сентября 2012 г. Киев, Интерпресс ЛТД, 2012, с 47–54.
- [19] Lee E.L., Tarver C.M. Phenomenological Model of Shock Initiation in Heterogeneous Explosives. *Phys. Fluids*, 1980, vol. 23 (12), pp. 2362–2372.
- [20] Kennedy D.L. Multi-Valued Normal Shock Velocity Versus Curvature Relationships for Highly Non-Ideal Explosives. *11<sup>th</sup> Int. Detonation Symp.* Snowmass, Colorado, 31 Aug. – 4 Sept. 1998. Snowmass, 1998, pp. 181–188.

Статья поступила в редакцию 13.01.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Андреев С.Г. Оценка скорости детонации при диаметрах зарядов, близких к критическим. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 3.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-3-1600>

**Андреев Сергей Григорьевич** родился в 1944 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1969 г. Канд. техн. наук, доцент кафедры «Высокоточные летательные аппараты» МГТУ им. Н.Э. Баумана, член-корреспондент Российской академии естественных наук. Область научных интересов: физика процессов горения и взрыва.  
e-mail: andreeff2007@mail.ru

## Estimating detonation velocity for near-critical charge diameters

© S.G. Andreev

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

*The study suggests a system of equations connecting state and motion variables for a reaction flow at a sonic surface and a spherically shaped detonation wave shock front in a cylindrical charge of a near-critical diameter. Using simplifying assumptions, we obtained a dimensionless equation for the non-ideal detonation velocity as a function of charge diameter. The boundary inside which a solution to this equation exists determines critical conditions for steady detonation propagation. We defined a dimensionless group greatly affecting the non-ideal detonation velocity, along with its parameters determining the critical detonation diameter depending on extra explosive material characteristics. This group is the ratio of the energy removal timescale to the energy release timescale.*

**Keywords:** *non-ideal detonation, critical diameter, stream surface expansion, radial component gradient, mass velocity, spherical shock front, formal chemical kinetics equation*

### REFERENCES

- [1] Selivanov V.V., ed. *Boepripasy*. [Munitions]. In 2 vols. Moscow, BMSTU Publ., 2016, vol. 1, 506 p.
- [2] Gryaznov E.F. *Voprosy oboronnoy tekhniki — Problems of Defense Technology*, ser. 16, 2011, no. 1–2, pp. 16–26.
- [3] Yashin V.B., Alekseev V.V., Khodyrev S.P., Malkin A.V., Imkhovik A.N., Selivanov V.V., Simonov A.K. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2013, iss. 1. Available at: <http://engjournal.ru/catalog/machin/blasting/566.html> (accessed 10 January, 2017).
- [4] Andreev S.G., Shestakov M.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2015, iss. 7 (43). Available at: <http://engjournal.ru/catalog/mech/mlgp/1401.html> (accessed 10 January, 2017).
- [5] Andreev S.G., Boyko M.M., Klimenko V.Yu. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2016, iss. 4 (52). Available at: <http://engjournal.ru/catalog/mech/mlgp/1483.html> (accessed 10 January, 2017).
- [6] Rozing V.O., Khariton Yu.B. *Dokl. AN SSSR — Proceedings of the USSR Academy of Sciences*, 1940, vol. 26, no. 4, pp. 360–361.
- [7] Khariton Yu.B. O detonatsionnoy sposobnosti vzryvchatykh veshchestv [On detonation capabilities of explosive materials]. *Problemy khimicheskoy kinetiki, goreniya i vzryvov. Sb. tr.* [Proc. of Problems of chemical kinetics, combustion and explosions], 1947, no. 1, Moscow–Leningrad, Academy of Sciences of the USSR Publ., pp. 7–29.
- [8] Jones H.A. Theory of the dependence of the Rate of Detonation of Solid Explosives on the Diameter of the Charge. *Proc. Roy. Soc.*, 1947, A 189, pp. 415–426.
- [9] Wood W.W., Kirkwood J.G. *J. of Chem. Phys.*, 1954, vol. 22, no. 11, pp. 1920–1924.

- [10] Dremine A.N., Savrov S.D., Trofimov V.F., Shvedov K.K. *Detonatsionnye volny v kondensirovannykh sredakh* [Detonation waves in condensed matter]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 164 p.
- [11] Trofimov A.N., Dremine A.N. *Fizika goreniya i vzryva — Physics of Combustion and Explosion*, 1971, vol. 7, no. 3, pp. 427–428.
- [12] Mikhaylyuk K.M., Trofimov V.S. *Fizika goreniya i vzryva — Physics of Combustion and Explosion*, 1977, vol. 13, no. 4, pp. 606–613.
- [13] Kobylkin I.F., Solovyev V.S., Boyko M.M. Priroda kriticheskogo diametra stacionarnoy detonatsii v kondensirovannykh VV [The nature of critical diameter in steady state detonation of condensed HE]. *Trudy MVTU* [Proc. of the MHTS], 1982, no. 387 *Mekhanika impulsnykh protsessov* [Pulse process mechanics], pp. 13–22.
- [14] Andreev S.G., Perevalov I.A., Boyko M.M., Klimenko V.Yu. Analiticheskaya model neidealnoy detonatsii tsilindricheskikh zaryadov [Analytical model of non-ideal detonation in cylindrical charges]. *Udarnye volny v kondensirovannykh sredakh. Sb. tez. mezhdunar. konf.* [Proc. of the Shock Waves in Condensed Matter International Conference], St. Petersburg, 2008, pp. 36–45.
- [15] Urtiew P.A., Hays B. *Fizika goreniya i vzryva — Physics of Combustion and Explosion*, 1991, no. 4, pp. 126–136.
- [16] Bolkhovitinov L.G. Neidealnaya detonatsiya kondensirovannykh vzryvchatykh veshchestv [Non-ideal detonation of condensed high explosives]. *Vzryvnoe delo. Nauchn.-tekhn. sb.* [Explosives in practice. Scientific and technological proc.], 1976, no. 76/33. Moscow, Nedra Publ., pp. 150–164.
- [17] Karakhanov S.M., Bordzilovskiy S.A. *Fizika goreniya i vzryva — Physics of Combustion and Explosion*, 1985, vol. 7, no. 5, pp. 97–104.
- [18] Andreev S.G. Priblizhennoe sootnoshenie mezhdru davleniem i massovoy skorostyu vblizi udarnogo fronta pri ustanovivsheysya detonatsii [Approximate ratio of pressure to mass velocity near the shock front in the case of steady state detonation]. *Udarnye volny v kondensirovannykh sredakh. Mezhdunar. konf. Kiev, Ukraina, 16–21 sentyabrya 2012* [Proc. of the Shock Waves in Condensed Matter International Conference. Kiev, Ukraine, 16–21 September, 2012]. Kyiv, Interpress LTD Publ., 2012, pp. 47–54.
- [19] Lee E.L., Tarver C.M. *Phys. Fluids*, 1980, vol. 23 (12), pp. 2362–2372.
- [20] Kennedy D.L. Multi-Valued Normal Shock Velocity Versus Curvature Relationships for Highly Non-Ideal Explosives. *11th Int. Detonation Symp. Snowmass, Colorado, 31 Aug. — 4 Sept. 1998*. Snowmass, 1998, pp. 181–188.

**Andreev S.G.** (b. 1944) graduated from Bauman Moscow Higher Technical School in 1969. Cand. Sci(Eng.), Assoc. Professor, Department of High-Precision Airborne Devices, Bauman Moscow State Technical University; Corresponding Member of the Russian Academy of Natural Sciences. Specialises in physics of combustion and explosion processes. e-mail: andreeff2007@mail.ru