## Определение траекторий космических объектов по оптическим измерениям в зонах двойного обзора с наземных пунктов

### © А.Ю. Кустодов, В.П. Павлов

#### ФГУП ЦНИИмаш, г. Королёв, Московская обл., 141070, Россия

Рассмотрены вопросы определения положения космического объекта в околоземном космическом пространстве по измерениям с наземных оптических пунктов. Приведено описание алгоритма поиска вектора состояния объекта при его нахождении в зонах двойного обзора оптико-электронных пунктов на коротком временном интервале. Представлена методика определения вектора скорости по векторам координат, полученным методом триангуляции. Изложены используемые в работе методы аппроксимации и фильтрации отдельных измерений с наземных оптических средств, а также методика оценки качества сеансов измерений. Результаты обработки навигационной информации показаны на примере нескольких геостационарных объектов, проведено сравнение полученных параметров орбиты с эталонными. Сделаны выводы о целесообразности и условиях применения метода определения траектории объекта, находящегося в зоне двойного обзора наземных пунктов. Предложены пути повышения точности полученных решений.

**Ключевые слова:** космический объект, определение орбит, оптические средства, аппроксимация, метод космической триангуляции

**Введение.** В настоящее время в отечественной и зарубежной практике для контроля космического пространства в области высокоэллиптических, средневысоких и геостационарных орбит применяются обзорные оптико-электронные средства (ОЭС). Работа ОЭС построена так, что в течение одной ночи одни и те же участки небесной сферы наблюдаются несколько раз. В результате наблюдений получают наборы коротких треков  $\{t_i, \alpha_i, \delta_i\}$  космических объектов ( $\alpha$ ,  $\delta$  — соответственно прямое восхождение и склонение в местной инерциальной системе координат эпохи J2000.0) [1].

При обеспечении безопасности космических полетов и проведении динамических операций важнейшей задачей является определение вектора состояния по измерениям различного типа. При их обработке возможны два случая:

1) когда известен объект, по которому получена информация, т. е. априори задан вектор состояния космического объекта в некоторый момент времени, предшествующий моменту измерений (мерному интервалу), и обработка не вызывает особых проблем, а новые измерения используются для уточнения параметров орбиты [2]; 2) когда измерения не имеют привязки к объекту, т. е. следует решить довольно сложную задачу: получить первое приближение вектора состояния, уточнить его после поиска измерений, согласующихся с полученным вектором состояния, идентифицировать объект и обеспечить его сопровождение.

Подобная задача была успешно решена для малых планет и комет. Однако в отличие от задачи вычисления орбиты малой планеты, когда интервалы времени между измерениями могут быть достаточно большими, что значительно упростило бы ее решение, при контроле космического пространства имеем кратковременные «наборы» измерений порядка нескольких минут в виде трека космического объекта, полученного с помощью оптико-электронных средств.

рении порядки нескольких минут в виде треки коеми теского объекти, полученного с помощью оптико-электронных средств. При обеспечении безопасности космических полетов обработка треков неизвестных объектов, когда какие-либо сведения об орбите наблюдаемого космического аппарата априори отсутствуют, представляет собой актуальную задачу. Ныне для ее решения используются алгоритмы, построенные на методе Гаусса [1, 3–5] и его модификациях [6–8]. В настоящей работе предлагается использовать метод, основанный на одновременном наблюдении объекта двумя ОЭС с известным местоположением.

При обработке треков, полученных в течение одной ночи, может оказаться, что тот или иной космический объект виден одновременно с двух измерительных пунктов (ИП), т. е. имеется зона двойного обзора. Интервал времени, в течение которого это выполняется, как правило, не превышает 5 мин. Для обработки полученной информации и формирования параметров орбиты космического объекта предлагается алгоритм, позволяющий методом космической триангуляции [9] определить в зоне двойного обзора «набор» векторов координат космического объекта, по ним установить начальное приближение вектора скорости и уточнить параметры орбиты объекта при совместной обработке векторов и оптических измерений с двух ИП. Это начальное приближение может быть использовано в качестве опорной орбиты для поиска сеансов измерений, относящихся к данному объекту, в целях определения параметров его орбит и их последующей идентификацией.

Вычисление вектора координат космического объекта методом космической триангуляции. Прежде всего проведем анализ имеющейся информации и определим пары сеансов измерений, пересекающихся по времени. В качестве исходных данных примем информацию с ИП-1 и ИП-2:

$$\left[t_{j}^{(1)}, \alpha_{1j}, \delta_{1j}\right], \qquad j = 1, 2, ..., n;$$
 (1)

$$\left\{t_i^{(2)}, \alpha_{2i}, \delta_{2i}\right\}, \qquad i = 1, 2, \dots, m,$$
 (2)

где зона двойного обзора находится между

$$t_{\rm H} = \max\left(t_1^{(1)}, t_1^{(2)}\right) \, {\rm M} \, t_{\rm K} = \min\left(t_n^{(1)}, t_m^{(2)}\right).$$

Здесь *t*<sub>н</sub> — время начала измерений; *t*<sub>к</sub> — время их окончания.

Метод космической триангуляции предполагает определение координат космического объекта одновременно с двух ИП-1 и ИП-2, линейное расстояние между которыми (базис) известно с точностью до сотых долей метра, а углы между базисом и направлениями на объект определены ОЭС в один и тот же момент времени [9].

По известным значениям базиса и двух углов определяются стороны треугольника, в вершине которого в некоторый момент времени находится космический объект (рис. 1), что в конечном итоге позволяет определить его координаты в фундаментальной инерциальной системе координат (ФИСК). Важно отметить, что при расчетах учитываются параметры вращения Земли, также влияющие на точность решения задачи.



Рис. 1. Плоский триангуляционный треугольник:

 $\alpha, \delta$  — углы соответственно прямого восхождения и склонения космического объекта;  $\psi$  —

угол между двумя направлениями на космический объект;  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  — углы между базой  $\vec{d}$  и направлением на космический объект; X, Y, Z — оси координат;  $P_1$ ,  $P_2$  — точки нахождения измерительных пунктов; S — положение космического объекта;  $R_1$ ,  $R_2$  — дальности от измерительного пункта до космического объекта;  $r_1$ ,  $r_2$  — векторы положения измерительных

пунктов относительно центра системы координат;  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  — единичные векторы направлений на космический объект

Очевидно, что для использования метода космической триангуляции необходимо обеспечить синхронность измерений. Для формирования синхронных измерений следует представить информацию в виде непрерывной функции времени. По расчетам установлено, что на геостационарных орбитах производные углов прямого восхождения и склонения изменяются очень незначительно и аппроксимирующая кривая близка к прямой, поэтому было принято решение ограничиться второй степенью сглаживающей функции:

$$\alpha(\tau) = a + b\tau + c\tau^2. \tag{3}$$

Метод наименьших квадратов (МНК) однозначно позволяет найти коэффициенты полинома (3), для которого функционал

$$\Phi = \prod_{j=1}^{n} \eta_j^2, \quad \eta_j = \alpha(\tau_j) - \alpha_{1j}$$

будет минимальным.

Таким образом, в результате представления дискретной функции ее непрерывным аналогом, имеем на момент времени  $t_i$ :  $\alpha_1(t_i)\delta_1(t_i)$ ;  $a_2(t_i)d_2(t_i)$ .

Рассмотрим плоский треугольник  $P_1SP_2$  (см. рис. 1). С учетом параметров вращения Земли имеем на момент времени  $t_i$  в ФИСК координаты ИП-1 и ИП-2:

$$\vec{r}_1 = ||x_1, y_1, z_1||^{\mathrm{T}}, \ \vec{r}_2 = ||x_2, y_2, z_2||^{\mathrm{T}}$$

и находим базу  $\vec{d}$ :

$$\vec{d} = \overline{r_2} - \overline{r_1}.$$

По определению сферических координат α, δ вычисляем единичные векторы направления на объект по формулам

 $\vec{e}_1 = \|\cos\alpha_1\cos\delta_1, \sin\alpha_1\cos\delta_1, \sin\delta_1\|^{\mathrm{T}},\\ \vec{e}_2 = \|\cos\alpha_2\cos\delta_2, \sin\alpha_2\cos\delta_2, \sin\delta_2\|^{\mathrm{T}}.$ 

Из построений на рис. 1 легко найти все стороны треугольника, определив тем самым дальность (расстояние) от ИП до космического объекта.

Если  $|\rho_1 + \rho_2 + \psi - \pi| \ge \varepsilon$ ,  $\varepsilon \sim 1 \cdot 10^{-6}$  рад, что соответствует заявленной погрешности измерения углов, то измерения (1) и (2) относятся к разным космическим объектам и метод космической триангуляции к ним неприменим.

Таким образом, получаем

$$\vec{r}_{ki} = \vec{r}_i + \vec{d}_{ik} \,,$$

где  $\vec{r_i}$  — радиус-вектор *i*-го измерительного пункта в ФИСК;  $\vec{d}_{ik}$  — дальность от *i*-го измерительного пункта до космического объекта.

Окончательно координаты космического объекта на момент времени  $t_i$  вычисляем по формуле

$$\overline{r_{\kappa}}(t_i) = \frac{1}{2} \left( \overline{r_{\kappa_1}} + \overline{r_{\kappa_2}} \right).$$

Вычисление вектора скорости космического объекта. Для вычисления вектора скорости космического объекта на момент времени  $t_0$ сформируем в интервале ( $t_{\text{H}}...t_{\text{K}}$ ) методом космической триангуляции *m* векторов его координат.

Используя разложения в ряд Тейлора в окрестности точки  $\overline{r_{\kappa}}(t_0)$ , вектор скорости  $\overline{v_{\kappa}}(t_0)$  вычисляем по формуле

$$\overline{v}_{\kappa}(t_0) = \frac{1}{12\Delta} \left\{ 8 \left[ \overline{r}_{\kappa} \left( t_0 + \Delta \right) - \overline{r}_{\kappa} \left( t_0 - \Delta \right) \right] - \left[ \overline{r}_{\kappa} \left( t_0 + 2\Delta \right) - \overline{r}_{\kappa} \left( t_0 - 2\Delta \right) \right] \right\}$$
(5)

с методической ошибкой, близкой к нулю, где  $\Delta$  — выбранный шаг интерполяции.

Таким образом, в первом приближении имеем на момент времени *t*<sub>0</sub> вектор состояния

$$t_0, \overline{r}_{\kappa}(t_0), \overline{v}_{\kappa}(t_0)$$

и соответствующие элементы орбиты.

После определения первого приближения вектора состояния космического объекта проводится процедура уточнения параметров орбиты по имеющимся сеансам. В случае принадлежности сеансов измерений разным объектам при совместной обработке это отразится на их согласованности между собой. Для выполнения анализа был разработан способ оценки качества как отдельных измерений, так и обоих сеансов. При решении краевой задачи определения параметров траектории в обрабатываемой выборке измерений могут содержаться измерения с грубыми ошибками, т. е. аномальные. В целях повышения точности решения их необходимо выявить и исключить. Отбраковка измерений проходит как по отдельным параметрам, так и по сеансу в целом, поскольку точки внутри сеанса могут хорошо согласовываться между собой, но выпадают из общей совокупности сеансов.

Фильтрация осуществляется в два этапа. На первом — проводится оценка значений невязок, т. е. разности между измеренным и расчетным значением. Для этого необходимо построить ранжированный ряд из невязок и определить медиану такого ряда, затем определить разность между медианным значением и конкретной невязкой и построить новый ранжированный ряд, а далее вычислить его медиану. После выполнения подобных операций из обработки исключаются измерения, не прошедшие по критерию 3о, где о — медиана второго ряда. На втором этапе аналогично отбраковке по отдельным измерениям проводится отбраковка сеансов измерений. При этом каждому сеансу назначается вес, лежащий в пределах от 0 до 1, где 0 означает, что сеанс содержит аномальные измерения и будет полностью исключен из обработки, 1 — сеанс полностью войдет в обработку. Подобный подход позволяет уменьшить влияние недостоверных сеансов на ход решения, не исключая их полностью, что полезно при небольшой выборке измерений.

По итогам фильтрации в решении задачи участвуют только достоверные измерения и сеансы, а сеансы с недостаточной достоверностью либо полностью исключаются, либо учитываются с малым весом.

При обработке сеансов измерений, принадлежащих одному объекту, их вес не будет существенно различаться, большинство точек обоих сеансов войдут в обработку, а математические ожидания будут величинами одного порядка.

Численное моделирование. Для подтверждения правильности описанных алгоритмов были проведены численные расчеты. Из совокупности измерений ОЭС были выбраны сеансы измерений, пересекающиеся по времени, что обеспечивает зону двойного обзора. В качестве объектов исследования были приняты находящиеся на геостационарной орбите космические аппараты (КА) «Электро-Л2», «Луч-5А» и «Луч-5В». Параметры их движения известны с высокой точностью, баллистическим обеспечением этих КА занимается Центр управления полетами ЦНИИмаш. Информация о выбранных сеансах измерений приведена в табл. 1.

Таблица 1

	-						
Космический	ИП-1	Начало	Конец	ИП-2	Начало	Конец	
аппарат		сеанса	сеанса		сеанса	сеанса	
«Электро-Л2»	10314	01.10.16	01.10.16	10321	01.10.16	01.10.16	
1		17:44:19.000	17:46:07.000		19:45:33.000	19:47:04.000	
«Луч-5А»	10067	23.10.16	23.10.16	10075	23.10.16	23.10.16	
5		16:03:37.000	16:13:01.000		16:11:39.500	16:24:11.500	
«Луч-5В»	10314	10.10.16	10.10.16	10302	10.10.16	10.10.16	
-		15:46:38.000	15:48:14.000		15:47:54.000	15:49:51.000	

Сеансы измерений

Выбранные сеансы измерений аппроксимировались МНК полиномом второго порядка. Стоит также отметить, что между измерительными пунктами должно быть расстояние в несколько километров, что позволяет применять метод триангуляции. При расчетах использовались оптические пункты, удаленные друг от друга на расстояние не менее 500 км. В противном случае, построенный треугольник будет близок к вырожденному, поскольку одна из его сторон значительно меньше двух других и, как следствие, метод триангуляции дает большую ошибку (рис. 2).



Рис. 2. Сеансы измерений

В результате нахождения вектора начальных условий методом космической триангуляции и уточнения его по измерениям обоих сеансов [10] были получены отклонения параметров орбит от эталонных для космических аппаратов «Луч-5А», «Луч-5В» и «Электро-Л2» (табл. 2).

Таблица 2

Параметр	Метод космической			Эталонная орбита			Отклонение		
	триангуляции								
	«Элект-	«Луч-	«Луч-	«Элект-	«Луч-	«Луч-	«Элект-	«Луч-	«Луч-
	ро-Л2»	5A»	5B»	ро-Л2»	5A»	5B»	ро-Л2»	5A»	5B»
Большая	42 171,89	42 150,7	42 170,32	42 166,41	42 164,3	42 164,04	5,48	-13,6	6,28
полуось									
орбиты а, км									
Эксцентри-	0,0011	0,001	0,0017	0,0001	0,0005	0,0003	0,001	0,0005	0,0014
ситет орби-									
ты е									
Наклонение	0,094	1,566	3,108	0,082	1,562	3,093	0,012	0,004	0,015
плоскости									
<i>і</i> , град									
Долгота	-84,25	-162,26	-60,473	-82,95	-162,35	-60,35	-1,3	0,09	-0,123
восходящего									
узла ω, град									
Период об-	86 187,7	86 122,8	86 182,9	86 170,96	86 164,5	86 163,7	16,74	-41,7	19,2
ращения Т, с									

Параметры орбит для космических аппаратов «Электро-Л2», «Луч-5А», «Луч-5В»

Заключение. Проведенные расчеты показали возможность использования метода космической триангуляции для определения первого приближения параметров орбиты. Некоторые параметры близки по значениям к эталонным, что позволило упростить задачу привязки сеансов измерений к определенному космическому объекту. Однако очевидно, что некоторые элементы орбиты плохо определены, в частности период обращения, что связано с коротким вре-

менны́м интервалом, на котором имеются измерения. В качестве путей уменьшения ошибок определения рассматриваются возможность использования известной информации, учет векторов координат космического объекта в качестве измеряемых параметров при уточнении орбиты по двум сеансам, а также повышение точности аппроксимации углов прямого восхождения и склонения. Тем не менее отметим, что подобный способ пригоден для получения первого приближения вектора состояния космического объекта в условиях отсутствия иных видов навигационной информации.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Самотохин А.С., Хуторовский З.Н. Метод первоначального определения параметров околоземных орбит по трем угловым измерениям. *Препринты* ИПМ им. М.В. Келдыша, 2014, № 44, 31 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-44
- [2] Кустодов А.Ю. Анализ работы автоматического программного комплекса уточнения параметров орбиты по информации оптических средств. Сборник статей VI научно-технической конференции молодых учёных и специалистов Центра управления полётами. ЦНИИмаш, 5–8 апреля 2016 г. Королёв, ЦНИИмаш, 2016, с. 249–255.
- [3] Шефер В.А. Новый метод определения орбиты по двум векторам положений, основанный на решении уравнений Гаусса. Астрономический вестник, 2010, т. 44, № 3, с. 273–288.
- [4] Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. Москва, Наука, 1968, 800 с.
- [5] Алёшин В.И., Гридчина Т.А., Кондрашин М.А., Лаврентьев В.Г., Лобачёв В.И., Олейников И.И., Павлов В.П. Построение и ведение каталога орбитальных данных КО по информации, поступающей из различных источников. Космонавтика и ракетостроение, 2014, № 3 (76), с. 112–122.
- [6] Vallado D.A. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. 3<sup>rd</sup> edition. New York, Springer-Verlag, 2007, 1055 p. Ser. Space Technology Library.
- [7] Boykov V.F., Khutorovsky Z.N., Sbytov N.N. An Algorithm of Preliminary HEO Orbital Parameters Determination Based on Three Optical Positional Measurements. Sixth US/Russian Space Surveillance Workshop. August 22–26, 2005. Proceedings. P.K. Seidelmann, V.K. Abalakin, eds. St. Petersburg, 2005. URL : http://lfvn.astronomer.ru/report/0000015/ssw 5 1/index.htm
- [8] Battin R.H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics. Revised Edition. Reston, Virginia, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1999. URL: http://www.globalspec.com/reference/36923/203279/anintroduction-to-the-mathematics-and-methods-of-astrodynamics-revised-edition
- [9] Баранов В.И., Бойко Е.Г., Краснорылов Н.Н. Космическая геодезия. Москва, Недра, 1986, 407 с.
- [10] Козориз А.И., Павлов В.П. Оценка риска столкновения управляемых КА с наблюдаемыми КО. *Космонавтика и ракетостроение*, 2009, № 2 (55), с. 53–59.

Статья поступила в редакцию 20.02.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом: Кустодов А.Ю., Павлов В.П. Определение траекторий космических объектов по оптическим измерениям в зонах двойного обзора с наземных пунктов. Инженерный журнал: наука и инновации, 2017, вып. 6. http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-6-1659

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на XLI Академических чтениях по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королёва и других выдающихся отечественных ученых — пионеров освоения космического пространства. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 января 2017 г.

Кустодов Андрей Юрьевич — начальник «Сектора обработки навигационной информации и определения орбит» отдела «Баллистико-навигационного обеспечения космических комплексов» ФГУП ЦНИИмаш, специалист по определению орбит. Область научных интересов: космическая баллистика, прикладное программирование, математическое моделирование и численные методы обработки измерений различного типа. Автор порядка 10 научных трудов по обработке навигационных измерений. e-mail: ak-kustodovs@mail.ru

Павлов Валерий Петрович — ведущий науч. сотр., канд. техн. наук, ст. научн. сотр. ФГУП ЦНИИмаш. Область научных интересов: космическая баллистика, управление движением летательных объектов, прикладная математика. Автор более 30 трудов по оценке точности определения орбит.

# Computation of space objects trajectories by optical measurement in double visibility pick-up range of space surveillance ground stations

#### © A.Yu. Kustodov, V.P. Pavlov

Central Research Institute of Mechanical Engineering TSNIIMASH, Korolev town, Moscow region, 141071, Russia

The article covers issues of detecting the space object location in the near-Earth space using the optical ground stations measurements. The work describes the algorithm of searching the object status vector when the object is moving in the double visibility pickup range of the optoelectronic space surveillance stations within a short time period. We show the technique of defining the velocity vector by coordinate vectors obtained through the triangulation method. The methods of approximation and filtering individual measurements from optical ground stations as well as the method of evaluating the quality of measurement sessions are discussed. We demonstrate the results of navigational data processing with an example of a few geostationary objects and compare the orbital parameters obtained with the standard ones. The conclusions are drawn about the reasonability and conditions of using the method of defining the object trajectory when the object is in the double visibility pick-up range of the ground stations. The article suggests the ways to increase the precision of the solutions obtained.

*Keywords:* space object, orbit determination, optical means, approximation, space triangulation method

### REFERENCES

- [1] Samotokhin A.S., Khutorovskiy Z.N. *Preprinty IPM im. M.V. Keldysha Preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics*, 2014, no. 44, 31 p. Available at: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-44
- [2] Kustodov A.Yu. Analiz raboty avtomaticheskogo programmnogo kompleksa utochneniya parametrov orbity po informatsii opticheskikh sredstv [Automatic programming complex operation analysis for defining orbit parameters by optical station information]. Sbornik statey VI nauchno-tekhnicheskoy konferentsii molodykh uchenykh i spetsialistov Tsentra upravleniya poletami [Proc. of VI scientific and technical conference of young scientists and specialists of Mission Control Center]. TSNIIMASH, April 5–8, 2016. Korolev, TSNIIMASH, 2016, pp. 249–255.
- [3] Shefer V.A. Astronomicheskiy vestnik Solar System Research, 2010, vol. 44, no. 3, pp. 273–288.
- [4] Subbotin M.F. Vvedeniye v teoreticheskuyu astronomiyu [Introduction to theoretical astronomy]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 800 p.
- [5] Aleshin V.I., Gridchina T.A., Kondrashin M.A., Lavrentyev V.G., Lobachev V.I., Oleynikov I.I., Pavlov V.P. Kosmonavtika i raketostroenye — Cosmonautics and Rocket Engineering, 2014, no. 3 (76), pp. 112–122.
- [6] Vallado D.A. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. 3rd edition. New York, Springer-Verlag, 2007, 1055 p. Ser. Space Technology Library.
- [7] Boykov V.F., Khutorovsky Z.N., Sbytov N.N. An Algorithm of Preliminary HEO Orbital Parameters Determination Based on Three Optical Positional Measurements. Sixth US/Russian Space Surveillance Workshop. August 22–26, 2005. Proceedings. P.K. Seidelmann, V.K. Abalakin, eds. St. Petersburg, 2005. Available at:

http://lfvn.astronomer.ru/report/0000015/ssw 5 1/index.htm

- [8] Battin R.H. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics. Revised Edition. Reston, Virginia, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1999. Available at: http://www.globalspec.com/reference/36923/203279/an-introduction-to-themathematics-and-methods-of-astrodynamics-revised-edition
- [9] Baranov V.N., Boiko E.G., Krasnorylov N.N. Kosmicheskaya geodeziya [Space Geodesy]. Moscow, Nedra Publ., 1986, 407 p.
- [10] Kozoriz A.I., Pavlov V.P. Kosmonavtika i raketostroenye Cosmonautics and Rocket Engineering, 2009, no. 2 (55), pp. 53–59.

**Kustodov A.Yu.** (b. 1987), Head of the Sector of Navigation Information Processing and Orbit Determination, Central Research Institute of Mechanical Engineering TSNIIMASH, an expert on determining the orbits. e-mail: ak-kustodovs@mail.ru

**Pavlov V.P.** (b. 1938), Cand. Sc. (Eng.), Senior Researcher at Central Research Institute of Mechanical Engineering TSNIIMASH. Author of over 30 works on the accuracy assessment of orbit determination.