

Исследование профильной проходимости колесной машины с помощью алгоритма пересечения многогранников

© А.А. Стадухин, Р.Д. Песков

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Предложено определять характер взаимодействия опорного основания и колеса транспортной машины с помощью алгоритма пересечения многоугольников Гилберта — Джонсона — Керти, позволяющего исследовать преодоление колесной машиной препятствий любого профиля, в том числе с вертикальными стенками и отрицательными уклонами. Для простоты и увеличения эффективности расчетов предложенный метод ограничен плоским случаем взаимодействия круга колеса и многоугольника трассы. Приведены зависимости, необходимые для нахождения сил и моментов, возникающих при взаимодействии колеса с опорной поверхностью. Представлена имитационная компьютерная модель, используемая при предложенном методе. Рассмотрены примеры моделирования движения колесных машин по различным опорным поверхностям. Даны рекомендации по использованию метода для решения пространственной задачи исследования профильной проходимости.

Ключевые слова: профильная проходимость, колесные машины, опорная поверхность, динамическое моделирование, MATLAB, алгоритм Гилберта — Джонсона — Керти

Введение. Исследование профильной проходимости колесных машин (КМ) часто проводят с помощью аналитических методов, при использовании которых требуется строго ограничить тип рассматриваемых препятствий. Так, в работе [1] получены уравнения для определения замедления машины, но только при преодолении прямоугольного порога с высотой, значительно меньшей радиуса колеса. Работа [2] посвящена изучению профильной проходимости автомобиля с учетом его тяговых возможностей. В данном случае было учтено взаимодействие с вертикальным препятствием, размеры которого сопоставимы с радиусом колеса. Из-за сложности взаимодействия процесс был разбит на два этапа и записаны отдельные уравнения равновесия сил для колес на горизонтальном участке и колес, преодолевающих препятствие.

Очевидно, что рассмотренные методы трудно использовать при имитационном компьютерном моделировании движения КМ. При исследовании профильной проходимости КМ с помощью моделирования простейшим подходом является реализация контакта в точке под колесом [3]. Также часто применяют метод, заключающийся в представлении части колеса, контактирующего с грунтом, в виде большого числа радиальных пружин. Подробнее этот метод и спосо-

бы его корректировки для лучшего соответствия эксперименту описаны в статье [4].

Коммерческие программные пакеты динамического моделирования обычно предлагают готовые решения по расчету взаимодействия тел с различной геометрией, которые могут быть особенно полезны при моделировании КМ с необычными движителями, обладающими высокой профильной проходимостью. Например, в статье [5] приведены результаты моделирования транспортной машины с колесно-шагающим движителем. К сожалению, часто в таких программах вычисления взаимодействия ограничены строго определенным набором тел (например, окружность—плоскость и точка—поверхность), а построение трасс и объекта моделирования очень трудоемко.

В статье [6] предложено представлять трассу и элементы транспортной машины в виде наборов выпуклых многогранников и использовать существующие алгоритмы анализа их пересечений. Результаты работы алгоритмов представляют собой информацию о глубине и направлении проникновения многогранников, а также точках контакта, что позволяет вычислить силы и моменты взаимодействия элементов машины и опорного основания произвольной формы. Один из недостатков метода состоит в том, что для расчета взаимодействия приходится применять три разных алгоритма. Алгоритм Гилберта — Джонсона — Керти был применен только для определения наличия пересечения многогранников. Для определения величины и направления проникновения многогранников использовался алгоритм EPA (Expanding Polytope Algorithm), для определения точек контакта — алгоритм «обрезки» (Clipping Algorithm). При этом для моделирования качения гладких тел (например, колес) их приходится представлять в виде многогранников с большим числом вершин, что уменьшает производительность модели.

В статье [7] предложено использовать алгоритмы пересечения многогранников для моделирования работы промышленного робота в стесненном пространстве и вычислять параметры взаимодействия колеса с опорной поверхностью (ОП) с применением только алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти, что позволяет увеличить точность и скорость вычислений и облегчить реализацию метода в средах моделирования. В отличие от статьи [6] в ней предложено ограничиться взаимодействием «окружность — многоугольник», что, как показано ниже, позволит свести задачу к определению расстояния от центра окружности (колеса) до многоугольника (ОП).

Применение алгоритма GJK для расчета взаимодействия колеса и опорной поверхности. Основные принципы и примеры реализаций алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти общедоступны [8], применительно к моделированию транспортных машин он кратко

описан в статье [6]. Алгоритм Гилберта — Джонсона — Керти был разработан для эффективного определения расстояния между выпуклыми многогранниками и их пересечения в трехмерном пространстве. С незначительными изменениями алгоритм способен работать и с пересечением многоугольников на плоскости. В настоящей статье описания и рисунки ограничены плоским случаем, однако все результаты могут быть распространены на пространственные модели.

Алгоритм Гилберта — Джонсона — Керти берет за основу тот факт, что геометрическая фигура CSO (согласно терминологии авторов алгоритма), составленная из разности координат каждой вершины одного пересекающегося многогранника и каждой вершины другого (разность Минковского), содержит начало координат пространства, полученного вычитанием (рис. 1). Если многогранники не пересекаются, то вектор расстояния от крайней точки, грани или плоскости фигуры CSO до начала координат является вектором расстояния между многогранниками. При этом необязательно вычислять фигуру CSO целиком (она состоит из большого числа точек), достаточно находить самые дальние в заданном направлении точки CSO по одной. В качестве направления поиска необходимо использовать вектор, направленный от симплекса (простейшей фигуры, составленной из найденных ранее точек) к началу координат. Критерием остановки поиска обычно считают невозможность найти точку фигуры CSO, образующую симплекс, который находится ближе к началу координат, чем симплекс, состоящий из найденных ранее точек.

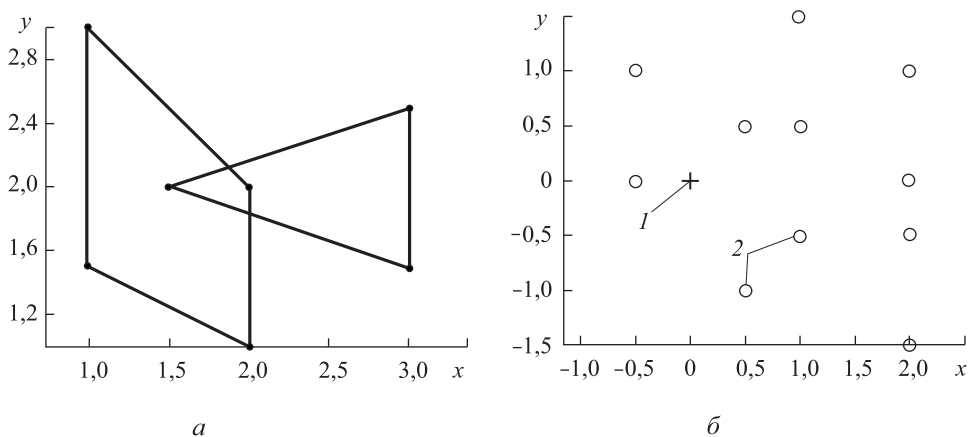


Рис. 1. Пересекающиеся многоугольники (а) и их фигура CSO (б):
1 — начало координат; 2 — вершины фигуры CSO

Важно отметить, что использование алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти не позволяет определить расположение точек контакта, глубину и направление проникновения пересекающихся тел. Однако

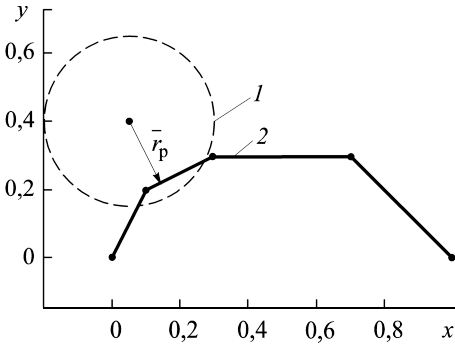


Рис. 2. Определение вектора \vec{r}_p

от центра колеса до трассы:

1 — модель колеса; 2 — многоугольник трассы

его можно применять для вычисления этих параметров, например, как в программном продукте Bullet Physic Engine [9], где для каждого из контактирующих тел создается по два многогранника (внешний и внутренний): по внешним определяют факт пересечения тел, по расстоянию между внутренними — глубину проникновения. Недостаток метода представления контактирующего тела в виде пары многоугольников — низкая точность вычисления взаимодействия, особенно для тел с выраженными острыми углами. Однако если одно из контактирующих тел представляет собой окружность (колесо), существует способ получить точный расчет взаимодействия этих тел с помощью алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти.

Итак, сведем рассматриваемую задачу к определению вектора расстояния \vec{r}_p от центра колеса до выпуклого многоугольника, представляющего участок трассы (рис. 2). При такой постановке задачи программная реализация алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти очень проста и обладает высокой производительностью.

На рис. 3 показаны промежуточные результаты работы алгоритма, осуществляющего поиск кратчайшего расстояния от многоугольника трассы до точки центра колеса, для случая, представленного на рис. 2.

После получения вектора \vec{r}_p следует сравнить его длину с радиусом r_k колеса (рис. 4). В случае если $r_k > |\vec{r}_p|$, имеет место взаимодействие колеса с ОП и можно определить величину прогиба колеса δ_k и его радиус качения $r_{кач}$, равный модулю вектора расстояния $|\vec{r}_p|$:

$$\delta_k = r_k - |\vec{r}_p|, \quad r_{кач} = r_k - \delta_k.$$

Как видно из рис. 4, в случае взаимодействия колеса с выпуклым многоугольником трассы возможно существование только одной точки контакта K , которая принадлежит вектору \vec{r}_p и отстоит от центра колеса C на расстояние $r_{кач}$. Определим вектор, являющийся ортом вектора \vec{r}_p :

$$\vec{n}_p = \vec{r}_p / |\vec{r}_p|.$$

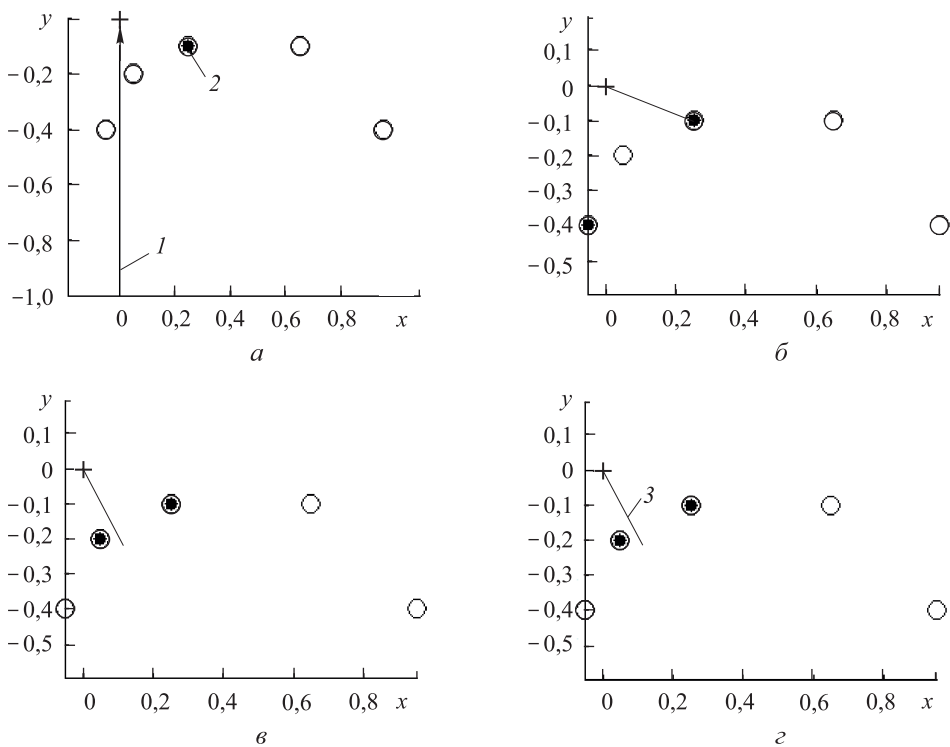


Рис. 3. Формирование вектора расстояния \vec{r}_p от фигуры CSO до начала координат: *а, б, в* — поиск новых точек; *г* — новые точки найдены, вектор сформирован; *1* — направление поиска новой точки; *2* — найденная в данном направлении точка; *3* — найденные расстояние и направление

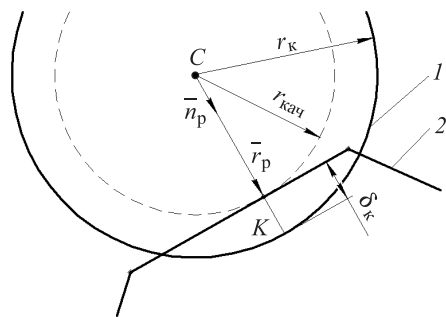


Рис. 4. Определение направления и величины деформации колеса:
1 — колесо; *2* — многоугольник опорной поверхности

Теперь, зная величину и направление деформации колеса, а также расположение контактной точки, можно рассчитать все силы и моменты взаимодействия колеса и ОП.

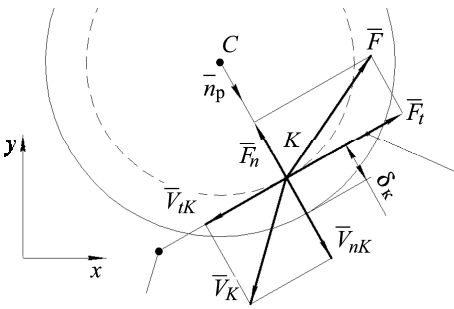


Рис. 5. Определение сил взаимодействия колеса и опорной поверхности

Определение сил взаимодействия колеса и опорной поверхности. В рамках данной статьи полагаем, что на колесо со стороны ОП действуют две реакции, имеющие различное направление и происхождение: нормальная \bar{F}_n и касательная \bar{F}_t (рис. 5).

Нормальная реакция \bar{F}_n обусловлена упругими и демпфирующими свойствами колеса (и ОП) и направлена по кратчайшему

расстоянию от ОП до центра колеса, т. е. противоположно вектору \bar{n}_p . Если точные характеристики упругости колеса неизвестны, то их в первом приближении можно считать линейными, а коэффициент упругости k_u подбирать по желаемому статическому прогибу $\delta_k^{ст}$. Коэффициент демпфирования в этом случае можно назначить равным $k_d = 0,1k_u$. Тогда нормальная реакция определяется как

$$|\bar{F}_n| = k_u \delta_k + k_d \dot{\delta}_k,$$

$$\bar{F}_n = -|\bar{F}_n| \bar{n}_p,$$

где $\dot{\delta}_k$ — скорость прогиба колеса.

Скорость прогиба колеса $\dot{\delta}_k$ в данном случае не следует определять простым численным дифференцированием по времени прогиба δ_k , поскольку изменение прогиба по сравнению с предыдущим шагом моделирования может быть вызвано не перемещением колеса, а резким изменением направления вектора \bar{n}_p , определяемого алгоритмом Гилберта — Джонсона — Керти. Однако можно эффективно вычислять скорость прогиба как длину проекции $|\bar{V}_{nK}|$ вектора скорости точки контакта колеса \bar{V}_K на вектор \bar{n}_p (см. рис. 2):

$$|\bar{V}_{nK}| = \dot{\delta}_k = \bar{n}_p \bar{V}_K.$$

Скорость точки контакта колеса \bar{V}_K (рис. 6) складывается из переносного движения центра колеса \bar{V}_C вместе с корпусом машины (и движения вдоль направляющего элемента подвески) и относительной скорости, обусловленной вращением колеса вокруг своей оси.

Относительную скорость движения точки K удобно находить как векторное произведение угловой скорости колеса $\bar{\omega}_K$ и радиус вектора \bar{r}_p :

$$\bar{V}_K = \bar{V}_C + \bar{\omega}_K \times \bar{r}_p.$$

Из этого для плоского случая следует формула

$$\bar{V}_K = \bar{V}_C + \bar{\omega}_K \begin{bmatrix} -r_p^y \\ r_p^x \end{bmatrix},$$

где r_p^y и r_p^x — проекции вектора \bar{r}_p на оси координат.

Касательная реакция \bar{F}_t по своей природе является силой трения и зависит от силы прижатия колеса к ОП (в данном случае можно принять равной реакции \bar{F}_n) и скорости скольжения \bar{V}_{tK} точки K . Вектор скорости скольжения \bar{V}_{tK} может быть легко определен как разность (см. рис. 2) полной \bar{V}_K и нормальной \bar{V}_{nK} скорости точки K :

$$\bar{V}_{tK} = \bar{V}_K - \bar{V}_{nK},$$

$$\bar{V}_{nK} = |\bar{V}_K| |\bar{n}_p|.$$

Исследователи [9] часто вычисляют касательную реакцию \bar{F}_t (по сути силу сцепления с ОП) с помощью коэффициента сцепления μ , зависящего от степени буксования S по закону

$$\mu = \mu_{\max} \left(1 - e^{-S/S_0} \right) \left(1 + e^{-S/S_1} \right).$$

Здесь μ_{\max} — максимальный коэффициент сцепления ОП (справочная величина); S_0 и S_1 — коэффициенты, определяющие форму кривой до достижения ею значения μ_{\max} , их выбирают по итогам испытаний или из условия стабильности работы имитационной модели.

В отличие от работы [10] величину S приблизительно вычисляем как модуль скорости скольжения:

$$S = |\bar{V}_{tK}|.$$

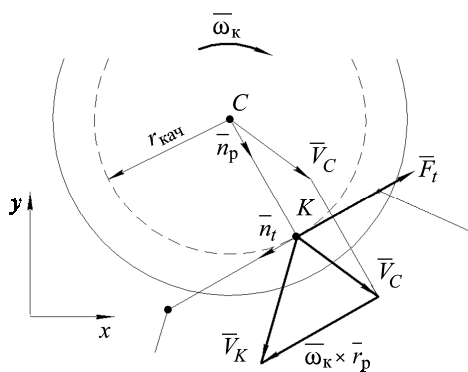


Рис. 6. Определение скорости скольжения точки контакта

Вектор касательной реакции можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} |\bar{F}_t| &= |\bar{F}_n| \mu, \\ \bar{n}_t &= \frac{\bar{V}_{tK}}{|\bar{V}_{tK}|}, \\ \bar{F}_t &= -\bar{n}_t |\bar{F}_t|. \end{aligned}$$

Здесь \bar{n}_t — орт, направленный вдоль касательной скорости \bar{V}_{tK} .

Касательная реакция \bar{F}_t приводит к возникновению на колесе момента M_t , который можно вычислить как векторное произведение касательной реакции \bar{F}_t и плеча, на котором она действует:

$$\bar{M}_t = \bar{r}_p \times \bar{F}_t.$$

Отсюда для плоского случая имеем

$$M_t = \bar{F}_t^x (-r_p^y) + F_t^y r_p^x,$$

где F_t^x и F_t^y — проекции вектора \bar{F}_t на оси координат.

Таким образом, для вращения колеса можно записать уравнение динамики

$$J_k \dot{\omega}_k = M_d + M_t + M_f.$$

Здесь J_k — момент инерции колеса и вращающихся с ним деталей трансмиссии; $\dot{\omega}_k$ — угловое ускорение колеса; M_d — момент от силовой передачи (для ведомого колеса $M_d = 0$); M_f — момент сопротивления качению колеса:

$$M_f = f r_{\text{кач}} |\bar{F}_n| (-\text{sign } \omega_k),$$

где f — коэффициент сопротивления прямолинейному движению (справочная величина).

Прежде чем приступить к моделированию транспортной машины с использованием предлагаемого метода, следует обратить внимание на то, что многие препятствия, важные для исследований, не могут быть представлены в виде одного выпуклого многоугольника. В таких случаях трассу обычно разбивают на несколько выпуклых частей. Пример определения с помощью имитационной модели сил взаимодействия колеса с трассой сложного профиля, разбитой на несколько участков, показан на рис. 7. Здесь и далее рисунки получены с помощью имитационной модели, реализованной в программе математического моделирования MATLAB. Как видно, во взаимодействии участвуют две точки контакта, в которых действуют главным образом нормальные силы.

В рамках настоящей работы считаем, что соседние неровности не влияют на упругие свойства колеса, т. е. соседние радиальные слои колеса не связаны друг с другом.

Примеры исследования профильной проходимости колесных машин. Для демонстрации возможностей предлагаемого метода была составлена имитационная компьютерная модель плоского движения колесной машины по трассе сложного профиля. Корпус колесной машины в модели представлен в виде твердого тела, имеющего три степени свободы, массу и момент инерции. Корпус соединен с колесами с помощью системы подрессоривания (СП), допускающей только вертикальные перемещения относительно корпуса, так называемой свечной подвески. При этом упругая характеристика СП является нелинейной и имеет верхний и нижний ограничители хода. Колеса моделируются в виде тела с одной степенью свободы — вертикальное перемещение относительно корпуса вдоль направляющего элемента СП. Вращение колеса в данной модели не выделено в виде отдельной координаты и учитывается только при вычислении скорости скольжения $\bar{V}_{тК}$.

Взаимодействие колес с ОП реализовано с применением алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти. Опорная поверхность представляет собой ломаную линию, предварительно разбитую на выпуклые участки с помощью специального алгоритма, рассмотренного в статье [6]. При моделировании взаимодействие ОП с корпусом не учитывалось.

На рис. 8–11 показаны примеры исследования профильной проходимости различных машин (были выбраны наиболее характерные случаи преодоления КМ препятствий).

Заезд полноприводной машины на вертикальную стенку показан на рис. 10.

Разработанный метод позволяет исследовать профильную проходимость КМ на трассах сколь угодно сложного профиля (рис. 11, а), а также подходит для исследования машин с необычной ходовой частью (рис. 11, б).

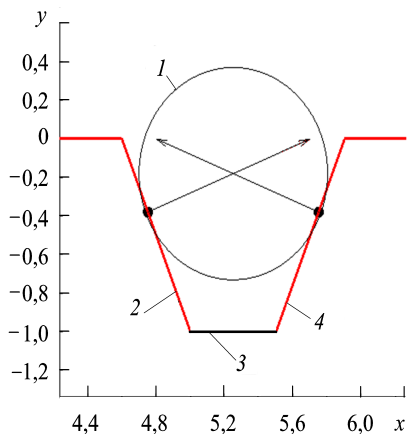


Рис. 7. Определение сил взаимодействия колеса со сложной опорной поверхностью: 1 — модель колеса; 2, 3, 4 — выпуклые многоугольники опорной поверхности

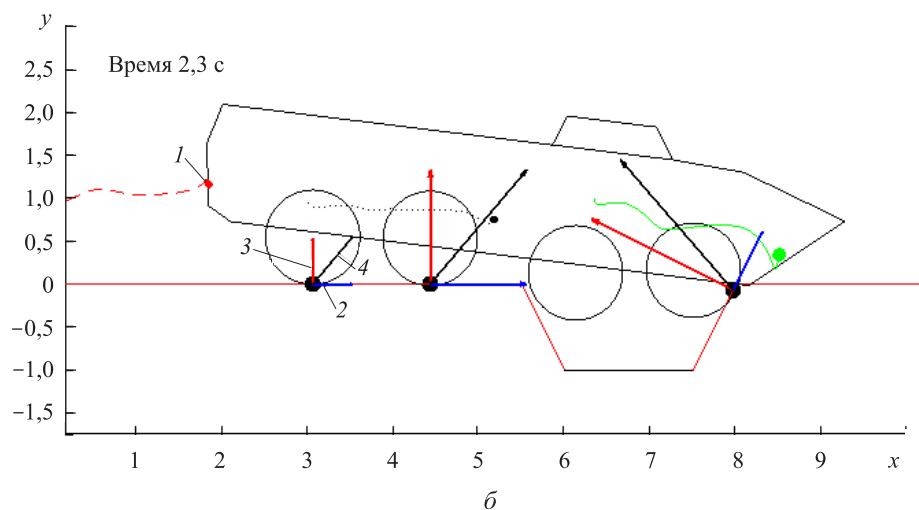
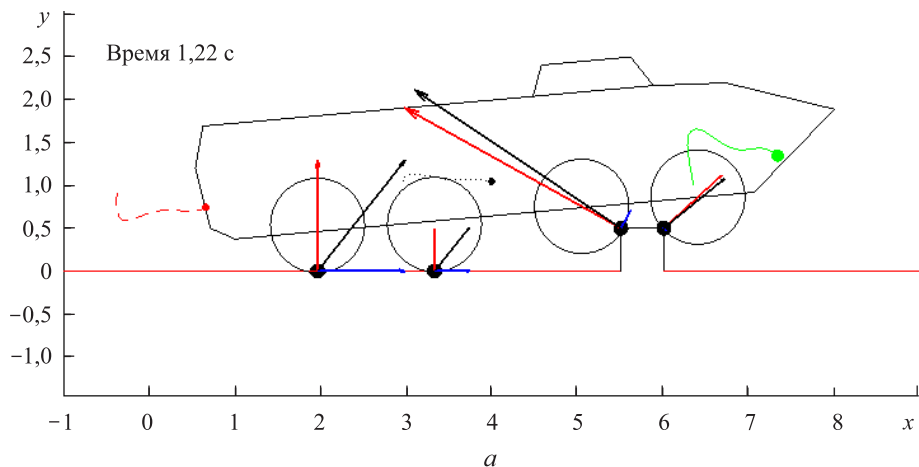


Рис. 8. Моделирование преодоления препятствий «куб» (а) и «ров» (б): 1 — точка корпуса и ее траектория; 2 — касательная реакция; 3 — нормальная реакция; 4 — суммарная реакция

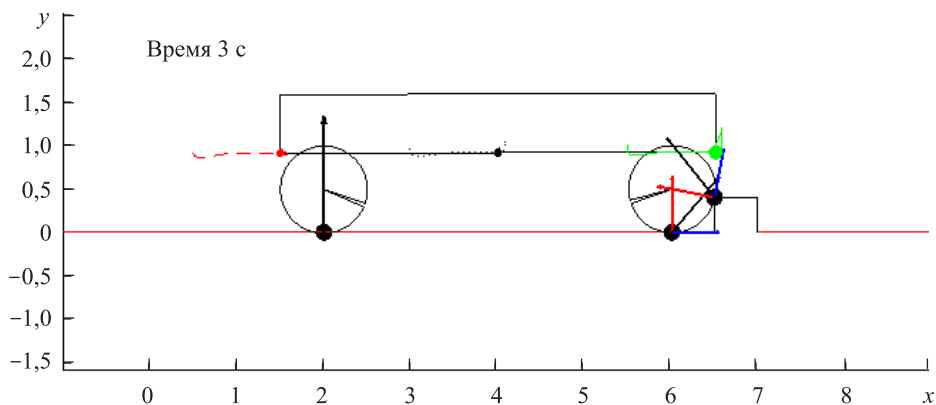


Рис. 9. Моделирование застревания переднеприводной машины на препятствии «куб»

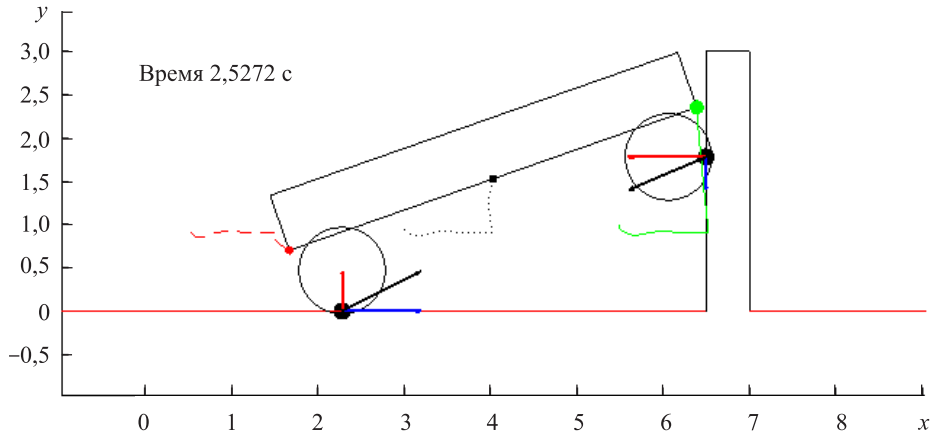


Рис. 10. Моделирование заезда полноприводной машины на вертикальную стенку

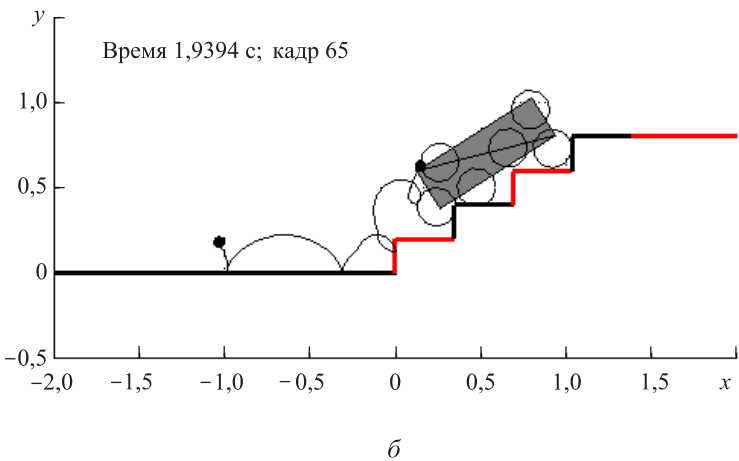
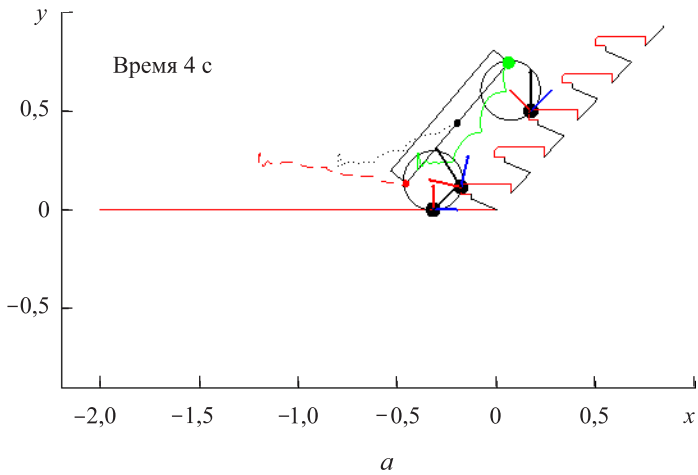


Рис. 11. Моделирование заезда полноприводного колесного робота (а) и машины с колесно-шагающим движителем (б) на лестницу

Решение пространственной задачи. Как было сказано выше, все результаты, представленные в статье, могут быть использованы при решении пространственной задачи. С помощью алгоритма Гилберта — Джонсона — Керти можно находить вектор расстояния \vec{r}_p между точкой центра колеса и пространственным многогранником трассы. Величину прогиба колеса в этом случае можно вычислить, если считать, что колесо имеет форму эллипсоида (рис. 12).

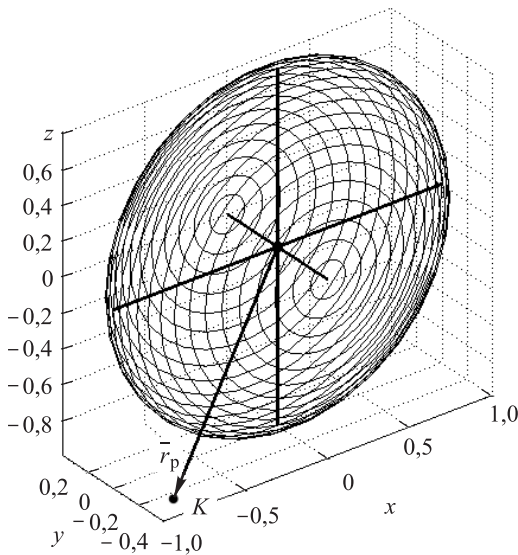


Рис. 12. Представление колеса в виде эллипсоида для пространственной задачи

В этом случае нормальные реакции всегда направлены к его центру. Прочие силы и моменты взаимодействия находятся аналогично плоскому случаю, приведенному в данной статье.

Заключение. Рассмотренные примеры моделирования с применением предлагаемого метода расчета сил взаимодействия колеса и ОП показали качественное соответствие ожидаемому поведению КМ на крупных препятствиях. Модель также позволила продемонстрировать известные ограничения профильной проходимости КМ.

Рассматриваемый метод может быть особенно полезен при исследовании проходимости колесных мобильных роботов с изменяемой геометрией ходовой части.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Мамити Г.И., Плиев С.Х., Васильев В.Г. Динамическое преодоление невысокого порога полноприводным автомобилем. *Известия Горского государственного аграрного университета*, 2015, № 3, с. 152–157.

- [2] Шухман С.Б., Соловьев В.И., Малкин М.А. *Наука и образование: научное издание*, 2010, № 11.
URL: <http://old.technomag.edu.ru/doc/163675.html> (дата обращения 13.07.2017).
- [3] Стадухин А.А. Моделирование контакта транспортной машины и опорного основания как функции вертикальной координаты. *Труды НАМИ*, 2015, № 262, с. 65–75.
- [4] Горелов В.А., Комиссаров А.И. Математическая модель взаимодействия шины с твердыми неровностями опорной поверхности для случая прямолинейного качения колеса. *ПРОМ-ИНЖИНИРИНГ. Труды II Междунар. науч.-техн. конф. Южно-Уральского государственного университета*. Челябинск, Издательский центр ЮУрГУ, 2016, с. 129–133.
- [5] Дьяков А.С., Рязанцев В.И., Анкинович Г.Г. Решение задач профильной проходимости робототехнического комплекса с колесно-шагающим движителем с помощью математического моделирования. *Наука и образование: научное издание*, 2014, № 12.
URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/747961.html> (дата обращения 13.07.2017).
- [6] Стадухин А.А. Моделирование взаимодействия мобильного робота и опорного основания с помощью алгоритмов пересечения многогранников. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2016, вып. 12.
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-12-1561>
- [7] Deng X. *Robot workcell modeling and collision detection with Matlab robotics toolbox. Master of Science Thesis*. Tampere University of Technology, 2012, 53 p.
- [8] *Java collision detection and physics engine. dyn4j*. Tag: Collision Detection.
URL: <http://www.dyn4j.org/tag/gjk> (дата обращения 13.07.2017).
- [9] *Bullet Physics Library. Real-Time Physics Simulation*.
URL: <http://bulletphysics.org/wordpress> (дата обращения 13.07.2017).
- [10] Котиев Г.О., Горелов В.А., Захаров А.Ю. Имитационное моделирование динамики прямолинейного движения колесной машины на стенде «Беговые барабаны». *Наука и образование: научное издание*, 2014, № 4.
<http://dx.doi.org/10.7463/0414.0707918>

Статья поступила в редакцию 24.03.2017

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Стадухин А.А., Песков Р.Д. Исследование профильной проходимости колесной машины с помощью алгоритма пересечения многогранников. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2017, вып. 9.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2017-9-1677>

Стадухин Антон Алексеевич — канд. техн. наук, доцент кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

e-mail: ant.m9@ya.ru

Песков Роман Дмитриевич — студент кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы» МГТУ им. Н.Э. Баумана.

e-mail: pesckov.roma@yandex.ru

Investigating the profile passability of the wheeled vehicle by means of the polyhedra intersection algorithm

© A.A. Stadukhin, R.D. Peskov

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The article suggests defining the pattern of the interaction between the support base and the wheel of the transport vehicle by means of the Gilbert — Johnson — Keerthi polyhedra intersection algorithm that allows examining the wheeled vehicle's crossing the obstacles of any profile, including the ones with the vertical walls and negative grades. With the view of the simplicity and the computations efficiency increase the suggested technique is restricted by the two-dimensional interaction between the circle of the wheel and the polygon of the road. The article provides the dependencies necessary for finding the forces and torques arising during the interaction between the wheel and the supporting surface. We introduce a simulated computer model, used for the suggested technique. The patterns of simulating the wheeled vehicle motion over the various supporting surfaces are considered. We give recommendations regarding the use of this technique for solving the spatial problem of investigating the profile passability.

Keywords: profile passability, wheeled vehicles, supporting surface, dynamic simulation, MATLAB, Gilbert — Johnson — Keerthi algorithm

REFERENCES

- [1] Mamiti G.I., Pliev S.Kh., Vasilev V.G. *Izvestiya Gorskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta — Proceedings of Gorsky State Agrarian University*, 2015, no. 3, pp. 152–157.
- [2] Shukhman S.B., Solovov V.I., Malkin M.A. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie — Science and Education of Bauman MSTU*, 2010, no. 11. Available at: <http://old.technomag.edu.ru/doc/163675.html> (accessed July 13, 2017).
- [3] Stadukhin A.A. Modelirovanie kontakta transportnoy mashiny i opornogo osnovaniya kak funktsii vertikalnoy koordinaty [Simulating the contact between the vehicle and the supporting surface as the function of the vertical coordinate]. *Trudy NAMI*. [Collection of scientific articles “TRUDY NAMI”], 2015, no. 262, pp. 65–75.
- [4] Gorelov V.A., Komissarov A.I. Matematicheskaya model vzaimodeistviya shiny s tverdymi nerovnostyami opornoy poverkhnosti dlya sluchaya pryamolineynogo kacheniya kolesa [The mathematical model of interaction between the tire and the hard irregularities of the supporting surfaces in case of rectilinear rolling motion of the wheel]. *PROM-INZHINIRING. Trudy II mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii FGBOU VPO “Yuzhno-Uralskiy gosudarstvennyy universitet” (natsionalnyy issledovatel'skiy universitet)* [Proc. of the 2nd International Conference on Industrial Engineering of the South Ural State University (national research university)]. Chelyabinsk, FGBOU VPO Publ., 2016, pp. 129–133.
- [5] Dyakov A.S., Ryzantsev V.I., Ankinovich G.G. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie — Science and Education of Bauman MSTU*, 2014, no. 12. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/747961.html> (accessed July 13, 2017).
- [6] Stadukhin A.A. *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2016, iss. 12. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-12-1561>

- [7] Deng X. *Robot workcell modeling and collision detection with Matlab robotics toolbox. Master of Science Thesis*. Tampere University of Technology, 2012, 53 p.
- [8] *Java collision detection and physics engine. dyn4j*. Tag: Collision Detection. Available at: <http://www.dyn4j.org/tag/gjk> (accessed July 13, 2017).
- [9] *Bullet Physics Library. Real-Time Physics Simulation*. Available at: <http://bulletphysics.org/wordpress> (accessed July 13, 2017).
- [10] Kotiev G.O., Gorelov V.A., Zakharov A.Yu. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie — Science and Education of Bauman MSTU*, 2014, no. 4. <http://dx.doi.org/10.7463/0414.0707918>

Stadukhin A.A., Cand. Sc. (Eng.), Assoc. Professor, Department of Multipurpose Caterpillar Machines and Mobile Robots, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: ant.m9@ya.ru

Peskov R.D., student, Department of Multipurpose Caterpillar Machines and Mobile Robots, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: pesckov.roma@yandex.ru