

Общие свойства и тенденции движения оперенного тела в сопротивляющейся среде

© Б.Я. Локшин, Ю.М. Окунев, О.Г. Привалова, В.А. Самсонов

Научно-исследовательский институт механики МГУ, Москва, 119192, Россия

Приведены результаты решения серии модельных задач о движении тела, оперение которого должно обеспечить его авторотацию. Цель постановки этих задач заключается в выявлении свойств и тенденций движения тела, определяемого собственным оперением. Проведено сопоставление движения макета тела в аэродинамической трубе со свободным полетом тела в атмосфере. Такое сопоставление позволяет воспользоваться результатами продувок макета тела для прогнозирования свойств его полета.

Ключевые слова: оперенное тело, режим авторотации, область устойчивости, притягивающие установившиеся режимы

Введение. Настоящая статья написана по материалам доклада, представленного на конференции, посвященной 170-летию со дня рождения Н.Е. Жуковского. Авторы посчитали полезным ознакомить научную общественность с серией собственных работ о динамике вертушки, продолжившей знаменитую работу классика «О парении птиц», в которой предложена механико-математическая модель полета тела, основанная на аэродинамических характеристиках всего одной пластинки.

Объект исследования настоящей работы — четыре малых пластинки, соединенных специальным образом, — создавался как простейшая модель ротошюта (ротирующего парашюта). В 1970-х годах в НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова проводились эксперименты по продувкам в аэродинамической трубе секторного парашюта с перекосом строп. Было обнаружено, что наряду с устойчивым балансирующим режимом равновесия оси вращающегося парашюта возможны режимы его практически регулярной прецессии. Направление прецессии при одних значениях параметров совпадало с направлением авторотации, а при других — было противоположным [1]. Теоретическое исследование модели движения вертушки позволило указать на связь этих особенностей с аэродинамическими характеристиками пластинок [2]. Естественным развитием задачи стал поиск ответа на традиционный для прикладной аэродинамики вопрос о соотношении свойств движения подвижного макета объекта в аэродинамической трубе и поведения полномасштабного объекта в свободном полете. Частичным ответом на этот вопрос стало сравнение условий устойчивости соответствующих стационарных движений [3].

Дальнейшее развитие привело к серии содержательных задач теоретической механики о взаимовлиянии поступательного и вращательного движений тела. Были сформулированы пять задач [1–17] о движении вертушки, в которых имитируется динамика различных объектов.

Задача 1. Центр масс вертушки закреплен с помощью сферического шарнира в аэродинамической трубе с постоянным потоком воздуха.

Задача 2. Свободная невесомая вертушка движется как ракета с постоянной тягой, направленной вдоль ее оси.

Задача 3. То же, но с сервосвязью, при которой тяга обеспечивает постоянство величины скорости центра масс тела.

Задача 4. Спуск свободной тяжелой вертушки.

Задача 5. Торможение свободной вертушки под действием только аэродинамических сил.

Во всех задачах, за исключением задачи 5, существует очевидное стационарное решение — тело движется относительно среды с постоянной скоростью центра масс, направленной вдоль оси вертушки, и совершает авторотацию вокруг этой оси с постоянной угловой скоростью. В задаче 5 обе скорости, естественно, убывают, но существует такое решение, в котором их отношение постоянно.

Уравнения движения во всех задачах похожи, поскольку принята одинаковая (четырёхточечная квазистатическая) модель аэродинамических сил, которая считается справедливой во всем фазовом пространстве каждой из задач. Это позволяет обследовать динамику объекта в «большом», а не только в окрестности установившихся движений, и выявить тенденции движения, которые определяются собственно оперением.

Если обсуждать прикладные аспекты приведенных задач, то в каждой из них необходим учет своих дополнительных обстоятельств, что делает сопоставление результатов затруднительным и малоосмысленным. Возможно, именно по этой причине авторы не смогли найти в современной литературе аналога проведенному систематическому исследованию.

Постановка задачи. Форма тела в условиях задач 1–5 принята одинаковой. Оперение состоит из четырех одинаковых лопастей, симметрично расположенных на теле (рис. 1) таким образом, чтобы центры O_i лопастей оказались в плоскости, ортогональной оси симметрии тела, на расстоянии r от этой оси и образовывали вершины квадрата. Введенная система координат $Oxyz$ (см. рис. 1) связана с телом, ось z является осью динамической симметрии тела, а оси x и y направлены так, что на них лежат центры лопастей. Положение лопастей относительно плоскости, проходящей через их центры, определяется установочным углом лопасти β между этой плоскостью

и нормалью \mathbf{n}_i к плоскости лопасти (рис. 2). Угол α_i атаки i -й лопасти введен как угол между вектором скорости точки O_i и плоскостью, связанной с лопастью. Нормаль \mathbf{n}_i в точке O_i к этой плоскости и вектор \mathbf{V}_i образуют плоскость угла атаки α_i (см. рис. 2).

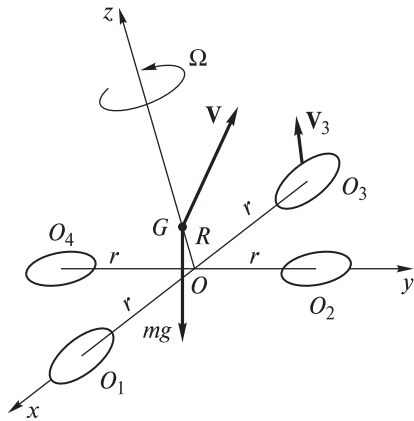


Рис. 1. Форма тела

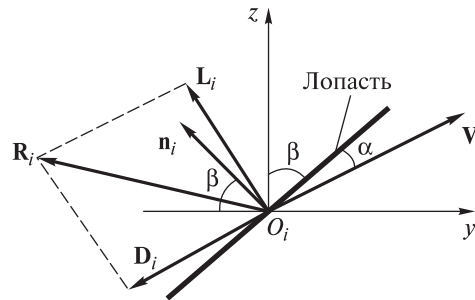


Рис. 2. Положение лопастей относительно плоскости, содержащей их центры

Предполагается, что все аэродинамическое воздействие сосредоточено на лопастях и распределенная система аэродинамических сил, действующих на лопасть, эквивалентна равнодействующей \mathbf{R}_i , приложенной в ее центре O_i (центре давления, см. рис. 2). При этом наличие ненулевого установочного угла β обеспечивает авторотацию тела относительно оси динамической симметрии. Воспользуемся квазистатической моделью воздействия среды на тело [2, 18], поскольку при определенных условиях она позволяет удовлетворительно описать даже нестационарные движения тела [4].

Математическая модель движения. В задаче 1 движение тела описывается уравнением вращения относительно неподвижного центра O масс

$$\dot{\mathbf{G}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{G} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_i \times \mathbf{R}_i,$$

где \mathbf{G} — вектор кинетического момента; $\boldsymbol{\Omega}$ — вектор угловой скорости тела.

Эти уравнения дополняют кинематические соотношения

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{vmatrix} \dot{\theta} - \dot{\gamma} \sin \varphi \\ \dot{\gamma} \cos \varphi \sin \theta + \dot{\varphi} \cos \theta \\ \dot{\gamma} \cos \varphi \cos \theta + \dot{\varphi} \sin \theta \end{vmatrix},$$

где θ и φ — углы Крылова, которые определяют направление вектора скорости \mathbf{V} в связанной с телом системе координат.

В математической модели движения для задач 2–5 уравнение, описывающее вращение относительно подвижного центра O масс, дополнено уравнением движения центра масс тела

$$\dot{\mathbf{K}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{R}_i + \mathbf{P},$$

где \mathbf{K} — вектор количества движения; \mathbf{P} в задаче 2 — постоянная тяга, в задаче 3 — тяга, обеспечивающая постоянство модуля вектора скорости центра масс, в задаче 4 — сила тяжести, в задаче 5 — равно нулю.

Как обычно, будем считать, что аэродинамические силы \mathbf{R}_i имеют две составляющие: силу \mathbf{D}_i лобового сопротивления и подъемную силу \mathbf{L}_i . Их величины выражаются формулами

$$\mathbf{D}_i = c_d(\alpha_i) V_i^2, \quad \mathbf{L}_i = c_l(\alpha_i) V_i^2,$$

где $c_d(\alpha_i), c_l(\alpha_i)$ — коэффициенты аэродинамических сил, зависимость которых от угла атаки определяется экспериментально. Соответствующие данные имеются, например, в работе [5].

Вследствие симметрии в рассматриваемых задачах, очевидно, существует тривиальное стационарное решение (режим авторотации). В задачах 2–4 — это движение тела вдоль своей оси симметрии с постоянной скоростью, в задаче 1 ось симметрии тела ориентирована по потоку. При этом угловая скорость авторотации тела вокруг оси симметрии — величина постоянная. В задаче 5 в режиме авторотации выполняется соотношение $\frac{r\Omega_0}{V_0} = \text{const}$.

В этом режиме все исследуемые варианты характеризуются одинаковыми углами атаки на лопастях: $\alpha_i = \alpha$. Значение угла α удовлетворяет трансцендентному уравнению

$$k(\alpha) + \text{tg}(\alpha + \beta) = 0,$$

где $k(\alpha) = \frac{c_d(\alpha)}{c_l(\alpha)}$ — аэродинамическое качество лопасти.

В рамках созданной математической модели пространственного движения тела исследовано влияние массовых, геометрических параметров и аэродинамических характеристик как на устойчивость тривиального режима авторотации, так и на характер движения тела в «большом».

В работах [6, 7] построены области асимптотической устойчивости оси динамической симметрии тела в режиме авторотации в пространстве комбинаций коэффициентов дифференциальных уравне-

ний, описывающих малые колебания оси тела, с комплексной переменной второго порядка в задачах 1–3, 5 и третьего порядка — в задаче 4. Также построены области асимптотической устойчивости режимов авторотации в пространстве исходных параметров задачи 1. Описана эволюция границ областей устойчивости в задачах 2, 3 и 5 при изменении массы тела [8, 9]. Это позволило определить интервалы следующих значений параметров установки оперения:

- установочного угла лопасти;
- смещения центра масс;
- отношения моментов инерции, которые обеспечивают устойчивость режима авторотации [6–12].

Переходные процессы. Для описания движения тела в случае больших начальных отклонений от значений переменных, отвечающих режиму авторотации, были численно проинтегрированы нелинейные дифференциальные уравнения [13–14].

В задачах 1–5 для значений установочного угла β из области устойчивости вдали от ее границы даже при больших начальных отклонениях по угловым и линейным скоростям наблюдается быстрое затухание переходных процессов с выходом на режим авторотации, отвечающий заданному значению β . В качестве примера приведем фазовые траектории в подпространстве угловых скоростей, отвечающие двум разным наборам начальных условий, в задаче о свободном падении тяжелого тела (задача 4) (рис. 3). Видно, что фазовые траектории заканчиваются в точке $(0, 0, \Omega_0)$.

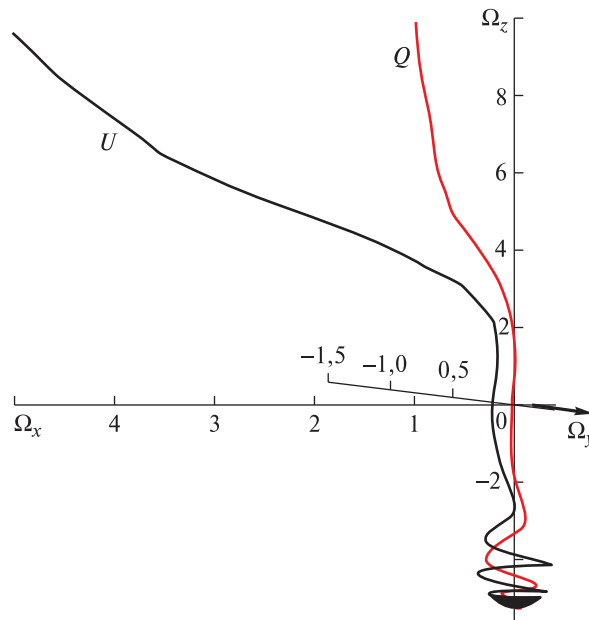


Рис. 3. Фазовые траектории в подпространстве угловых скоростей

О формах нетривиальных движений. Показано, что в случае несмещенного центра масс тела (он находится в точке O (см. рис. 1)) для значений угла β , при которых тривиальный режим авторотации неустойчив, существуют нетривиальные притягивающие установившиеся режимы.

При авторотации тела в аэродинамической трубе (задача 1) возникают два нетривиальных притягивающих установившихся режима: перманентное вращение и прецессия. Вращение происходит вокруг некоторой оси, лежащей в плоскости Oxy центров лопастей (кувыркание). Прецессия совершается вокруг оси, также лежащей в этой плоскости. В фазовом пространстве угловых скоростей кривая U отвечает выходу на режим перманентного вращения, кривая P — на режим прецессии (рис. 4). В задаче 4 наблюдаются похожие режимы прецессии и перманентного вращения, оси которых также находятся в плоскости, перпендикулярной оси динамической симметрии тела.

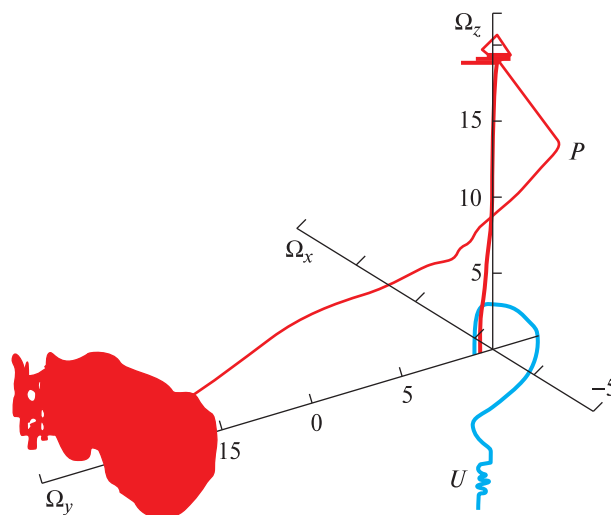


Рис. 4. Примеры фазовых траекторий нетривиальных притягивающих установившихся режимов

При движении тела под действием тяги (задачи 2, 3) существует притягивающий нетривиальный режим прецессии вокруг оси динамической симметрии.

Эволюция нетривиальных движений при смещении центра масс. Смещение центра масс тела вдоль оси его динамической симметрии приводит к изменению типа описанных выше нетривиальных притягивающих режимов. Продемонстрируем это на конкретном примере (рис. 5). Из рис. 5 видно, что при отсутствии смещения ($R = 0$) осуществляется переход на режим кувыркания. При $R = 0,3r$ осуществляется переход на режим прецессии, а уже при $R = 0,5r$ тело

выходит на тривиальный режим авторотации с угловой скоростью, соответствующей заданному углу β . Более того, достаточно большое значение R обеспечивает устойчивость тривиального режима авторотации для любого значения установочного угла.

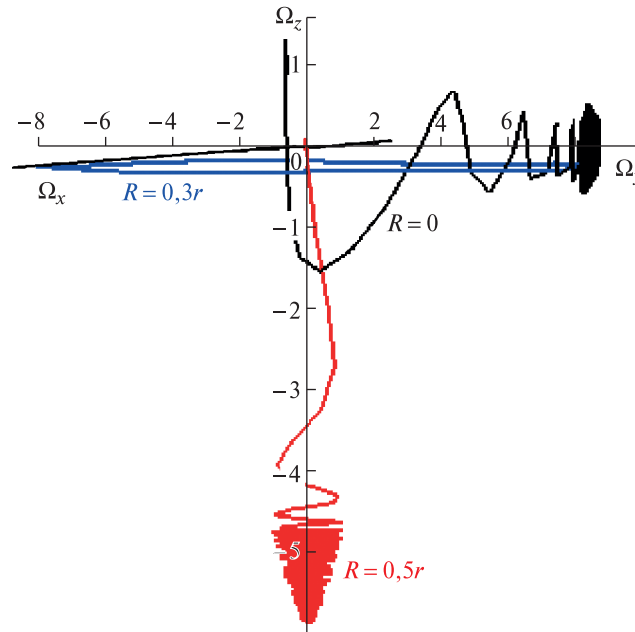


Рис. 5. Изменение форм фазовых траекторий в пространстве угловых скоростей в зависимости от величины смещения центра масс (задача 4)

Граничное значение установочного угла. Вернемся к случаю несмещенного центра масс. Пусть $\beta = 0^\circ$ или $\beta = 90^\circ$. В обоих случаях в задаче 4 существует семейство неизолированных притягивающихся установившихся режимов планирования, при которых $\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0$, а скорость центра масс — величина постоянная. На рис. 6 отражены некоторые характеристики этого семейства. Сплошными прямыми изображены траектории центра масс тела в вертикальной плоскости. Движение по каждой из этих траекторий происходит с двумя значениями скорости, определяемыми углами атаки. С большим углом атаки тело планирует на небольшое расстояние в горизонтальном направлении (сплошная кривая S), а с малым углом атаки — на большое расстояние (штриховая кривая L). Кривые S и L определяют дальность планирования за фиксированное время. Из рис. 6 также видно, что при некотором угле планирования и соответствующем ему угле атаки на лопастях (им соответствует точка B на кривой L) тело пролетит на наибольшее расстояние в горизонтальном направлении за фиксированное время. В точке A (отвечает максимуму аэродина-

мического качества лопасти) сходятся кривые S и L , что соответствует наименьшей скорости спуска (планирование на максимальное расстояние).

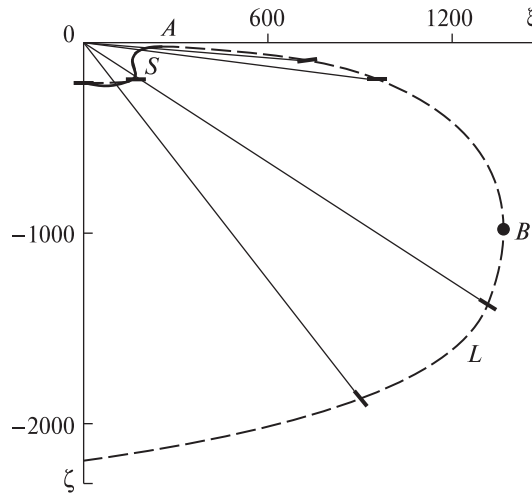


Рис. 6. Режимы планирования

При граничных положениях лопастей (задачи 1–3) также существует семейство неизолированных притягивающихся установившихся режимов, на которых угловая скорость собственного вращения оперенного тела равна нулю, а скорость центра масс постоянна (задачи 2, 3).

Траектории полета. В зависимости от типа притягивающего установившегося режима траектории центра масс в неподвижном пространстве $\xi\eta\zeta$ имеют разную форму. В случае любого вида прецессии в задачах 2, 3 центр масс движется на установившемся движении по винтовой линии, при этом радиусы винта существенно зависят от установочного угла лопасти (рис. 7). Даже траектория L , которая кажется прямолинейной, оказывается фактически винтовой с очень малым радиусом. На переходном режиме траектория может отличаться от винтовой (см. начальные участки траекторий P, U).

На характер траектории существенно влияет смещение центра масс. Приведем траектории спуска тела, соответствующие фазовым траекториям, представленным на рис. 5. С увеличением смещения центра масс тела (рис. 8) происходит переход от движения по винтовой линии к прямолинейному вертикальному спуску.

При произвольных начальных условиях в случае прямолинейного вертикального движения вертушки может происходить нетривиальный обмен энергии между ее вращательным и поступательным движениями, приводящий, в частности, к подъему вертушки на некоторую высоту [19].

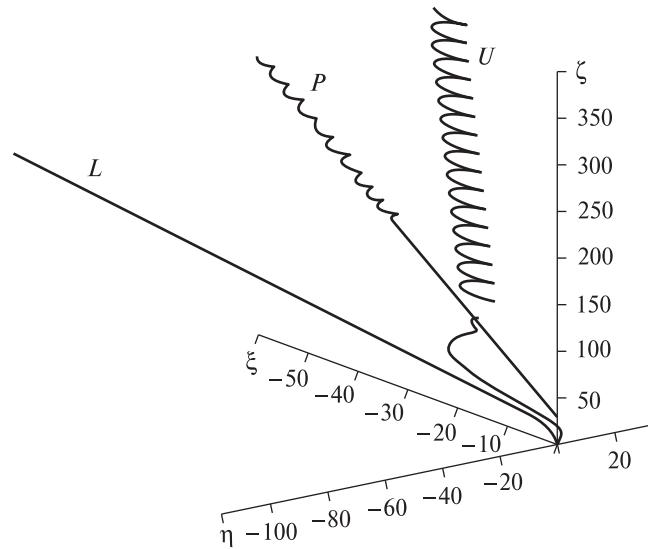


Рис. 7. Траектории центра масс в неподвижном пространстве

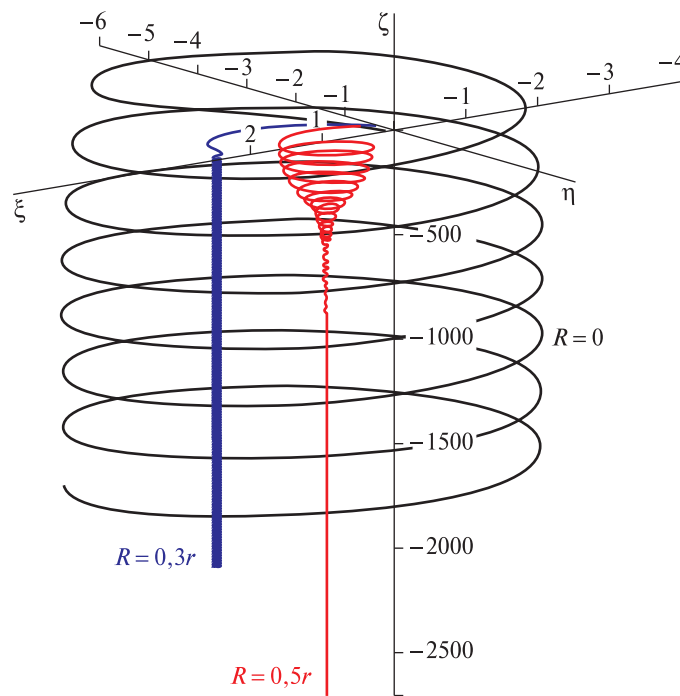


Рис. 8. Траектории спуска тела, у которого центр масс смещен на разное расстояние

Общие свойства и тенденции движения оперенного тела. Обстоятельное сопоставление «аэродинамически подобных» режимов движения тела позволило установить ряд общих свойств.

Колебания оси тела (задачи 2, 3) под действием тяги в случае большой массы при неизменных моментах инерции тела в линейном приближении описываются практически теми же уравнениями, что и в задаче (1) о вращении тела в аэродинамической трубе.

Увеличение массы тела, движущегося под действием тяги, приводит к уменьшению области устойчивости тривиального режима авторотации при малых значениях установочного угла. Для тел с достаточно большой массой область устойчивости практически совпадает с областью устойчивости оси при вращении тела в потоке аэродинамической трубы.

В случае если центр масс не смещен, при вращении тела в аэродинамической трубе и при свободном падении тела возникают режимы прецессии и кувыркания. Смещение центра масс вдоль оси вертушки приводит к режиму прецессии вокруг оси динамической симметрии.

При граничных положениях лопастей (задачи 1–3) наблюдаются неизоллированные притягивающие установившиеся режимы, подобные режимам планирования при свободном падении тела.

Таким образом, прослеживается аналогия в поведении макета тела, находящегося в потоке аэродинамической трубы, с движением тела в невозмущенной атмосфере под действием различных сил.

Полученные результаты носят прежде всего методический характер и послужили основой при подготовке нескольких учебных пособий [20–22].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гувернюк С.В., Фалуниин М.П., Фещенко С.А. Исследование движения вращающегося парашюта. *Парашюты и проницаемые тела*. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 1980, с. 30–44.
- [2] Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. *Введение в задачу о движении тела в сопротивляющейся среде*. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 1986, 86 с.
- [3] Привалов В.А., Самсонов В.А. Сопоставление свойств устойчивости двух режимов авторотации. *ПММ*, 1994, т. 58, вып. 2, с. 37–48.
- [4] Зенкин А.Н., Привалов В.А., Самсонов В.А. О квазистатической модели воздействия среды на авторотирующее тело. *Изв. РАН. МТТ*, 1993, № 4, с. 73–78.
- [5] Табачников В.Г. Стационарные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки. *Труды ЦАГИ*, 1974, вып. 1621, с. 79–93.
- [6] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. The geometry of stability domains of systems with different dimensions. *«Mechanics — Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on»*, IEEE, 4 p. DOI: 10.1109/POLYANOV.2015.7106763
- [7] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Трансформация областей устойчивости одностипных режимов авторотации. *Труды XI Международной Четаевской конференции «Аналитическая механика, устойчивость и управление»*. Казань, 13–17 июня 2017 г. Казань, Изд-во КНИТУ-КАИ, 2017, т. 1, с. 275–282.

- [8] Привалова О.Г., Окунев Ю.М., Самсонов В.А. Об устойчивости движения осесимметричного оперенного тела в сопротивляющейся среде. *Вестник НГУ*, 2011, №4(2), с. 287–289.
- [9] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Сопоставление свойств устойчивости трех режимов авторотации. *Сб. избр. тр. Междунар. науч. конф. по механике «Шестые Поляховские чтения»*. Санкт-Петербург, 31 января — 3 февраля 2012 г. Санкт-Петербург, Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2012, с. 59–63.
- [10] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. О динамике гироскопических систем. *Актуальные проблемы механики. Академик А.Ю. Ишлинский — выдающийся ученый-механик: сб. статей*. Москва, Изд-во Наука, 2013, с. 124–128.
- [11] Привалова О.Г., Окунев Ю.М. Устойчивость режимов авторотации в задачах, обладающих разным числом степеней свободы. *Сб. докл. XI Всерос. съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики*. Казань, 20–24 августа 2015 г. Казань, Казанский (Приволжский) федеральный ун-т, 2015, с. 3113–3115.
<https://libweb.kpfu.ru/publication/papers/XIMEcon/01085>
- [12] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Об устойчивости режима установившегося торможения оперенного тела в сопротивляющейся среде. *Тр. Шестого Междунар. аэрокосмического конгресса IAC'09, Москва, 23–27 августа 2009 г.* Москва, 2010, с. 229–241.
- [13] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Особенности движения оперенного тела в сопротивляющейся среде. *Сб. науч. тр. X Междунар. Четаевской конф. «Аналитическая механика, устойчивость и управление»*, Казань, 12–16 июня 2012 г. Казань, Изд-во Казанского гос. техн. ун-та, 2012, т. 2, с. 422–429.
- [14] Самсонов В.А., Окунев Ю.М., Привалова О.Г. Характерные движения оперенного тела в сопротивляющейся среде. *Тр. Седьмого Междунар. аэрокосмического конгресса IAC'12, Москва, 10–14 апреля 2012 г.* Москва, Изд-во «Буки веда», 2013, с. 174–181.
- [15] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. О движении оперенного тела в сопротивляющейся среде. *AuT*, 2013, № 8, с. 112–120.
- [16] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. К вопросу о влиянии оперения на характер движения ЛА. *Тр. IV Всерос. науч.-техн. конф. «Фундаментальные основы баллистического проектирования»*, Санкт-Петербург, 23–28 июня 2014 г. Санкт-Петербург, Балтийский государственный технический университет, 2014, с. 31–38.
- [17] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. О влиянии оперения на характер спуска тяжелого тела. *Тр. Восьмого Междунар. аэрокосмического конгресса IAC'15, Москва, 28–31 августа 2015 г.* Москва, Изд-во «Перо», 2016, с. 120–126.
- [18] Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. О колебаниях оси оперенного тела при спуске в атмосфере. *Тр. X Всерос. науч. конф. «Нелинейные колебания механических систем»*, Нижний Новгород, 26–29 сентября 2016 г. Нижний Новгород, Изд-во «Наш дом», 2016, с. 591–595.
- [19] Локшин Б.Я., Самсонов В.А. Особенности движения тела-вертушки. *Изв. РАН, МТТ*, 2018, №1, с.64–73.
- [20] Локшин Б.Я., Привалов В.А., Самсонов В.А. *Введение в задачу о движении точки и тела в сопротивляющейся среде*. Москва, Издательский Дом МГУ, 1992, 75 с.

- [21] Локшин Б.Я., Самсонов В.А. *Задача о движении тела в сопротивляющейся среде. Качественный анализ*. Москва, Издательский Дом МГУ, 2012, 237 с.
- [22] Локшин Б.Я., Привалова О.Г., Самсонов В.А. *К динамике ротошюта*. Москва, Издательский Дом МГУ, 2018, 65с.

Статья поступила в редакцию 10.07.2018

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Локшин Б.Я., Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Общие свойства и тенденции движения оперенного тела в сопротивляющейся среде. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2018, вып. 9.
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2018-9-1799>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на Международной конференции «Фундаментальные и прикладные задачи механики FAPM–2017», посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского, Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 24–27 октября 2017 г.

Локшин Борис Яковлевич — ведущий науч. сотр. Института механики МГУ имени М. В. Ломоносова. Область научных интересов — динамика полета и управления, движение тел в сопротивляющейся среде.

Окунев Юрий Михайлович — канд. физ.-мат. наук, директор НИИ механики МГУ, академик РАЕН, академик Российской академии навигации и управления. Область научных интересов — внешняя баллистика.

Привалова Ольга Георгиевна — канд. физ.-мат. наук., ст. науч. сотр. НИИ механики МГУ. Область научных интересов — динамика полета и управления, динамика твердого тела, взаимодействующего со средой.
e-mail: privalova@imec.msu.ru

Самсонов Виталий Александрович — д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотр. НИИ механики МГУ. Область научных интересов — теоретическая механика.
e-mail: samson@imec.msu.ru

General properties and trends in the movement of a finned body in a resisting medium

© B.Ya. Lokshin, Yu.M. Okunev, O.G. Privalova, V.A. Samsonov

Institute of mechanics, Lomonosov Moscow State University,
Moscow, 119192, Russia

The article describes the results of solving a series of model problems on the motion of a body whose fins should ensure its autorotation. The purpose of the formulation of these problems is to identify the properties and trends of the body movement, determined by fins proper. The motion of the body model in the wind tunnel is compared with a free flight of the body in the atmosphere. This comparison allows using the results of body model blowdowns for predicting the properties of its flight.

Keywords: *finned body, autorotation, stability region, attracting steady states*

REFERENCES

- [1] Guvernuk S.V., Falunin M.P., Feshchenko S.A. *Issledovanie dvizheniya vraschauschegosya parashuta. Parashuty i pronitsaemye tela* [Study of the rotating parachute motion. Parachutes and permeable bodies]. Moscow, MGU Publ., 1980, pp. 30–44.
- [2] Lokshin B.Ya., Privalov V.A., Samsonov V.A. *Vvedenie v zadachu o dvizhenii tela v soprotivlyauscheysya srede* [Introduction to the problem of the body motion in a resisting medium]. Moscow, MGU Publ., 1986, 86 p.
- [3] Privalov V.A., Samsonov V.A. *Prikladnaya matematika i mekhanika — Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1994, vol. 58, no. 2, pp. 37–48.
- [4] Zenkin A.N., Privalov V.A., Samsonov V.A. *Mekhanika tverdogo tela. Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk — Mechanics of Solids. A Journal of Russian Academy of Sciences*, 1993, no. 4, pp. 73–78.
- [5] Tabachnikov V.G. Stacionarnye kharakteristiki krylev na malykh skorostyakh vo vsem diapazone uglov atak [Stationary wing characteristics at low speeds in the entire range of angle of attack]. *Trudy TsAGI* [Proceedings of the Central Aerohydrodynamic Institute]. 1974, no. 1621, pp. 79–93.
- [6] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. The geometry of stability domains of systems with different dimensions. *Proceedings of the International Conference “Seventh Polyakhov's Readings, on Mechanics”*, St. Petersburg, IEEE Publ., 2015, 4 p. DOI: 10.1109/POLYAHOV.2015.7106763
- [7] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. Transformatsiya oblastey ustoychivosti odnotipnykh rezhimov avtorotatsii [Transformation of stability domains of autorotation of the same types]. *Trudy XI Mezhdunarodnoy Chetaevskoy konferentsii “Analiticheskaya mekhanika, ustoychivost i upravlenie”, Kazan 13–17 iyunya, 2017* [Proceedings of the 11th International Chetaev Conference “Analytical Mechanics, Sustainability and Control”, Kazan, June 13–17, 2017]. Kazan, KNITU-KAI Publ. 2017, vol. 1, pp. 275–282.
- [8] Privalova O.G., Okunev Yu.M., Samsonov V.A. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo — Vestnik of Lobachevsky University of Nizhny Novgorod*, 2011, no. 4 (2), pp. 287–289.
- [9] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. Sopostavlenie svoystv ustoychivosti trekh rezhimov avtorotatsii [Comparison of the stability properties of the three autorotation modes]. *Sbornik izbrannykh trudov Mezhdunarodnoy*

- nauchnoy konferentsii po mekhanike "Shestye Polyakhovskie chteniya" St. Petersburg 31 yanvarya — 3 fevralya 2012 g.* [Proceedings of the International Scientific Conference on Mechanics "The Sixth Polyakhov Readings", St. Petersburg, January 31 — February 3, 2012. Collection of Selected Works]. St. Petersburg, St. Petersburg University Publ., 2012, pp. 59–63.
- [10] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. O dinamike giroskopicheskikh system [On the dynamics of gyroscopic systems]. In: *Aktualnye problemy mekhaniki. Akademik A.Yu. Ishlinsky — vydaushchiysya uchenyy-mekhanik. Sbornik statey* [Actual problems of mechanics. Academician A.Yu. Ishlinsky — an outstanding scientist-mechanic. Collection of the articles]. Moscow, Nauka Publ., 2013, pp. 124–128.
- [11] Privalova O.G., Okunev Yu.M. Ustoychivost rezhimov avtorotatsii v zadachakh, obladayushchikh raznyim chislom stepeney svobody [Stability of autorotation regimes in problems with different number of degrees of freedom]. *Sbornik dokladov XI Vserossiyskogo syezda po fundamentalnym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mekhaniki. Kazan, 20–24 avgusta 2015 g.* [Proceedings of the XI All-Russian congress on fundamental problems of theoretical and applied mechanics. Kazan, August 20–24, 2015]. Kazan, Kazan Federal University Publ., 2015, pp. 3113–3115. Available at: <https://libweb.kpfu.ru/publication/papers/XIMEcon/01085>
- [12] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. Ob ustoychivosti rezhima ustanovivshegosya tormozheniya operennogo tela v soprotivlyayushcheysya srede [On the stability of the steady-state braking mode of a finned body in a resisting medium]. *Trudy Shestogo Mezhdunarodnogo aerokosmicheskogo kongressa IAC'09, Moskva, 23–27 avgusta 2009 g.* [Proceedings of the Sixth International Aerospace Congress IAC'09, Moscow, August 23–27, 2009]. Moscow, 2010, pp. 229–241.
- [13] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. Osobennosti dvizheniya operennogo tela v soprotivlyayushcheysya srede [Features of a finned body motion in a resisting medium]. *Sbornik nauchnykh trudov X Mezhdunarodnoy Chetaevskoy konferentsii "Analiticheskaya mekhanika, ustoychivost i upravlenie" Kazan 12–16 iyunya, 2012 g.* [Proceedings of the 10th International Chetaev Conference "Analytical Mechanics, Sustainability and Control" Kazan June 12–16, 2012]. Kazan, Kazan National Research Technical University Publ., 2012, vol. 2, pp. 422–429.
- [14] Samsonov V.A., Okunev Yu.M., Privalova O.G. Kharakternye dvizheniya operennogo tela v soprotivlyayushcheysya srede [Characteristic movements of the finned body in a resisting medium]. *Trudy Sedmogo Mezhdunarodnogo aerokosmicheskogo kongressa IAC'12, Moskva, 10–14 aprelya 2012 g.* [Proceedings of the Seventh International Aerospace Congress IAC'12, Moscow, April 10–14, 2012]. Moscow, Buki vedi Publ., 2013, pp. 174–181.
- [15] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. *Avtomatika i telemekhanika — Automation and Remote Control*, 2013, no. 8, pp. 112–120.
- [16] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. K voprosu o vliyaniy opereniya na kharakter dvizheniya LA [On the influence of fins on the nature of aircraft motion]. *Trudy IV Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii "Fundamentalnye osnovy ballisticheskogo proektirovaniya", Sankt Peterburg, 23–28 iyunya 2014 g.* [Proceedings of the IV All-Russian Scientific and Technical Conference "Fundamental basics of ballistic design", St. Petersburg, June 23–28, 2014]. St. Petersburg, Baltic State Technical University Publ., 2014, pp. 31–38.
- [17] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. O vliyaniy opereniya na kharakter spuska tyazhelogo tela [On the influence of fins on the heavy body descent

- pattern]. *Trudy Vosmogo Mezhdunarodnogo aerokosmicheskogo kongressa IAC'15, Moskva, 28–31 avgusta 2015 g.* [Proceedings of the Eighth International Aerospace Congress IAC'15, Moscow, August 28–31, 2015]. Moscow, Pero Publ., 2016, pp. 120–126.
- [18] Okunev Yu.M., Privalova O.G., Samsonov V.A. O kolebaniyakh osi operennogo tela pri spuske v atmosphere [On the vibrations of the finned body axis during descent in the atmosphere]. *Trudy X Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii "Nelineynye kolebaniya mekhanicheskikh system", Nizhniy Novgorod, 26–29 sentyabrya 2016 g.* [Proceedings of the X All-Russian Scientific Conference "Nonlinear oscillations of mechanical systems", Nizhny Novgorod, September 26–29, 2016]. Nizhny Novgorod, Nash Dom Publ., 2016, pp. 591–595.
- [19] Lokshin B.Ya., Samsonov V.A. *Mekhanika tverdogo tela. Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk — Mechanics of Solids. A Journal of Russian Academy of Sciences*, 2018, no. 1, pp. 64–73.
- [20] Lokshin B.Ya., Privalov V.A., Samsonov V.A. *Vvedenie v zadachu o dvizhenii tochki i tela v soprotivlyauscheysya srede* [Introduction to the problem of motion of a point and a body in a resisting medium]. Moscow, MGU Publ., 1992, 75 p.
- [21] Lokshin B.Ya., Samsonov V.A. *Zadacha o dvizhenii tela v soprotivlyauscheysya srede. Kachestvennyy analiz* [The problem of body motion in a resisting medium. Qualitative analysis]. Moscow, MGU Publ., 2012, 237 p.
- [22] Lokshin B.Ya., Privalova O.G., Samsonov V.A. *K dinamike rotozhuta* [On the dynamics of the rotochute]. Moscow, MGU Publ., 2018, 65 p.

Lokshin B.Ya., Leading Research Fellow, Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University. Research interests: flight dynamics and control, movement of bodies in a resisting medium.

Okunev Yu.M., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Academician of the Russian Academy of Natural Sciences, Academician of the Russian Academy of Navigation and Control. Director of Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University. Research interests: exterior ballistics.

Privalova O.G., Cand. Sc. (Phys.-Math.), Senior Research Fellow, Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University. Research interests: flight dynamics and control, dynamics of a solid interacting with the medium. e-mail: privalova@imec.msu.ru

Samsonov V.A., Dr. Sc. (Phys.-Math.), Chief Research Fellow, Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University. Research interests: theory of mechanics. e-mail: samson@imec.msu.ru