

Параметрическое исследование конвективного теплообмена при обтекании затупленного конуса сверхзвуковым воздушным потоком

© К.Ю. Арефьев, М.А. Абрамов, С.А. Мирошниченко,
Л.И. Метелешко

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Представлена математическая модель для выполнения параметрических расчетов конвективного теплообмена на поверхности затупленного конуса при его сверхзвуковом обтекании воздушным потоком. Проведено сравнение расчетных данных с известными экспериментальными данными по обтеканию конуса потоком воздуха с числом Маха $M_\infty = 8$. Определены параметры расчетной сетки, позволяющие достичь наименьшего отклонения результатов расчета от экспериментальных данных. Проведено параметрическое исследование обтекания сверхзвуковым воздушным потоком конусов с различными полууглами раствора в диапазоне чисел Маха от 4 до 10. На основе результатов исследования создана база расчетных данных, описывающая влияние режимных параметров на коэффициент теплоотдачи от сверхзвукового потока воздуха к поверхности конуса. Полученные данные могут быть использованы при оптимизации геометрической конфигурации и режимов полета высокоскоростных летательных аппаратов.

Ключевые слова: конус, обтекание, сверхзвуковой поток, воздух, коэффициент теплоотдачи, конвективный теплообмен, погрешность расчетов, параметрическое исследование

Введение. Вопросы моделирования теплового состояния элементов конструкции перспективных летательных аппаратов (ЛА) в условиях внутриаэрофизического полета имеют большой практический интерес [1]. Современные САЕ-системы (Computer-Aided Engineering) позволяют проводить расчеты теплообмена при течении сжимаемого газа [2, 3] в широком диапазоне моделируемых условий. Однако для обеспечения допустимой точности математического моделирования и приемлемого уровня затрат машинного времени [3] требуется выполнять оптимизацию расчетных областей и сеток. При этом одним из определяющих параметров для надлежащего моделирования конвективных тепловых потоков является безразмерная толщина пристеночной ячейки y^+ [4, 5].

В качестве объекта исследования рассмотрен затупленный конус (рис. 1) — характерный конструктивный элемент многих высокоскоростных ЛА.

Задачами исследования являются валидация математической модели, выбор параметров расчетной сетки и создание базы расчетных

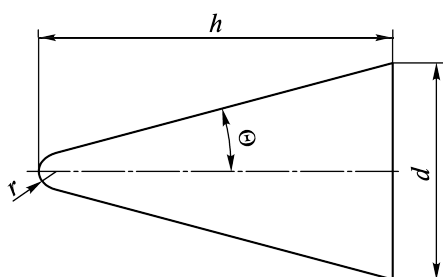


Рис. 1. Конфигурация затупленного конуса:

h — высота конуса; Θ — полуугол раствора;
 r — радиус затупления

данных, описывающей влияние режимных параметров на коэффициент теплоотдачи от сверхзвукового потока воздуха к поверхности конуса.

Исследование включает в себя два этапа. На первом этапе проведена валидация математической модели посредством сравнения расчетных данных с экспериментальными [6], а также определены параметры расчетной сетки, обеспечивающие их удовлетвори-

тельную сходимость. На втором этапе выполнены параметрические расчеты конвективного теплообмена для конусов с различными геометрическими характеристиками в широком диапазоне изменения скоростей и статических давлений набегающего воздушного потока.

Математическая модель. Моделирование обтекания конуса проведено в программном пакете ANSYS Fluent [7] на основе решения полной системы дискретизированных уравнений Навье — Стокса в осесимметричной постановке [8], при этом воздух полагался идеальным газом. Система замыкалась с помощью полуэмпирической RANS-модели турбулентности $k-\omega$ [9, 10], которая дает возможность минимизировать погрешность при расчете пристеночного течения и теплообмена.

В процессе моделирования изучается влияние различных факторов только на конвективную составляющую теплового потока. Следует отметить, что радиационный тепловой поток при низких температурах стенки (< 1000 К) по сравнению с конвективным тепловым потоком пренебрежимо мал. При более высоких температурах стенки интенсивность радиационного теплообмена становится более существенной.

Для режимов со скоростями набегающего потока воздуха, соответствующих значениям числа Маха $M \geq 8$, влияние на тепловое состояние стенки конуса может оказывать локальное изменение физико-химических свойств воздуха вблизи поверхности, в частности ионизация газа. Однако для исследуемого диапазона режимных параметров вклад ионизации газа в значение конвективного теплового потока в стенку не превышает 3...8 %. В связи с этим в исследовании влияние ионизации газа не учтено [11]. Важную роль в процессе теплообмена играет каталитичность поверхности, однако в данном исследовании ее значение принято малым, поэтому при определении теплофизических свойств воздуха также не учтено наличие реакций рекомбинации.

Коэффициент теплоотдачи α от газа к стенке:

$$\alpha = \frac{q}{T_0 - T_w},$$

где q — плотность теплового потока в стенку; T_0 — температура торможения набегающего потока воздуха; T_w — температура стенки конуса.

Теплоемкость воздуха в валидационном расчете $C_p = 1006$ кДж/(кг·К), число Прандтля $Pr = 0,72$, вязкость $\mu_\infty = 4,07 \cdot 10^{-6}$ кг·м/с [6].

Зависимость теплоемкости воздуха от температуры задана полиномиальной функцией. Теплопроводность рассчитана на основе уравнений молекулярно-кинетической теории, а вязкость газа по формуле Сазерленда [12].

Для обобщения данных использовано число Стэнтона St :

$$St = \frac{q}{\rho_\infty V_\infty (H_0 - h_w)},$$

где q — плотность теплового потока в стенку; ρ_∞ и V_∞ — плотность и скорость невозмущенного потока воздуха соответственно; H_0 — полная энтальпия набегающего воздушного потока; h_w — энтальпия воздуха при температуре стенки.

Как следует из экспериментальных данных [6], при обтекании сверхзвуковым воздушным потоком затупленной носовой части конуса возникает область вихревого течения [13], которая имеет относительно небольшую протяженность. Будем называть эту область течения зоной стабилизации.

Для дальнейшего анализа процесса теплообмена важным фактором являются среднеинтегральные значения $\bar{\alpha}$ и \bar{St} для участка образующей конуса. Они определены по следующим зависимостям:

$$\bar{\alpha} = \frac{\int_{l_w}^{l_{\max}} \alpha \cdot dl}{l_{\max} - l_w}, \quad \bar{St} = \frac{\int_{l_w}^{l_{\max}} St \cdot dl}{l_{\max} - l_w}.$$

Здесь l_{\max} — точка на пересечении образующей и дна конуса; l_w — точка на образующей стенки, находящаяся в конце зоны стабилизации.

Относительная разница результатов математического моделирования и эксперимента рассчитана по формуле

$$\delta = \frac{\bar{St}_\varepsilon - \bar{St}_p}{\bar{St}_\varepsilon},$$

где \bar{St}_ε , \bar{St}_p — экспериментальные и расчетные значения \bar{St} соответственно.

Оптимизация параметров расчетной области проведена по значению безразмерной толщины пристеночной ячейки y^+ :

$$y^+ = \frac{\rho V_{\text{тр}} y}{\mu},$$

где ρ — плотность газа; $V_{\text{тр}} = \sqrt{\tau/\rho}$ — скорость трения; τ — касательные напряжения, рассчитанные в пристеночной ячейке; y — минимальный ортогональный размер пристеночной ячейки; μ — вязкость газа.

Представленная математическая модель позволяет выполнять расчеты конвективного теплообмена на поверхности затупленного конуса и проводить сравнение расчетных и экспериментальных данных.

Этап 1. Валидация математической модели. Сравнение расчетных и экспериментальных данных проведено с использованием материалов работы [6], в которой рассмотрен затупленный конус со следующими геометрическими характеристиками: высота конуса $h = 900$ мм, полуугол раствора $\Theta = 7^\circ$, радиус затупления $r = 12,7$ мм.

Расчетная сетка представлена на рис. 2. Ортогональный размер ячеек варьируется от 60 до 300 мкм. При этом минимальные значения ортогонального размера ячеек соответствуют пристеночной области. Коэффициент роста линейного размера ячейки по мере удаления от стенки конуса принят равным 1,1 согласно рекомендациям, приведенным в [14].

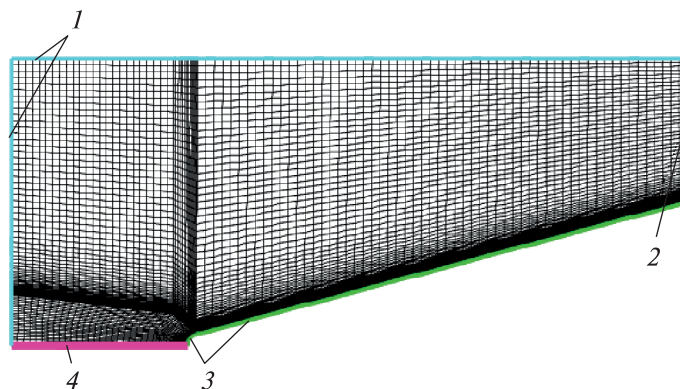


Рис. 2. Расчетная область:
1–4 — границы расчетной области

На входе (граница 1) заданы параметры невозмущенного набегающего потока воздуха: статическая температура $T_\infty = 54,5$ К, статическое давление $p_\infty = 572$ Па, скорость $V_\infty = 1182$ м/с (число Маха $M_\infty = 8$). В выходном сечении (граница 2) задано условие безгра-

диентного течения газа. На стенках (граница 3) реализуется течение без проскальзывания, температура стенок $T_w = 300$ К. На оси (граница 4) выполняются условия симметрии.

В целях выбора параметров расчетной сетки для дальнейшего параметрического исследования проведено сравнение распределения значений St по поверхности конуса (за зоной стабилизации), полученных в результате математического моделирования и эксперимента.

Для каждой конфигурации расчетной области определена относительная разница результатов математического моделирования и эксперимента. Анализ данных работы [6] показал, что среднее интегральное значение числа Стэнтона, полученное в экспериментах, составляет $\overline{St}_3 = 9,8 \cdot 10^{-4}$.

Из анализа зависимости δ от y^+ , представленной на рис. 3, следует, что наилучшая сходимость результатов математического моделирования с экспериментальными данными может быть достигнута при $y^+ = 1,2$. В данном случае значение погрешности $\delta = -0,009$. Общий характер кривой согласуется с результатами предыдущих исследований авторов в области сверхзвукового обтекания твердых тел, приведенных в работе [2].

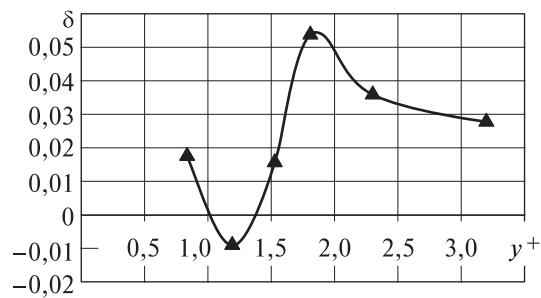


Рис. 3. Зависимость δ от y^+

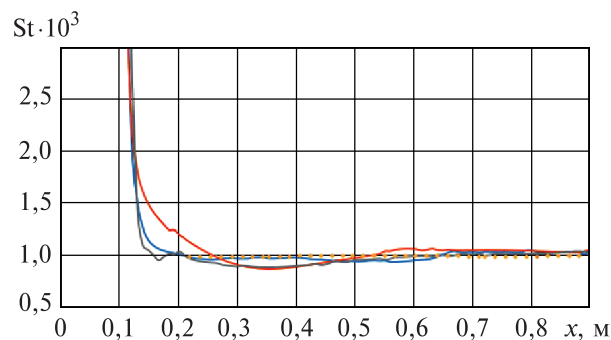


Рис. 4. Распределение St по высоте конуса:
 — $y^+ = 1,2$; — $y^+ = 1,5$; — $y^+ = 1,8$;
 — эксперимент

На рис. 4 представлены распределения St для конфигураций расчетной области с $y^+ = 1,2; 1,5; 1,8$ и аналогичное распределение St , полученное в результате эксперимента. Распределение числа Стэнтона, полученное при расчете с использованием сетки с $y^+ = 1,2$, наиболее близко к экспериментальному.

Для рассматриваемой задачи значение $y^+ = 1,2$ представляется оптимальным, а дальнейшее уменьшение значения y^+ является нецелесообразным вследствие увеличения потребных вычислительных ресурсов при практически неизменной точности вычисления либо ее снижении.

Этап 2. Параметрическое исследование. На данном этапе проведены исследования в целях получения распределений коэффициента теплоотдачи α по длине образующей конуса при различных условиях обтекания затупленного конуса.

При моделировании рассмотрены два варианта конфигурации конуса с диаметром основания $d = 500$ мм и полууглами раствора $\Theta = 10, 15^\circ$ (см. рис. 1). Радиус затупления конуса $r = 20$ мм. Такая геометрическая конфигурация приближена к модельным экспериментальным объектам, предназначенным для стендовых высотных испытаний при обдуве высокоэнtimerальной потоком.

Параметры расчетной области выбраны в соответствии с рекомендациями, представленными на первом этапе исследования.

Режимные параметры, соответствующие им температуры торможения набегающего потока воздуха, а также диапазон чисел Маха $M_\infty = 4-10$ и диапазон полетных высот $H = 20 \dots 50$ км, при которых проведено моделирование, представлены в таблице «Режимы расчетов».

Режимы расчетов

H , км	p_∞ , Па	T_0 , К						
		$M_\infty = 4$	$M_\infty = 5$	$M_\infty = 6$	$M_\infty = 7$	$M_\infty = 8$	$M_\infty = 9$	$M_\infty = 10$
20	5529	881	1222	1616	2053	2495	2873	3158
30	1197	918	1272	1681	2131	2575	2943	3262
40	287	1007	1392	1835	2312	2794	3096	3446
50	80	1081	1493	1962	2454	2877	3224	3603

Граничные условия расчетной области заданы по аналогии с этапом 1 исследований и с учетом моделируемого режима. Температура стенки принята равной $T_w = 600$ К.

На рис. 5 представлено поле распределения чисел Маха для конфигурации конуса с $\Theta = 15^\circ$ при параметрах набегающего потока воздуха, соответствующих режиму $M_\infty = 4$ и $H = 20$ км.

При обтекании вершины затупленного конуса сверхзвуковым потоком воздуха образуется отсоединенная головная волна. Фронт этой

волны имеет криволинейную форму, вблизи оси симметрии конуса волна представляет собой прямой скачок уплотнения, а по мере удаления от оси плавно переходит в прямолинейный косой скачок.

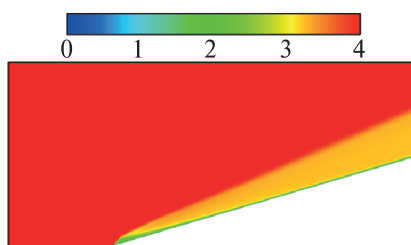


Рис. 5. Поле распределения чисел Маха

Характерное распределение коэффициента теплоотдачи по высоте конуса для конфигурации с $\Theta = 15^\circ$ при параметрах набегающего потока воздуха, соответствующих режиму $M_\infty = 4$ и $H = 20$ км, представлено на рис. 6. Кривая $\alpha = f(x)$ имеет два характерных участка: на участке 1 происходит резкое снижение значения коэффициента теплоотдачи в конце зоны стабилизации от 1005 до 180 Вт/(м²·К), а на участке 2 значение α остается практически неизменным и составляет 175 Вт/(м²·К).

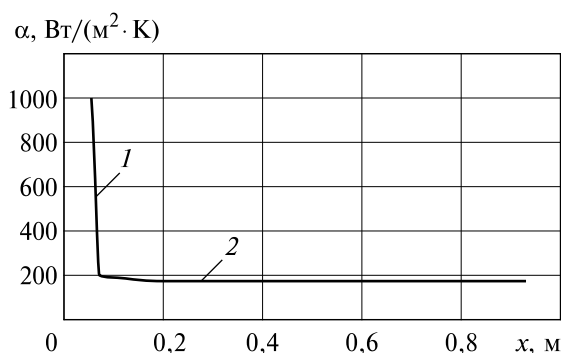


Рис. 6. Распределение коэффициента теплоотдачи по высоте конуса

Для всех рассматриваемых режимов обтекания конуса сверхзвуковым потоком воздуха рассчитаны среднеинтегральные значения коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ на наклонной части стенки после зоны стабилизации.

Из анализа представленных на рис. 7 и 8 зависимостей следует, что среднеинтегральные значения коэффициента теплоотдачи возрастают при увеличении скоростного напора набегающего воздушного потока, который зависит от высоты и скорости полета. При увеличении полу-

угла раствора конуса Θ значение $\bar{\alpha}$ растет в связи с увеличением интенсивности косо го скачка уплотнения. Это приводит к повышению плотности и снижению толщины температурного пограничного слоя за скачком уплотнения, что интенсифицирует теплоотдачу.

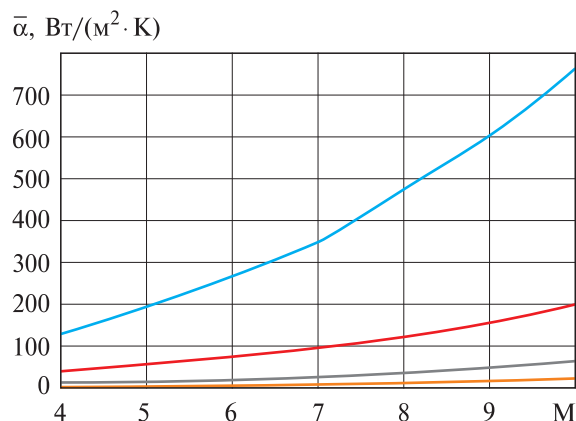


Рис. 7. Зависимость $\bar{\alpha}$ от числа Маха и высоты полета для конфигурации конуса с $\Theta = 10^\circ$:
 — $H = 20$ км; — $H = 30$ км; — $H = 40$ км;
 — $H = 50$ км

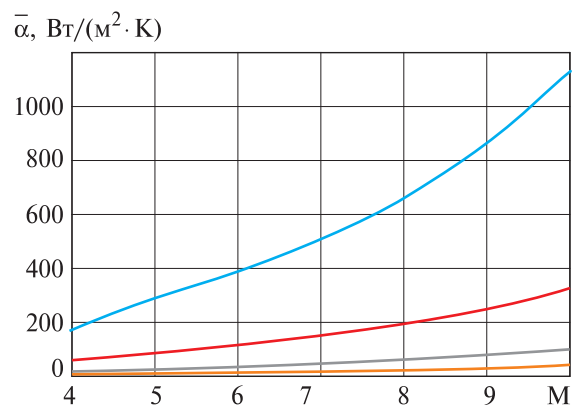


Рис. 8. Зависимость $\bar{\alpha}$ от числа Маха и высоты полета для конфигурации конуса с $\Theta = 15^\circ$:
 — $H = 20$ км; — $H = 30$ км; — $H = 40$ км;
 — $H = 50$ км

Увеличение скорости полета сопровождается повышением коэффициента теплоотдачи. В частности, на высоте $H = 20$ км изменение числа Маха от 4 до 10 приводит к возрастанию $\bar{\alpha}$ более чем в 5,7 раза. Это объясняется тем, что теплообмен между стенкой конуса и воздушным потоком зависит от скоростного напора, который при

неизменной плотности растет при увеличении скорости полета. При неизменной скорости полета и снижении высоты полета коэффициент теплоотдачи растет вследствие увеличения плотности среды.

На рис. 9 приведены зависимости значений α_{\max} от режимных параметров и полууглов раствора Θ . Характер и причины изменения α_{\max} аналогичны $\bar{\alpha}$. Следует отметить, что при полете на высоте $H = 20$ км точка, соответствующая наиболее интенсивному теплообмену воздуха со стенкой конуса, смещается от оси в сторону наклонной образующей, однако при увеличении высоты и скорости полета точка с максимальной теплоотдачей смещается ближе к оси конуса, что может быть связано с изменением характера трансзвукового перехода. В случае больших высоты и скорости полета геометрическое место точек с $M_{\infty} = 1$ смещается ближе к оси конуса. Для скоростей полета, соответствующих $M_{\infty} = 4-10$, значение α_{\max} изменяется в диапазоне 1200...7000 Вт/(м²·К) для $H = 20$ км, а при увеличении высоты полета на 10 км максимальное значение коэффициента теплоотдачи уменьшается на 40...50 % во всем диапазоне изменения режимных параметров.

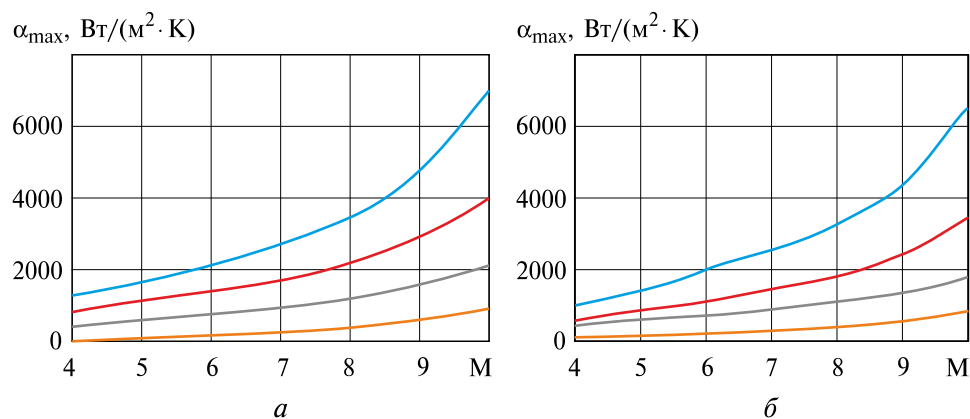


Рис. 9. Зависимость α_{\max} от числа Маха и высоты полета для конфигурации конуса с $\Theta = 10^\circ$ (а) и $\Theta = 15^\circ$ (б):
 — $H = 20$ км; — $H = 30$ км; — $H = 40$ км;
 — $H = 50$ км

Разница между максимальными значениями коэффициента теплоотдачи для конусов с разными полууглами раствора ($\Theta = 10^\circ, 15^\circ$) незначительна, поскольку не превышает 5 % на всем исследуемом диапазоне параметров набегающего воздушного потока. Это связано с тем, что точка образующей конуса, в которой наблюдается α_{\max} , локализуется на затупленном участке конуса, а параметры потока в этой зоне слабо зависят от полуугла раствора конуса.

Выводы. 1. Проведенное исследование показало, что для моделирования конвективного теплообмена при обтекании конуса наименьшее рассогласование результатов численного моделирования и эксперимента составляет 0,9 % и может быть достигнуто при использовании расчетной сетки с $y^+ = 1,2$.

2. Результаты параметрического исследования при числах Маха $M_\infty = 4-10$ и высотах полета $H = 20...50$ км показали, что максимальный коэффициент теплоотдачи локализуется на затупленном участке конуса и практически не зависит от полуугла раствора конуса. Максимальное значение коэффициента теплоотдачи составляет около $7000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ при $M_\infty = 10$ и $H = 20$ км. Среднеинтегральные значения коэффициентов теплоотдачи на поверхности конуса за зоной стабилизации $\bar{\alpha}$ находятся в диапазоне $30...1100 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ и зависят от режима полета и полуугла раствора конуса. Коэффициент теплоотдачи увеличивается с повышением скорости и снижением высоты полета.

Полученные данные могут быть использованы на этапе предварительного выбора конфигурации элементов конструкции ЛА с внутриатмосферной зоной эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Купрюхин А.А. *Оптимизация тепловой защиты гиперзвуковых летательных аппаратов путем вариации каталитических и излучательных свойств материалов тепловой защиты*. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2010, 22 с.
- [2] Воронцовский А.В., Арефьев К.Ю., Гусев А.А. Анализ особенностей численного моделирования конвективных тепловых потоков RANS методами в задачах обтекания элементов конструкции высокоскоростных летательных аппаратов и их двигателей. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2017, № 1, с. 98–111.
DOI: 10.18698/0236-3941-2017-1-98-111
- [3] Волков К.Н., Емельянов В.Н., Карпенко А.Г. Численное моделирование газодинамических и физико-химических процессов при обтекании тел гиперзвуковым потоком. *Вычислительные методы и программирование*, 2017, т. 18, № 4, с. 387–405.
- [4] Андерсон Д., Таннехилл Дж., Флетчер Р. *Вычислительная гидромеханика и теплообмен. Т. 1*. С.В. Сенин, Е.Ю. Шальман, пер. с англ.; Г.Л. Подвидз, ред. Москва, Мир, 1990, 382 с.
- [5] Воронцовский А.В., Арефьев К.Ю., Гусев А.А. Особенности численного моделирования конвективного теплообмена при сверхзвуковом обтекании непроницаемой пластины. *Актуальные проблемы российской космонавтики. Материалы XXXIX акад. чтений по космонавтике*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015, с. 45–46.
- [6] Бородин К.А. *Валидация пакета ANSYS Fluent применительно к задаче турбулентного сверхзвукового теплообмена*.
URL: http://conf58.mipt.ru/static/reports_pdf/944.pdf (дата обращения 13.05.18).
- [7] *ANSYS, программные продукты — CADFEM*.
URL: <https://www.cadfem-cis.ru/products/ansys/> (дата обращения 21.04.2019).

- [8] Быков Л.В., Никитин П.В., Пашков О.А. Математическое моделирование процессов обтекания затупленного тела высокоскоростным потоком. *Труды МАИ*, 2014, № 78, с. 3. URL: <https://mai.ru/upload/iblock/8c5/8c5f5435157866c3da79eef4568cc49b.pdf> (дата обращения 11.09.2018).
- [9] Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. Москва, Дрофа, 2003, 676 с.
- [10] Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA Journal*, December 2009, vol. 47(12), pp. 2894–2906.
- [11] Горский В.В., Полежаев Ю.В. *Теория горения*. Москва, Энергомаш, 2006, 352 с.
- [12] Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Линейная устойчивость сверхзвукового течения куэтта молекулярного газа в условиях вязкой стратификации и возбуждения колебательной моды. *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*, 2017, № 1, с. 11–27.
- [13] Голомазов М.М. Особенности численного моделирования обтекания затупленных тел гиперзвуковым потоком газа. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2011, т. 12, № 1, с. 1–11. URL: <http://chemphys.edu.ru/media/published/2011-07-11-001.pdf> (дата обращения 11.09.2018).
- [14] Козелков А.С., Курулин В.В., Пучкова О.Л., Лашкин С.В. Моделирование турбулентных течений с использованием алгебраической модели рейнольдсовых напряжений с универсальными пристеночными функциями. *Вычислительная механика сплошных сред*, 2014, т. 7, № 1, с. 40–51. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.1.5 (дата обращения 21.04.2019).

Статья поступила в редакцию 20.02.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Арефьев К.Ю., Абрамов М.А., Мирошниченко С.А., Метелешко Л.И. Параметрическое исследование конвективного теплообмена при обтекании затупленного конуса сверхзвуковым воздушным потоком. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2019, вып. 6. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2019-6-1886>

Арефьев Константин Юрьевич — канд. техн. наук, науч. сотрудник НИИЭМ, доцент кафедры «Ракетные двигатели» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: теория смешения и горения гомогенных и гетерогенных топливных композиций, математическое моделирование рабочих процессов в воздушно-реактивных двигателях. Автор более 70 научных публикаций; e-mail: arefyev@rambler.ru

Абрамов Максим Александрович — инженер НИИЭМ МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: теория смешения и горения гомогенных и гетерогенных топливных композиций, математическое моделирование рабочих процессов в воздушно-реактивных двигателях. Автор семи публикаций; e-mail: abramovmaks94@gmail.com

Мирошниченко Сергей Александрович — студент 4-го курса МГТУ им. Н.Э. Баумана, направление подготовки «Проектирование авиационных и ракетных двигателей». Область научных интересов: математическое моделирование рабочих процессов в воздушно-реактивных двигателях; e-mail: slispeed_97@mail.ru

Метелешко Любава Игоревна — студент 4-го курса МГТУ им. Н.Э. Баумана, направление подготовки «Проектирование авиационных и ракетных двигателей». Область научных интересов: математическое моделирование рабочих процессов в воздушно-реактивных двигателях; e-mail: Lyubava.meteleshko@mail.ru

Parametric study of convective heat transfer with supersonic airflow around a blunted cone

© K.Yu. Arefiev, M.A. Abramov, S.A. Miroshnichenko, L.I. Meteleshko

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The paper focuses on a mathematical model for the parametric calculation of convective heat transfer on the surface of a blunted cone with the supersonic airflow around it. We compared the computational data with the known experiments on the cone airflow with Mach number $M_\infty = 8$, and found the parameters of the computational grid, which allow us to have less deviation in calculation results from the experimental data. Taking into account the recommendations developed for the selection of the computational grid, we carried out the parametric study of the supersonic airflow around cones with the different half-angles in the range of Mach numbers from 4 to 10. According to the findings of the study, we made the database that describes the influence of the parameters on the coefficient of heat transfer from the supersonic airflow to the cone surface. The data obtained can be used to optimize the geometric configuration and flight modes of high-speed aircraft.

Keywords: cone, flow, supersonic airflow, air, heat transfer coefficient, convective heat transfer, calculations errors, parametric study

REFERENCES

- [1] Kupryuhin A.A. *Optimizatsiya teplovoy zashchity giperzvukovikh letatelnykh apparatov putem variatsii kataliticheskikh i izluchatelnykh svoystv materialov teplovoy zashchity*. Avtoref. dis. kand. tekhn. nauk [Optimization of hypersonic aircraft thermal protection by varying the catalytic and radiative properties of thermal protection materials. Cand. Eng. Sc. author's abstract]. Moscow, 2010, 22 p.
- [2] Voronetskiy A.V., Arefev K.Yu., Gusev A.A. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*, 2017, no. 1, pp. 98–111. DOI: 10.18698/0236-3941-2017-1-98-111
- [3] Volkov K.N., Emelyanov V.N., Karpenko A.G. *Vychislitelnye metody i programmirovaniye — Numerical Methods and Programming*, 2017, vol. 18, no. 4, pp. 387–405.
- [4] Pletcher R.H., Tannehill J.C., Anderson D.A. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. CRC Press, 2012, 774 p. [In Russ.: Pletcher R.H., Tannehill J.C., Anderson D.A. *Vichislitelnaya gidromekhanika i teploobmen*. In 2 vols. Vol. 1. Senin S.V., Shelman E.Yu., transl. from Engl.; G.L. Podvids, ed. Moscow, Mir Publ., 1990, 382 p.]
- [5] Voronetskiy A.V., Arefev K.Yu., Gusev A.A. *Osobennosti chislennoy modelirovaniya konvektivnogo teploobmena pri sverkhzvukovom obtekanii neproni-saemoy plastini* [Features of numerical modeling of convective heat transfer with supersonic airflow of an impermeable plate]. *Aktualnye problemi rossiyskoy kosmonavtiki: Materiali XXXIX akademicheskikh chteniy po kosmonavtike* [Current problems of the Russian cosmonautics: Materials of XXXIX Academic Readings in Astronautics]. Moscow, BMSTU Publ., 2015, pp. 45–46.

- [6] Borodin K.A. *Validatsiya paketa ANSYS Fluent primenitelno k zadache turbulentnogo sverkhzvukovogo teploobmena* [Validation of ANSYS Fluent as applied to the problem of turbulent supersonic heat exchange]. Available at: http://conf58.mipt.ru/static/reports_pdf/944.pdf/ (accessed May 13, 2018).
- [7] ANSYS, *programmniye producti* – CADFEM, ANSYS [Software products CADFEM]. Available at: <https://www.cadfem-cis.ru/products/ansys/> (accessed April 21, 2019).
- [8] Bikov L.V., Nikitin P.V., Pashkov O.A. *Trudy MAI (Proceedings of MAI)*, 2014, no. 78. Available at: <https://mai.ru/upload/iblock/8c5/8c5f5435157866c3da79eef4568cc49b.pdf> (accessed September 11, 2018).
- [9] Loytsyansky L.G. *Mekhanika zhidkostey i gasov* [Fluid mechanics]. Moscow, Moskva Publ., 1960, 676 p.
- [10] Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes. *AIAA Journal*, December 2009, vol. 47(12), pp. 2894–2906.
- [11] Gorskiy V.V., Polezhaev Yu.V. *Teoriya goreniya* [Combustion theory]. Moscow, Energomash Publ., 2006.
- [12] Grigorev Y.N., Ershov I.V. *Izvestia Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika zhidkostey i gasov — Fluid Dynamics*, 2017, no. 1, pp. 11–27.
- [13] Golomazov M.M. *Fiziko-khimicheskaya kinetika v gazovoy dinamike — Physical-Chemical Kinetics*, 2011. Available at: <http://chemphys.edu.ru/media/published/2011-07-11-001.pdf> (accessed September 11, 2018).
- [14] Kozelkov A.S., Kurulin V.V., Puchkova O.L., Lashkin S.V. *Vichislitel'naya mekhanika sploshnikh sred — Computational Continuum Mechanics*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 40–51. DOI: 10.7242/1999-6691/2014.7.1.5 (accessed April 21, 2019).

Arefev K.Yu., Cand. Sc. (Eng.), research fellow, Research Institute of Power Engineering, Bauman Moscow State Technical University; Assoc. Professor, Department of Rocket Engines, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: theory of mixing and combustion of homogeneous and heterogeneous fuel compositions, mathematical modeling of work processes in air-jet engines. Author of over 70 scientific publications. e-mail: arefyev@rambler.ru

Abramov M.A., engineer, Research Institute of Power Engineering, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: theory of mixing and combustion of homogeneous and heterogeneous fuel compositions, mathematical modeling of work processes in air-jet engines. Author of 7 publications. e-mail: abramovmaks94@gmail.com

Miroshnichenko S.A., 4th year student of Bauman Moscow State Technical University, majoring in air and rocket engine design. Research interests: mathematical modeling of work processes in air-jet engines. e-mail: slispeed_97@mail.ru

Meteleshko L.I., 4th year student of Bauman Moscow State Technical University, majoring in air and rocket engine design. Research interests: mathematical modeling of work processes in air-jet engines. e-mail: Lyubava.meteleshko@mail.ru