

Подавление влияния инструментальных возмущений локально инвариантным масштабированием физической модели угловой стабилизации космического аппарата

© Р.П. Симоньянц¹, С.В. Пилипчук², В.В. Шевченко²,
А.А. Болотских¹, В.Н. Булавкин¹

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²АО «ВПК «НПО машиностроения», Реутов, 143966, Россия

Рассмотрен метод физического моделирования в наземных условиях движения космического аппарата вокруг неподвижной оси. Исследуемые динамические режимы в естественном масштабе параметров и переменных могут быть реализованы только при чрезвычайно малой величине диссипации кинетической энергии. Реально достижимый минимум трения для стенда простой конструкции существенно превышает требуемые значения. В актуальных режимах экономичных предельных циклов характеристики моделируемого процесса сильно искажаются, что приводит к непригодности стенда физического моделирования для практического применения. Эту проблему обычно решают путем усложнения конструкции стенда за счет применения воздушного или магнитного подвеса. Предложен инновационный метод инвариантного масштабирования, основанный на принципе динамического подобия автоколебательных процессов. Его применение позволяет радикально снизить влияние трения на характеристики физически моделируемых режимов при наземной стендовой отработке алгоритмов управления. Проведено компьютерное моделирование с применением этого метода, подтвердившее его высокую эффективность. Аналитически и численными экспериментами показано, что точность моделирования можно повысить радикально. Приведен пример снижения ошибки моделирования в 200 раз.

Ключевые слова: физическое моделирование, динамическое подобие, локально инвариантное масштабирование, ориентация и стабилизация космического аппарата, предельный цикл, бифуркация, точность моделирования

Введение. Проектирование систем управления ориентацией и стабилизации космического аппарата (КА) проводят с использованием упрощенных математических моделей и программ компьютерного моделирования. На завершающих этапах выполняют натурные испытания и физическое моделирование (ФМ) — эксперименты на физических моделях для подтверждения и коррекции данных, ранее полученных в результате теоретических исследований.

Предлагаем метод, который можно эффективно применять при оптимизации алгоритмов управления [1] и изучении новых фактов и явлений, трудно исследуемых теоретически, например квантово-механические свойства релейно-импульсного управления [2] или задачи ис-

следования режимов релейной стабилизации при неполной информации о состоянии управляемого объекта [3].

Актуальность этих задач обусловлена возрастающими требованиями минимизации затрат энергии и повышения качества переходных и установившихся режимов. Проблемы исследования этих режимов связаны с существенной нелинейностью системы. Весь период функционирования КА релейная система стабилизации работает в режиме малых автоколебаний. Их образ в фазовом пространстве — предельные циклы как простой, так и чрезвычайно сложной формы [4]. Переходы из одного состояния автоколебаний в другое под действием неконтролируемых возмущений происходят через бифуркации, в которых скачкообразно изменяются все характеристики управляемого процесса [5].

Поскольку теоретические исследования этих явлений затруднены, актуальность приобретают методы ФМ. Для получения достоверных результатов ФМ необходим лабораторный стенд, позволяющий с высокой точностью моделировать периодические движения КА со сложными формами предельных циклов, которые устанавливаются в системе под действием чрезвычайно малых моментов от внешних силовых полей и одновременно коротких мощных импульсов управления.

Проблемы моделирования таких режимов стабилизации со сложной формой предельных циклов объясняются тем, что в пространстве параметров системы им отвечают узкие области существования. Чем сложнее форма цикла, тем уже область его существования, а чувствительность к вариациям параметров выше. Такие режимы автоколебаний возникают в реальных условиях свободного полета КА на орбите, но реализация их в условиях лабораторных экспериментов на Земле вследствие действия инструментальных возмущений стенда ФМ чрезвычайно затруднена [6]. Возникающие при этом сложности традиционно преодолеваются с помощью конструктивного совершенствования стенда в целях обеспечения минимального трения и компенсации дисбаланса в узле подвески поворотной платформы [6–15]. Нами выбран иной — инновационный подход, использующий масштабно инвариантные свойства моделируемой системы, в основе которого лежат методы теории подобия и размерности Л.И. Седова [15].

Стенд ФМ динамики стабилизации КА. Стенд должен иметь простую удобную в работе конструкцию с малыми возмущениями в узлах подвески поворотной платформы. Обычно для удовлетворения этому требованию применяют системы на основе воздушной (аэродинамической) или магнитной подвески. Например, в одном из первых стендов, созданных в США (Langley Research Center) [7], поворот платформы обеспечивается аэродинамическим подвесом. И в

аналогичном стенде университета штата Вирджиния [8] (США) поворотная платформа монтируется на аэродинамическом подвесе, но, кроме того, она имеет систему балансировки центра масс. Аналогичные стенды созданы во многих университетах и на предприятиях [6–11].

Стенд на магнитном подвесе имеет еще и проблему возмущающего момента из-за асимметрии магнитного поля [12]. Один из путей совершенствования такого стенда связывают с применением явления сверхпроводимости [13]. Однако ни один из известных по литературным источникам современных стендов не обеспечивает точность, достаточную для физического моделирования автоколебаний в прецизионных режимах сложных предельных циклов, характерных для движения на свободных участках полета КА.

Поскольку для исследований автоколебательных режимов стабилизации возможность моделирования сферических движений не принципиальна, ограничимся простой одноосной конструкцией стенда (рис. 1). Его основное звено — поворотная платформа, установленная в подшипниковых опорах на неподвижную раму (на рис. 1 не показана). Источники энергии — аккумулятор и шар-баллон высокого давления. В состав оборудования также входят: измерительные приборы, вычислительные, командные, коммутационные, сервисные и исполнительные устройства.

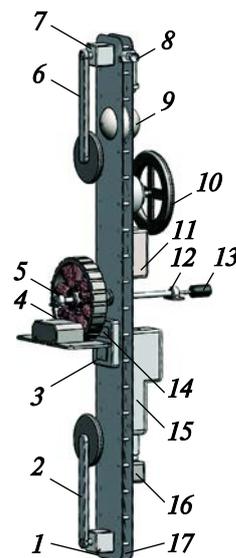


Рис. 1. Схема конструкции поворотной платформы:

1, 7 — шаговый двигатель; 2, 6 — штанга; 3 — микроконтроллер; 4 — корневой электропривод; 5, 12 — подшипниковый узел; 8 — газоструйное сопло; 9 — шар-баллон; 10 — двигатель-маховик; 11 — аккумулятор; 13 — оптический энкодер; 14 — гироскоп; 15 — линейный актуатор; 16 — балансир; 17 — платформа

Понятия подобия. Стенд должен удовлетворять требованиям, которые определяются понятиями «физическое подобие», «моделирование», «масштабная инвариантность». Этим понятиям в работе [15] академик Л.И. Седов дал определения: два явления подобны, если по заданным характеристикам одного можно получить характери-

стики другого простым пересчетом, аналогичным переходу от одной системы единиц измерения к другой. Моделирование — это замена изучения рассматриваемого явления в натуре изучением аналогичного явления на модели, обычно в специальных лабораторных условиях. «Масштабная инвариантность» определяется как свойство уравнений, описывающих физические явления и процессы, сохранять свой вид при изменении всех расстояний и промежутков времени в одинаковое число раз. Такие изменения называют *преобразованиями подобия*.

Физическое подобие Л.И. Седов рассматривал как обобщение геометрического подобия. Коэффициент подобия — это масштаб, умножением на который размеров геометрической фигуры получают размеры подобной ей фигуры. Характеристики двух подобных явлений рассматриваются как характеристики одного и того же явления, но выраженные в двух различных системах единиц измерения. Для подобных явлений все безразмерные характеристики соответствующих величин имеют одинаковое численное значение. Совокупность подобных движений определяет собой режим движения.

Алгоритм управления порождает в движении объекта и в движении его модели аналогичные процессы. Для установления подобия и масштабов можно использовать свойства инвариантности. Основная роль при этом отводится преобразованию, которое определяется как «локально инвариантное масштабирование». Следуя подходу Л.И. Седова [15, с. 58], подобие двух процессов будем трактовать, применив преобразование не ко всей системе, а локально лишь к той ее части, которая соответствует этим процессам.

Динамическая система и ее инвариантные свойства. Требования к параметрам ФМ определяются условиями динамического подобия установившихся движений модели и моделируемой релейной системы стабилизации КА. В математике это требование к системам определяется понятием «изоморфизм». Если описания ФМ и объекта изоморфны, то изучение свойств объекта в значительной мере можно свести к исследованию свойств ФМ.

Опишем динамику моделируемой системы стабилизации в упрощенном виде [2]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, & \frac{dy}{dt} = g - aF(\sigma), & \sigma = x + ky, \\ F(\sigma) = \frac{1}{2}[\operatorname{sgn}(\sigma - \alpha + hF_0) + \operatorname{sgn}(\sigma + \alpha + hF_0)], \end{cases} \quad (1)$$

где x, y — измеряемые величины угла и угловой скорости; t — время; $g = \frac{M_b}{J}$ — эффективность возмущения; $a = \frac{M_u}{J}$ — эффективность управления; J — момент инерции КА; M_b, M_u — возмущающий и управляющий моменты; σ — управляющий сигнал; $F(\sigma)$ — релейная функция с зоной нечувствительности $\pm\alpha$ и петлей гистерезиса h ; k — коэффициент усиления по скорости; F_0 — значение $F(\sigma)$ в предшествующий момент времени $F_0(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} F(t - \varepsilon)$.

Рассмотрим свойства и особенности системы (1), которые позволят оценить изоморфизм ФМ. Основные свойства (1) в установившихся режимах обусловлены влиянием двух факторов: гистерезиса h и коэффициента k в управляющем сигнале σ . Гистерезис приводит к раскачке движения при малых значениях переменных $\{x, y\}$, а введение коэффициента k — к сжатию фазовых траекторий при больших значениях переменных. Эти тенденции, противоборствуя, приводят к самоорганизации аттрактора: самопроизвольно формируется динамически равновесное состояние — движение по предельному циклу Γ_n^* с n импульсами за период ($n = 1, 2, 3, 5, 7, \dots, \infty$ при $g \neq 0$ и $n = 2$ при $g \equiv 0$). В пространстве P параметров $p_i, i \in \mathbb{N}$, этой системы каждой форме предельного цикла с n импульсами Γ_n^* за период соответствует определенная область P_n . При условии $a \gg \max g$ (жесткое управление) и $g \rightarrow g_\infty$ в системе существует странный аттрактор $\Gamma_n^*, n \rightarrow \infty$.

Пусть, например, совокупность параметров системы $\{a, g, \alpha, h, k\}$ принадлежит области P_1 . Тогда из любого начального состояния (x_0, y_0) на фазовой поверхности по траектории переходного процесса изображающая точка стянется к замкнутой траектории одноимпульсного предельного цикла Γ_1^* . Условие замыкания фазовой траектории дает инвариантное соотношение, отражающее баланс импульсов управления и возмущения:

$$M_b T_1^* = M_u t_u^* \rightarrow \lambda_1^* = \frac{t_u^*}{T_1^*} = \frac{M_b}{M_u} = \frac{g}{a}, \quad (2)$$

где T_1^* — период; t_u^* — длительность импульса управления; λ_1^* — скважность автоколебаний (безразмерная характеристика расхода энергии, рабочего тела).

В общем случае, если $\{a, g, \alpha, h, k\} \in P_n$, то в системе устанавливается предельный цикл Γ_n^* , для которого справедливо инвариантное соотношение импульсов:

$$T_n^* g = \left(\sum_{i=1}^{N^+} t_{u_i}^+ - \sum_{j=1}^{N^-} t_{u_j}^- \right) a. \quad (3)$$

Безразмерный расход λ_n^* при этом определяется выражением

$$\lambda_n^* = \frac{1}{T_n^*} \left(\sum_{i=1}^{N^+} t_{u_i}^+ + \sum_{j=1}^{N^-} t_{u_j}^- \right), \quad n = N^+ + N^-. \quad (4)$$

В выражениях (3) и (4) $t_{u_i}^+$, $t_{u_j}^-$ и N^+ , N^- — длительности и общее число положительных и отрицательных импульсов соответственно. Из выражений (3) и (4) получаем соотношение:

$$\lambda_n^* = \eta_n \frac{g}{a}, \quad \eta_n = \left(\sum_{i=1}^{N^+} t_{u_i}^+ + \sum_{j=1}^{N^-} t_{u_j}^- \right) \left(\sum_{i=1}^{N^+} t_{u_i}^+ - \sum_{j=1}^{N^-} t_{u_j}^- \right)^{-1}. \quad (5)$$

В случае жесткого управления ($a \gg \max g$), как показано в работе [2], в пределах области P_n , т. е. для каждой из форм предельного цикла Γ_n^* , коэффициент $\eta_n \geq n$ остается практически постоянным: $\eta_1 = 1$, $\eta_3 \approx 3$, $\eta_5 < 5$, ... ($n \neq 2$). Величина η_n характеризует степень избыточности расхода энергии в предельном цикле Γ_n^* по сравнению с минимально возможным для данных a и g расходом $\lambda_1^* = \frac{g}{a}$ в Γ_1^* .

Таким образом, безразмерный параметр λ_n^* , полученный на основе инвариантного соотношения (3), может служить критерием динамического подобия режимов стабилизации в предельном цикле Γ_n^* КА и в аналогичном предельном цикле модели. Если при моделировании возник предельный цикл автоколебаний с тем же числом импульсов за период, что и в моделируемом режиме работы КА, а скважности автоколебаний при этом одинаковы, то можно утверждать, что эти два процесса динамически подобны. Однако практически реализовать контроль параметра λ_n^* сложно, поскольку требуется проводить измерения текущих значений отрезков времени $t_{u_i}^+$, $t_{u_j}^-$, T_n^* , которые на фазовой поверхности непосредственно не отображаются, и одновременно вычислять на их основе λ_n^* .

Геометрия фазовых траекторий и линий переключения (6) позволяет однозначно определить параметры аттрактора, позволяющие провести масштабирование фазовой поверхности:

$$\Gamma_1^* : \left\{ A_1^*, y_1^* = \frac{h}{2k}, t_u^* = \frac{h}{(a-g)k}, T_1^* = \frac{at_u^*}{g}, \lambda_1^* = \frac{t_u^*}{T_1^*} \right\}, \quad (7)$$

где A_1^* , y_1^* , t_u^* , T_1^* , λ_1^* — соответственно размах колебаний, амплитуда скорости, длительность импульса, период автоколебаний и скважность (безразмерный расход).

Размах колебаний A_1^* определяется экстремальными отклонениями $x^*(t, T_1^*)$ в Γ_1^* :

$$\min(x^*) = \left(\alpha - \frac{h}{2} \right) - \frac{(y_1^*)^2}{2g}, \quad \max(x^*) = \left(\alpha - \frac{h}{2} \right) + \frac{(y_1^*)^2}{2(a-g)}.$$

Однако, учитывая жесткость управления $a \gg \max g$, величиной «заброса» в импульсе можно пренебречь, т. е. принять $\frac{(y_1^*)^2}{2(a-g)} \approx 0$.

Тогда размах колебаний A_1^* в режиме одноимпульсных предельных циклов определяется в системе (7) простым выражением

$$A_1^* = \frac{(y_1^*)^2}{2g}. \quad (8)$$

Отметим характерную особенность рассматриваемой динамической системы — для значений $g \in (0, g_\infty)$ существует один и только один предельный цикл Γ_2^* (рис. 3). Предельное состояние системы при значении варьируемого параметра $g = 0$ легко определить из геометрии $(\Gamma_2^*)_0$. Симметрия этой инвариантной траектории позволяет найти основные параметры автоколебаний аналитически как базовые величины масштабирования:

$$(\Gamma_2^*)_0 : \begin{cases} x_1^* = \alpha - \frac{h}{2}, & y_1^* = \frac{at_{u_2}^*}{2} = \frac{h}{2k}, & t_{u_2}^* = \frac{h}{ak}, \\ T_2^* = 2\frac{h}{ak} + 4k \left(2\frac{\alpha}{h} - 1 \right), \\ \lambda_2^* = \frac{2t_{u_2}^*}{T_2^*} = \frac{1}{1 + 2\frac{\alpha k^2}{h} \left(2\frac{\alpha}{h} - 1 \right)}, \end{cases} \quad (9)$$

где $t_{u_2}^*$ — длительность управляющих импульсов в предельном цикле $(\Gamma_2^*)_0$.

Полагая в системе (10) $\tilde{y} = \frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}}$, находим $T = \alpha kh^{-1}$. В итоге коэффициенты масштабирования переменных x , y , t имеют вид

$$\{\alpha^{-1}, kh^{-1}, h(\alpha k)^{-1}\}. \quad (11)$$

Принимая за базовые величины $\{\alpha, h\} \sim \alpha$, $k \sim T$, нормируем параметры регулятора

$$\{\tilde{h} = h\alpha^{-1}, \tilde{\alpha} = 1, \tilde{k} = h\alpha^{-1}, \tilde{\sigma} = \sigma\alpha^{-1}\}. \quad (12)$$

Тогда, с учетом (10), (11) и (12), система (1) принимает вид

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} = \tilde{y}, & \frac{d\tilde{y}}{d\tilde{t}} = \beta[g - aF(\tilde{\sigma})], & \tilde{\sigma} = \tilde{x} + \tilde{k}\tilde{y}, \\ F(\tilde{\sigma}) = \frac{1}{2}[\text{sgn}(\tilde{\sigma} - 1 + \tilde{h}F_0) + \text{sgn}(\tilde{\sigma} + 1 + \tilde{h}F_0)], \\ \beta = \frac{\alpha k^2}{h^2}, \end{cases} \quad (13)$$

где β — коэффициент масштабирования ускорений: $\tilde{a} = \beta a$, $\tilde{g} = \beta g$.

Для привязки параметров алгоритма управления к базе масштабирования дадим функции $F(\tilde{\sigma})$ геометрическую интерпретацию. Задав переменные и параметры системы так, как указано в (10) и (12), алгоритм управления представим тремя листами фазовой поверхности $F^+ = (\tilde{x}, \tilde{y})$, $F^0(\tilde{x}, \tilde{y})$, $F^-(\tilde{x}, \tilde{y})$ такими, что если $(\tilde{x}, \tilde{y}) \in F^+$, то $F = +1$, если $(\tilde{x}, \tilde{y}) \in F^-$, то $F = -1$, если $(\tilde{x}, \tilde{y}) \in F^0$, то $F = 0$. Границами листов при этом будут линии переключения (4), которые в новых переменных принимают вид

$$\begin{cases} L_i : \tilde{x} + \tilde{k}\tilde{y} = \tilde{\epsilon}_i, & i = \overline{1, 4}, \\ \tilde{\epsilon}_1 = 1, \quad \tilde{\epsilon}_2 = 1 - \tilde{h}, \quad \tilde{\epsilon}_3 = -1, \quad \tilde{\epsilon}_4 = -1 + \tilde{h}. \end{cases} \quad (14)$$

Отметим важное свойство нормализованных переменных. Как подчеркивал Л.И. Седов [15, с. 13–14], понятия «размерные» и «безразмерные» величины относительно.

Локально инвариантное масштабирование динамики стенда. В исходных переменных движение поворотной платформы стенда ФМ относительно оси подвеса описывается системой уравнения

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, & \frac{dy}{dt} = g - aF(\sigma) + \delta, & \sigma = x + ky, \\ F(\sigma) = \frac{1}{2}[\text{sgn}(\sigma - \alpha + hF_0) + \text{sgn}(\sigma + \alpha + hF_0)]. \end{cases} \quad (15)$$

В систему (15) введен параметр δ — инструментальное возмущение. Ускорение a обеспечивает привод стэнда: $a = \frac{M_u}{J} = \frac{M_{\pi}}{J_{\pi}}$, где M_{π} и J_{π} — управляющий момент привода и момент инерции поворотной платформы. Эффективность возмущения M_b КА создает имитирующее устройство стэнда: $g = \frac{M_b}{J} = \frac{(M_b)_{\pi}}{J_{\pi}}$, где $(M_b)_{\pi}$ — момент стэнда, имитирующий M_b .

Параметр неконтролируемого возмущения δ является следствием несовершенства конструкции стэнда. Его можно представить в виде сухого трения $\delta = -\delta_c \operatorname{sgn}(y)$, где $\delta_c = \frac{M_c}{J_{\pi}}$; M_c — модуль момента трения. Если δ_c мало настолько, что система способна воспроизвести с достаточной точностью все динамические режимы и их инвариантные свойства, которые наблюдаются в системе (1), то системы (15) и (1) динамически подобны. Для обеспечения динамического подобия необходимо, чтобы $\frac{\delta_c}{g} \rightarrow 0$. В случае $\frac{\delta_c}{g} \rightarrow 1$ дуга свободного участка траектории Γ^0 ($F = 0$) утрачивает симметрию, а при $\frac{\delta_c}{g} \geq 1$ в области $-\alpha < x < +\alpha$ возникает состояние покоя, чего никогда не наблюдается в движении КА, т. е. система (15) совершенно не подобна системе (1).

В общем случае параметр δ можно представить суммой, слагаемые которой учитывают сухое и вязкое трение, стабилизирующее и дестабилизирующее влияние смещения центра тяжести поворотной платформы относительно оси подвеса, постоянные и переменные возмущения от взаимодействия с окружающими объектами и средой. Однако такое усложнение математической модели будет неоправданно, поскольку все эти слагаемые в эксперименте не контролируются. Поэтому рассмотрим инструментальное возмущение стэнда ФМ упрощенно — в виде постоянной величины δ , соизмеримой с номинальным значением g . Это условие соизмеримости делает невозможным проведение на стэнде корректных исследований автоколебательных режимов, если не предпринять меры парирования инструментальных возмущений. В качестве одной из таких мер может служить предлагаемый метод локально инвариантного масштабирования.

Концепция метода заключается в следующем. Рассмотрим два управляемых процесса: первый — стабилизация КА (см. (1)); второй — стабилизация поворотной платформы стэнда (см. (15)). Признаки их

подобия отнесем к локальной системе характеристик, определяющих рассмотренные выше динамические свойства системы (1) в режимах стабилизации КА. Именно эти параметры подвергнем масштабнo инвариантным преобразованиям, оставив неизменным параметр δ системы (15).

Локально инвариантное масштабирование системы (15) приводит к уравнениям

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} = \tilde{y}, & \frac{d\tilde{y}}{d\tilde{t}} = \beta[g - aF(\tilde{\sigma})] + \delta, & \tilde{\sigma} = \tilde{x} + \tilde{k}\tilde{y}, \\ F(\tilde{\sigma}) = \frac{1}{2}[\text{sgn}(\tilde{\sigma} - \tilde{\alpha} + \tilde{h}F_0) + \text{sgn}(\tilde{\sigma} + \tilde{\alpha} + \tilde{h}F_0)], \end{cases} \quad (16)$$

В системе (16) все переменные и параметры, помеченные волнистой линией, нормализованы относительно базовых величин систем (10), (11). Однако параметры движения физической модели, учитывая относительность понятия «безразмерная величина», рассмотрим как размерные переменные характеристики в единой системе единиц измерения.

Оценивание влияния δ . Поскольку бифуркации предельных циклов $\Gamma_n^* \xrightarrow{g_\uparrow} \Gamma_{n-2}^*$ и $\Gamma_{n-2}^* \xrightarrow{g_\downarrow} \Gamma_n^*$ определяются касанием дуги $\Gamma^0 \in \Gamma_n^*$ и линии L_3 , то в качестве меры влияния инструментальных возмущений δ целесообразно принять Δx^* — величину смещения экстремальной точки отрезка траектории $\Gamma^0 \in \Gamma_n^*$.

Для определения Δx^* в режиме одноимпульсного предельного цикла Γ_1^* используем аналитические выражения его параметров (7). Амплитуда скорости $y_1^* = (2k)^{-1}h$ однозначно определяет координату точки экстремума $(x_m^*, y_m^* = 0) \in F^0$:

$$x_m^* = \alpha - \frac{h}{2} - \frac{1}{8g} \left(\frac{h}{k} \right)^2, \quad \forall g > 0. \quad (17)$$

Точность стабилизации в режиме Γ_1^* можно оценивать величиной размаха A_1^* (8). Конкретизируем этот параметр заданием условий функционирования системы, определив режим $(\Gamma_1^*)_н$ как «номинальный», в котором траектория предельного цикла проходит через конкретно заданную точку (x_n, y_n) . Назовем три варианта из множества возможных.

Вариант 1. Геометрия номинального предельного цикла Γ_{1-3}^* (см. рис. 1) задана в окрестности точки бифуркации $K_3^* \in L_3$ ($g_\downarrow > 0$).

При этом $K_3^* \notin (\Gamma_1^*)_H$, поскольку номинальная траектория отображает состояние системы до момента бифуркации.

Вариант 2. «Номинальный» предельный цикл задан размахом $(A_1^*)_H \approx 2\alpha - h$, равным размаху колебаний в режиме предельного цикла $(\Gamma_2^*)_0$ при $g = 0$ (см. рис. 2).

Вариант 3. Можно рассматривать и иные «номинальные» режимы, например, методически удобно рассматривать режим одноимпульсного предельного цикла, в котором фазовая траектория содержит точку начала координат $(\Gamma_1^*)_H \ni (0, 0)$.

Задача подавления влияния δ . Под словом «подавление» понимаем обеспечение условий динамического подобия при моделировании на стенде ФМ, имеющем значительные инструментальные возмущения δ . Рассматривая задачу подавления влияния δ на параметры предельного цикла Γ_1^* , принимаем в качестве номинального режима предельный цикл $(\Gamma_1^*)_H$, у которого задан размах $(A_1^*)_H$. Задав допустимую величину $(\Delta x^*)_D$, находим

$$g_H = \frac{(y_1^*)^2}{2(A_1^*)_H}, \quad g_H - \delta_D = \frac{(y_1^*)^2}{2(A_1^* + \Delta x_D)_H}. \quad (18)$$

Из уравнений (17) приходим к выражению

$$\frac{g_H - \delta_D}{g_H} = \frac{A_1^*}{A_1^* + \Delta x_D} \quad \text{или} \quad \frac{\delta_D}{g_H} = \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}, \quad (19)$$

где ε — допустимая величина относительной точности по координате x углового положения поворотной платформы $\varepsilon = \frac{(\Delta x^*)_D}{(A_1^*)_H}$.

Из уравнений (19) следует, что для обеспечения необходимой точности физического моделирования ε при заданной величине допустимого инструментального возмущения δ_D с помощью метода локально инвариантного масштабирования модели достаточно выбрать коэффициент масштабирования β , удовлетворяющий условию

$$\beta \geq (1 + \varepsilon)(g_H \varepsilon)^{-1} \delta_D. \quad (20)$$

Например, $\varepsilon \approx 0,001$, $\frac{\delta}{g} \approx 1 \rightarrow \beta \approx 1000$. Такие значения β можно обеспечить подбором коэффициентов масштабирования переменных x, y, t (11).

При воспроизведении сложных предельных циклов чувствительность системы к инструментальным возмущениям возрастает. Чем больше число импульсов в предельном цикле, тем уже область его существования, тем чувствительнее система по отношению к инструментальным возмущениям. Поэтому для различных областей пространства параметров в общем случае требуется свой масштабный коэффициент β .

Численные эксперименты. Для численного моделирования стабилизации КА и физической модели используем компьютерную программу «Model» [2]. Рассмотрим пример, для которого приняты исходные данные:

$$\begin{cases} a = 0,1 \text{ град/с}^2, & g_n = 0,0007838 \text{ град/с}^2, & \delta_{\max} = \pm 0,0003919 \text{ град/с}^2; \\ \alpha = 0,5 \text{ град}, & h = 0,2 \text{ град}, & k = 4 \text{ с}. \end{cases}$$

Для идеальных условий (при $\delta = 0$) предельный цикл $(\Gamma_1^*)_н$ характеризуют параметры $p_1 = \{\lambda_1^*, T_1^*, A_1^*\}$. Их разброс из-за действия $\pm \delta_{\max}$ оценим экстремальными значениями $\Delta p_1 = \{\Delta \lambda_1^*, \Delta T_1^*, \Delta A_1^*\}$, $\Delta p_1^* = \max p_1^* - \min p_1^*$. Ошибки ФМ от инструментальных возмущений оцениваем по относительной величине разброса параметров $\frac{\Delta p_1^*}{(p_1^*)_н}$. Значения этих величин, полученные в ходе численных экспериментов, представлены в таблице.

Результаты численных экспериментов

Тип масштабирования	Параметр $p_1^* \in \{\lambda_1^*, T_1^*, A_1^*\}$	λ_1^*	$T_1^*, \text{ с}$	$A_1^*, \text{ град}$
Исходный масштаб	$(p_1^*)_н$	0,007839	64,2953	0,4018
	$\min p_1^*$	0,003919	43,0300	0,2689
	$\max p_1^*$	0,011750	128,080	0,8005
	Δp_1^*	0,007831	85,0500	0,5316
	$\frac{\Delta p_1^*}{(p_1^*)_н}$	1,005600	1,00560	1,3230
Локально инвариантное масштабирование	$(p_1^*)_н$	0,007839	64,2950	0,4018
	$\min p_1^*$	0,007819	64,1360	0,4008

Тип масштабирования	Параметр $p_1^* \in \{\lambda_1^*, T_1^*, A_1^*\}$	λ_1^*	$T_1^*, \text{с}$	$A_1^*, \text{град}$
Локально инвариантное масштабирование	$\max p_1^*$	0,007859	64,4550	0,4028
	Δp_1^*	0,000040	0,3190	0,0020
	$\frac{\Delta p_1^*}{(p_1^*)_н}$	0,005100	0,004961	0,0005

На рис. 4 представлено семейство 15 траекторий Γ_1^* для условий $g_n > g_{3-1}$, которое иллюстрирует разброс параметров предельного цикла: номинальную траекторию $(\Gamma_1^*)_н$ с вершиной в начале координат и 14 траекторий для значений $g \in [g_{\min}, g_{\max}]$, $\delta_{\max} = 0,5g_n$ с шагом $\frac{\delta_{\max}}{7}$.

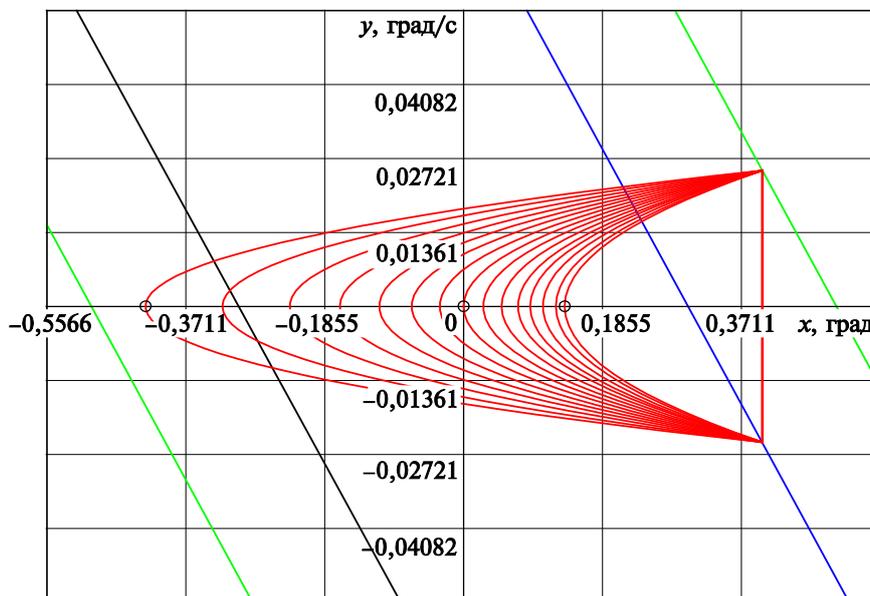
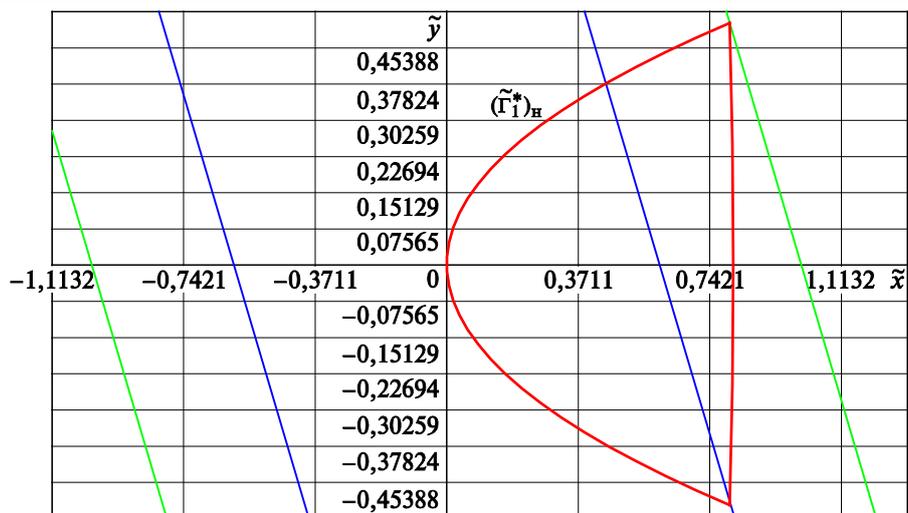


Рис. 4. Разброс фазовых траекторий Γ_1^* под влиянием инструментального возмущения при исходном масштабировании

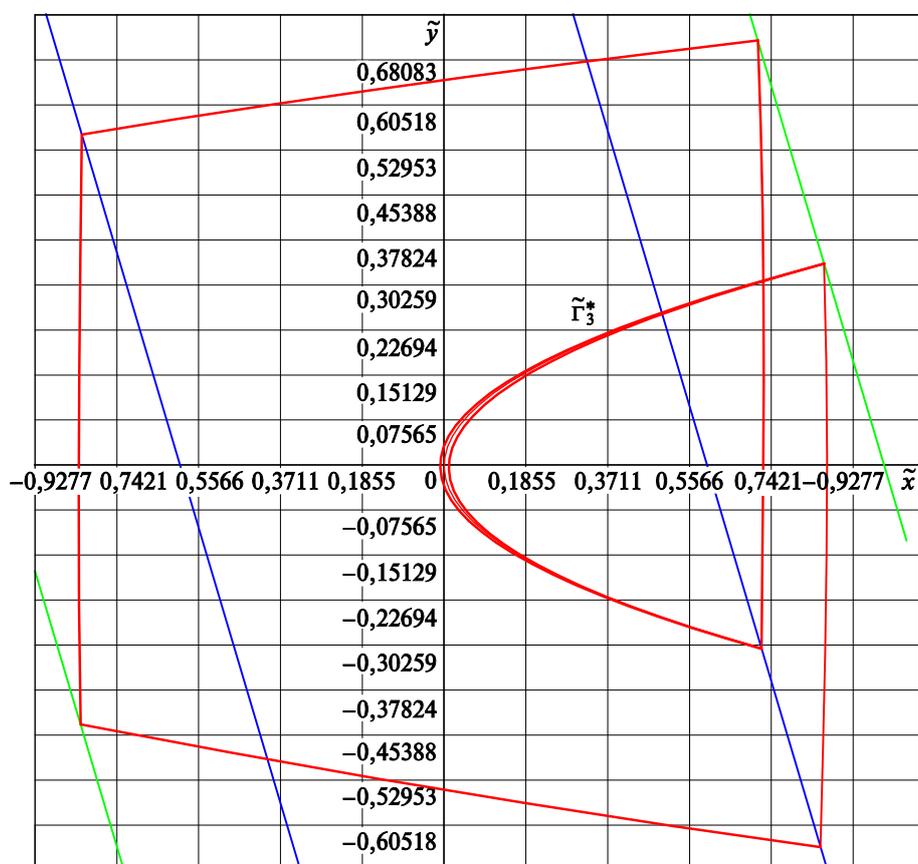
Применив локально инвариантное масштабирование, получаем

$$\left\{ \frac{\tilde{x}}{x} = 2, \frac{\tilde{y}}{y} = 20, \frac{\tilde{t}}{t} = 0,1 \right\}; \left\{ \tilde{h} = 0,4; \tilde{\alpha} = 1, \tilde{k} = 0,4 \right\}; \beta = 200;$$

$$\left\{ \tilde{a} = \beta a = 20; \tilde{g} = \beta g_n = 0,15676 \right\}, \delta \approx \pm 0,0003919 \text{ град/с}^2.$$



a



b

Рис. 5. Одноимпульсный (a) и трехимпульсный (b) предельные циклы в случае локально инвариантного масштабирования параметров системы, подверженной воздействию инструментальных возмущений

Нормированные переменные рассматриваем в той же системе единиц измерения, что и для исходной системы: $\tilde{x} \sim$ град, $\tilde{y} \sim$ град/с, $\tilde{a}, \tilde{g} \sim$ град/с².

Как следует из представленных в таблице и на рис. 5 результатов численных экспериментов, реализованное на конкретном примере локально инвариантное масштабирование подавляет инструментальные возмущения радикально ($\beta = 200$).

Так, если в исходном масштабе переменных ошибки воспроизведения номинального режима составляют ≈ 100 %, то при локально инвариантном масштабировании $\approx 0,5$ %. Реализованное нами масштабирование обеспечивает достаточную точность и при моделировании сложных многоимпульсных предельных циклов. На рис. 5, б представлены результаты численных экспериментов с применением локально инвариантного масштабирования переменных. Для значения $\tilde{g}_n = 0,0003317$ град/с⁻² и тех же прочих исходных данных, инструментальные возмущения $\delta = \pm 0,5g_n$ приводят к изменениям параметров предельного цикла с ошибкой не хуже 0,6 %.

Заключение. Проблему точности физического моделирования динамики стабилизации КА, обусловленную инструментальными возмущениями, присутствующими вследствие конструктивного несовершенства лабораторного стенда, можно радикально решить с помощью метода локально инвариантного масштабирования. Численные эксперименты на конкретном примере показывают, что влияние возмущающих моментов на оси поворотной платформы стенда практически полностью подавлено: ошибка позиционного отклонения снижена в 200 раз.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Негодяев С.С. и др. Оптимизация законов управления орбитальной стабилизации космического аппарата. *Труды МФТИ*, 2012, т. 4, № 2, с. 164–175.
- [2] Симоньянц Р.П. Квантово-механическая модель динамики релейно-импульсного управления. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*, 2016, № 3, с. 88–101. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-88-101
- [3] Симоньянц Р.П. Обеспечение качества процессов управления в релейной системе без датчика скорости. *Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2014, № 10, с. 152–178.
- [4] Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н. *Управление ориентацией космических аппаратов*. Москва, Наука, 1976, 600 с.
- [5] Гаушус Э.В. *Исследование динамических систем методом точечных преобразований*. Москва, Наука, 1976, 368 с.
- [6] Иванов Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю., Ролдугин Д.С., Ткачев С.С. Лабораторные испытания алгоритмов управления ориентацией микроспутника «Чибис-М». *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша № 40*, 2011, 29 с.

- [7] James J., Howell W.E. Simulator study of a satellite attitude control system using inertia wheels and a magnet. Langley Research Center, Langley Station, Humpton, Va. *NASA technical note 63-21893*, Oct. 1963.
- [8] Schwartz J.L., Hall C.D. *The Distributed Spacecraft Attitude Control System Simulator: Development, Progress, Plans*. URL: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~canall/papers/FMS03.pdf> (дата обращения 27.10.2019).
- [9] Boise J., Royce O., Bowden J., Glover F., Kelly J.P., Westwig E. Panel: simulation optimization: future of simulation optimization. In *WSC '01: Proceedings of the 33rd Conference on Winter simulation*, Washington, DC, USA, 2001. IEEE Computer Society, pp. 1466–1469.
- [10] Wright J.W. *Advancements of in-flight mass moment of inertia and structural deflection algorithms for satellite attitude simulators. Dissertation*. Ohio, 2015. AFIT-ENY-DS-15-M-261.
- [11] Kato T., Heidecker A., Dumke M., Theil S. Three-axis disturbance-free attitude control experiment platform: FACE. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Aerospace Technology Japan, 2014, vol. 12, no. 29, pp. 1–6.
- [12] Rossini L., Onillon E., Chetelat O., Allegradra C. *Electromagnetic force simulations on a reaction sphere for satellite attitude control*. COMSOL Conference, Paris, 2010, pp. 1–4.
- [13] Yamafuji K., Morishita T., ed. *Advances in Superconductivity VII: Proceedings of the 7th International Symposium on Superconductivity (ISS'94), November 8–11, 1994, Kitakyushu*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 1, 1272 p.
- [14] Колесников А.А. Метод синтеза системы управления колебаниями перевернутого маятника с инерционным маховиком. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2013, № 3–4 (72–73), с. 64–71.
- [15] Седов Л.И. *Методы подобия и размерности в механике*. Москва, Наука, 1977, 440 с.

Статья поступила в редакцию 27.11.2019

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Симоньянц Р.П., Пилипчук С.В., Шевченко В.В., Болотских А.А., Булавкин В.Н. Подавление влияния инструментальных возмущений локально инвариантным масштабированием физической модели угловой стабилизации космического аппарата. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 2. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-2-1959>

Статья подготовлена по материалам доклада, представленного на Международной молодежной научно-технической конференции «Аэрокосмические технологии», посвященной 105-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея (ММНТК АКТ-2019), 28 мая 2019 г., Реутов, Российская Федерация

Симоньянц Ростислав Петрович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Аэрокосмические системы» факультета «Специальное машиностроение» МГТУ им. Н.Э. Баумана, декан Аэрокосмического факультета МГТУ им. Н.Э. Баумана. Область научных интересов: управление ориентацией и стабилизация космических аппаратов. e-mail: rps@bmstu.ru

Пилипчук Сергей Васильевич — инженер-конструктор АО «ВПК «НПО машиностроения». Область научных интересов: управление ориентацией и стабилизация космических аппаратов. e-mail: drdeagle.50@yandex.ru

Шевченко Валерий Владимирович — инженер-конструктор АО «ВПК «НПО машиностроения». Область научных интересов: управление ориентацией и стабилизация космических аппаратов. e-mail: valery_shev4enko@inbox.ru

Болотских Антон Александрович — студент Аэрокосмического факультета кафедры «Системы автоматического управления» МГТУ им. Н.Э. Баумана, стипендиат Президента Российской Федерации. e-mail: 79161424838@yandex.ru

Булавкин Владимир Николаевич — студент Аэрокосмического факультета кафедры «Аэрокосмические системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, стипендиат Президента Российской Федерации. e-mail: bulavkin_98@mail.ru

Suppression of the instrumental disturbance effect by locally invariant scaling of the physical model of spacecraft angular stabilization

© R.P. Simonyants¹, S.V. Pilipchuk², V.V. Shevchenko²,
A.A. Bolotskikh¹, V.N. Bulavkin¹

¹ Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

²JSC “MIC Mashinostroyeniya”, Reutov, Moscow Region, 143966, Russia

The study introduces a method of ground conditions physical modeling of the spacecraft motion around a fixed axis. On a natural scale of parameters and variables, the dynamic modes under consideration can be implemented only with an extremely small amount of kinetic energy dissipation. The feasible minimum friction for a test bed of simple design significantly exceeds the required values. In current modes of economical limit cycles, the characteristics of the simulated process are distorted so much that the physical modeling test bed is unsuitable for practical use. The solution to this problem is usually sought by complicating the design of the test bed through the use of air or magnetic suspension. The paper proposes an innovative method of “invariant scaling”, based on the principle of dynamic similarity of self-oscillating processes. Its application makes it possible to drastically reduce the effect of friction on the characteristics of physically modeled modes during ground developmental testing of control algorithms. Computer modeling with the use of this method has confirmed its high efficiency. It has been shown analytically and numerically that the modeling accuracy can be radically improved. An example of reducing the modeling error by 200 times is given.

Keywords: *physical modeling, dynamic similarity, locally invariant scaling, spacecraft orientation and stabilization, limit cycle, bifurcation, modeling accuracy*

REFERENCES

- [1] Zubov N.Ye., Mikrin E.A., Negodyayev C.C., et al. *Trudy MFTI (MIPT Proceedings)*, 2012, vol. 4, no. 2, pp. 164–175.
- [2] Simonyants R.P. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroyeniye — Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Instrument Engineering*, 2016, no. 3, pp. 88–101. DOI: 10.18698/0236-3933-2016-3-88-101
- [3] Simonyants R.P. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana — Science & Education: Scientific edition of Bauman MSTU*, 2014, no. 10, pp. 152–178.
- [4] Raushenbakh B.V., Tokar E.N. *Upravlenie orientatsiy kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft orientation control]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 600 p.
- [5] Gaushus E.V. *Issledovanie dinamicheskikh sistem metodom tochechnykh preobrazovaniy* [The study of dynamical systems by the method of point transformations]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 368 p.
- [6] Ivanov D.S., et al. *Preprint IPM im. M.V. Keldysha — Keldysh Institute Preprints, no. 40*, 2011, 29 p.
- [7] James J., Howell W.E. Simulator study of a satellite attitude control system using inertia wheels and a magnet. Langley Research Center, Langley Station, Humpton, Va. *NASA technical note 63-21893*, Oct. 1963.

- [8] Schwartz J.L., Hall C.D. The Distributed Spacecraft Attitude Control System Simulator: Development, Progress, Plans. *Flight Mechanics Symp. Greenbelt, Maryland, Goddard Space Flight Center*, 2003. Available at: <http://www.dept.aoe.vt.edu/~canall/papers/FMS03.pdf>
- [9] Boise J., Royce O., Bowden J., Glover F., Kelly J.P., Westwig E. Panel: simulation optimization: future of simulation optimization. In *WSC '01: Proceedings of the 33rd Conference on Winter simulation*, Washington, DC, USA, 2001. IEEE Computer Society, pp. 1466–1469.
- [10] Wright J.W. *Advancements of in-flight mass moment of inertia and structural deflection algorithms for satellite attitude simulators. Dissertation*. Ohio, 2015. No. AFIT-ENY-DS-15-M-261.
- [11] Kato T., Heidecker A., Dumke M., Theil S. Three-axis disturbance-free attitude control experiment platform: FACE. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences*, Aerospace Technology Japan, 2014, vol. 12, no. 29, pp. 1–6.
- [12] Rossini L., Onillon E., Chetelat O., Allegradra C. *Electromagnetic force simulations on a reaction sphere for satellite attitude control*. COMSOL Conference, 2010, pp. 1–4.
- [13] Yamafuji K., Morishita T., ed. *Advances in Superconductivity VII: Proceedings of the 7th International Symposium on Superconductivity (ISS'94), November 8–11, 1994, Kitakyushu*. Springer Science & Business Media, 2012, vol. 1, p. 1272.
- [14] Kolesnikov A.A. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta — Vestnik of Don State Technical University*, 2013, no. 3–4 (72–73), pp. 64–71.
- [15] Sedov L.I. *Metody podobiya i razmernosti v mekhanike* [Similarity and dimension methods in mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1977, 440 p.

Simonyants R.P., Cand. Sc. (Eng.) Assoc. Professor, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University, Dean of the Aerospace Faculty, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: control of orientation and stabilization of spacecraft. e-mail: rps@bmstu.ru

Pilipchuk S.V. Design Engineer, JSC “MIC Mashinostroyeniya”. Research interests: control of orientation and stabilization of spacecraft. e-mail: drdeagle.50@yandex.ru

Shevchenko V.V. Design Engineer, “MIC Mashinostroyeniya”. Research interests: control of orientation and stabilization of spacecraft. e-mail: valery_shev4enko@inbox.ru

Bolotskikh A.A., student of the Aerospace Faculty, Department of Automatic Control Systems, Bauman Moscow State Technical University, scholarship holder of the President of the Russian Federation. e-mail: 79161424838@yandex.ru

Bulavkin V.N., student of the Aerospace Faculty, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University, scholarship holder of the President of the Russian Federation. e-mail: bulavkin_98@mail.ru