

Алгоритм применения законов управления движением космического аппарата с солнечным парусом для совершения некомпланарного перелета Земля — Марс

© Р.М. Хабибуллин, О.Л. Старинова

Самарский университет, Самара, 443086, Россия

Рассмотрен пространственный управляемый гелиоцентрический перелет Земля — Марс космического аппарата с неидеально отражающим солнечным парусом. Представлена новая математическая модель движения с учетом динамики движения относительно центра масс под действием сил и моментов от светового давления. С целью реализации перелета сформирован алгоритм управления космическим аппаратом на базе законов локально-оптимального управления для наискорейшего изменения оскулирующих элементов. Управление ориентацией солнечного паруса осуществляется с помощью тонкоплечных элементов управления, расположенных по периметру поверхности солнечного паруса. В результате моделирования движения определены длительность и траектория перелета, программа управления и необходимые проектные параметры космического аппарата с солнечным парусом.

Ключевые слова: космический аппарат, солнечный парус, математическая модель движения, программа управления, локально-оптимальный закон управления

Введение. Солнечный парус (СП) — это приспособление, в котором используется давление солнечного света на отражающую поверхность для приведения в движение космического аппарата (КА) [1]. За последнее десятилетие космическими агентствами США, Японии и Европы [1–5] было запущено несколько технологических КА для исследования возможности применения СП в качестве двигательной установки.

Цель настоящей статьи — формирование алгоритма управления КА для совершения пространственного перелета Земля — Марс. Алгоритм управления включает в себя набор законов локально-оптимального управления (ЗЛОУ), предназначенных для изменения одного из оскулирующих элементов:

- большой полуоси A ;
- радиуса перигелия r_{π} ;
- фокального параметра p ;
- аргумента перигелия w ;
- эксцентриситета e ;
- наклона i ;
- радиуса афелия r_{α} ;
- долготы восходящего узла Ω .

В качестве двигательной установки используется неидеально отражающий СП, отличающийся от идеально отражающего способом расчета величины и направления ускорения, при котором учитывают падающие и зеркально отраженные фотоны и диффузные отражения,

поглощения и пропускания фотонов поверхностью СП. При моделировании межпланетных перелетов данное различие оказывает существенное влияние на конечный результат.

Для выполнения программных маневров с помощью ЗЛОУ необходимо обеспечить КА органом управления ориентацией. Подобным органом являются тонкопленочные элементы управления (ТЭУ), способные изменять свои отражательные характеристики. ТЭУ располагаются по периметру СП, как на КА IKAROS [3]. Если одной половине ТЭУ обеспечить зеркальное отражение фотонов, а другой — поглощение фотонов, возникнет разница сил, в результате которой появится управляющий момент для изменения ориентации КА.

Постановка задачи. Введем вектор фазовых координат \mathbf{X} , описывающий движение центра масс и управляемое движение относительно центра масс:

$$\mathbf{X} = (r, u, V_r, V_u, \Omega, i, \theta_p, \theta_s, \omega_p, \omega_s)^T,$$

где r — гелиоцентрическое расстояние КА с СП; u — аргумент широты КА; V_r — радиальная скорость КА; V_u — трансверсальная скорость КА; Ω — долгота восходящего узла орбиты КА; i — наклонение орбиты КА; θ_p, θ_s — углы поворота СП относительно осей OP и OS соответственно; ω_p, ω_s — угловые скорости КА; T — транспонирование матрицы или вектора. Оси OP и OS — оси связанной с СП системы координат $OPNS$ (рис. 1). Точка O — центр системы координат, совпадающий с центром масс КА. Ось OP направлена по вектору \mathbf{p} , лежащему в плоскости СП и совпадающему с проекцией на поверхность СП радиуса-вектора \mathbf{r} . Ось ON направлена по вектору нормали СП \mathbf{n} в сторону от источника света. Ось OS лежит в плоскости СП и дополняет систему координат.

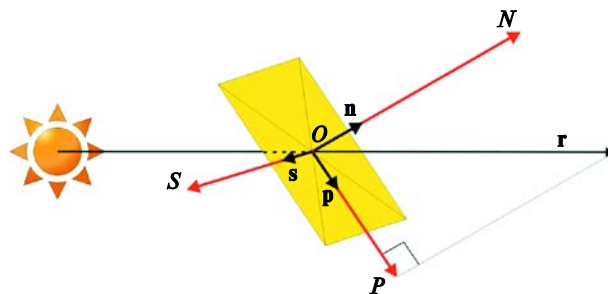


Рис. 1. Система координат $OPNS$

Для описания управления ориентацией СП вводится вектор управления \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = \{\delta_p(t), \delta_s(t)\}^T,$$

где $\delta_p(t)$, $\delta_s(t)$ — функции номинального управления, определяющие вращение СП относительно осей OP и OS соответственно; функции $\delta_p(t)$ и $\delta_s(t)$ принимают значение $+1$ при увеличении угла установки СП λ , -1 — при уменьшении угла установки СП λ , 0 — при неизменности ориентации СП.

Фиксированный вектор проектных параметров **prm** КА с СП описывается следующим образом:

$$\mathbf{prm} = \{m, S, \rho, \rho_r, \rho_d, \alpha, \tau, h_{ТЭУ}\}^T,$$

где m — масса КА с СП; S — площадь СП; ρ — коэффициент отражения поверхности СП; ρ_r — коэффициент зеркального отражения поверхности СП; ρ_d — коэффициент диффузного отражения поверхности СП; α — коэффициент поглощения фотонов поверхностью СП; τ — коэффициент пропускания; $h_{ТЭУ}$ — ширина ТЭУ.

Параметры векторов фазовых координат \mathbf{X} и управления \mathbf{U} должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$\begin{cases} |\delta_p(t)| + |\delta_s(t)| \leq 1; \\ \omega_{\text{дост}} \leq |\boldsymbol{\omega}| \leq \omega_{\text{пред}}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\omega_{\text{дост}}$ — достаточная угловая скорость КА, необходимая для выполнения программного разворота; $\boldsymbol{\omega}$ — вектор угловой скорости КА; $\omega_{\text{пред}}$ — предельная угловая скорость КА, при которой КА будет испытывать критические нагрузки.

Граничные условия гелиоцентрического перелета можно записать так:

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \quad \mathbf{X}(t_k) = \mathbf{X}_k.$$

В качестве основного критерия оптимальности выбрано минимальное время перелета $t_k \rightarrow \min$ при условии

$$\begin{cases} Dist \leq R_{\text{Хилла}}; \\ \|\Delta\mathbf{X}\| \leq \xi, \end{cases} \quad (2)$$

где $Dist$ — текущее расстояние между КА с СП и целью; $R_{\text{Хилла}}$ — радиус сферы Хилла (область пространства, в которой могут двигаться тела, оставаясь спутником планеты; для Марса $R_{\text{Хилла}} = 1\,083\,000$ км); ξ — коэффициент, определяющий область допустимых значений евклидовой нормы фазовых координат КА на дату завершения миссии (в рамках работы $\xi = 0,02$); $\|\Delta\mathbf{X}\|$ — евклидова норма:

$$\|\Delta\mathbf{X}\| = \|\mathbf{X}_{\text{КА}}(t_k) - \mathbf{X}_{\text{Марс}}(t_k)\|.$$

Таким образом, вектор функции управления \mathbf{U} примет следующий вид:

$$\mathbf{U}_{\text{opt}}(t) = \arg \min_{\mathbf{U}(t)} t_k \left(\mathbf{U} \mid \text{prm} \in P, \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{X}(t_k) = \mathbf{X}_k \right).$$

Для решения поставленной задачи необходимо разработать математическую модель движения КА с неидеально отражающим СП, которая будет в дальнейшем использоваться для моделирования перелета Земля — Марс. Далее рассматриваются математические модели движения центра масс и вокруг центра масс КА с СП.

Математическая модель движения. В настоящей статье рассмотрена модель плоского неидеально отражающего СП с учетом следующих допущений:

- оптические характеристики СП постоянны на всей длительности перелета и не равны нулю, т. е. $\rho = \text{const} \neq 0$, $\alpha = \text{const} \neq 0$, $\tau = \text{const} \neq 0$;
- рассеивание диффузно отраженных фотонов происходит равномерно во всех направлениях в полуплоскости, следовательно, направление результирующего вектора силы тяги от рассеянных фотонов совпадает с направлением нормали к СП;
- излучение на поверхности СП от нагрева поглощенных фотонов происходит равномерно по всем направлениям в полуплоскости, т. е. результирующий вектор силы тяги от поглощенных фотонов совпадает с направлением падения фотонов.

Формирование модели движения центра масс КА с неидеально отражающим СП подробно изложено в [6]. Изменение фазовых координат КА можно представить в виде системы дифференциальных уравнений в комбинированной гелиоцентрической системе координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{r} = V_r; \\ \dot{i} = \frac{V_u}{r} - a_z \frac{\sin u}{V_u \operatorname{tg} i} + f_z \frac{\sin u}{V_u \operatorname{tg} i}; \\ \dot{V}_r = \frac{V_u^2}{r} - \frac{1}{r^2} + a_r + f_r; \\ \dot{V}_u = -\frac{V_r V_u}{r} + a_u + f_u; \\ \dot{\Omega} = a_z \frac{\sin u}{\sin i V_u} + f_z \frac{\sin u}{\sin i V_u}; \\ \dot{i} = a_z \frac{\cos u}{V_u} + f_z \frac{\cos u}{V_u}, \end{array} \right.$$

где a_r, a_u, a_z — безразмерные компоненты ускорения КА; f_r, f_u, f_z — безразмерные компоненты возмущающего ускорения, вызванные Марсом.

Безразмерные компоненты ускорения КА a_r, a_u, a_z определяют по формулам:

$$a_r = a_p \left(\sin \lambda_1 \sqrt{\cos^2 \lambda_2 + \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right)^2} + \sin \lambda_2 \cos \lambda_1 \sqrt{\sin^2 \lambda_2 - \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right)^2} \right) + a_n \cos \lambda_2 \cos \lambda_1;$$

$$a_u = a_p \left(\sin \lambda_1 \sin \lambda_2 \sqrt{\sin^2 \lambda_2 - \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right)^2} - \sqrt{\cos^2 \lambda_2 + \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right)^2} \cos \lambda_1 \right) + a_n \cos \lambda_2 \sin \lambda_1;$$

$$a_z = a_p \cos \lambda_2 \sqrt{\sin^2 \lambda_2 - \left(\frac{\sin \lambda_2}{\sin \lambda_1} \right)^2} - a_n \sin \lambda_2;$$

$$a_p = P_3 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \frac{S}{m} \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \left(1 - \rho + \alpha \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right) \times \sqrt{\sin^2 \lambda_1 \cos^2 \lambda_2 + \sin^2 \lambda_2};$$

$$a_n = P_3 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 \frac{S}{m} \cos^2 \lambda_1 \cos^2 \lambda_2 \left(1 + \rho + \alpha \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right).$$

Здесь P_3 — давление отвесно падающего солнечного света на полностью поглощающую поверхность абсолютно черного тела на орбите Земли ($P_3 = 4,55 \cdot 10^{-6}$ Н·м⁻²); R_0 — среднее расстояние между центрами масс Солнца и Земли ($R_0 = 149,6 \cdot 10^6$ км (1 а.е.)); ε_f — коэффициент излучения освещенной стороны СП; ε_b — коэффициент излучения теневой стороны СП; B_f — коэффициент эмиссионной диффузии освещенной стороны СП; B_b — коэффициент эмиссионной диффузии теневой стороны СП; λ_1 — угол между радиусом-вектором и проекцией нормали СП на плоскость орбиты; λ_2 — угол между нормалью СП и ее проекцией на плоскость орбиты; для оптических коэффициентов поверхности СП в соответствии с [7] можно принять следующие значения: $\rho = 0,87$; $\rho_r = 0,94$; $\rho_d = 0,06$; $\alpha = 0,12$; $\tau = 0,01$, $\varepsilon_f = 0,05$; $\varepsilon_b = 0,55$; $B_f = 0,79$; $B_b = 0,55$.

Компоненты управляющего угла λ_1 и λ_2 определяются зависимостями:

$$\begin{aligned} \cos \lambda &= \cos \lambda_1 \cos \lambda_2; \\ \sin \lambda &= \sqrt{\sin^2 \lambda_1 \cos^2 \lambda_2 + \sin^2 \lambda_2}. \end{aligned}$$

Формирование модели движения вокруг центра масс КА с неидеально отражающим СП рассмотрено в [8]. Уравнения движения вокруг центра масс можно записать следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\theta}_p &= \omega_p; & \dot{\theta}_n &= \omega_n; & \dot{\theta}_s &= \omega_s; \\ \dot{\omega}_p &= \left(12P_3 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 S_{ТЭУ} \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \left[\cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \left(\rho_r \rho + \alpha \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 - \rho_r) \rho B_f \right] \frac{(\sqrt{S} + h_{ТЭУ})}{m_{СП} S} + \omega_n \omega_s \right) \delta_p; \\ \dot{\omega}_n &= 0; \\ \dot{\omega}_s &= \left(12P_3 \left(\frac{R_0}{r} \right)^2 S_{ТЭУ} \cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \left[\cos \lambda_1 \cos \lambda_2 \left(\rho_r \rho + \alpha \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + (1 - \rho_r) \rho B_f \right] \frac{(\sqrt{S} + h_{ТЭУ})}{m_{СП} S} + \omega_p \omega_n \right) \delta_s, \end{aligned} \right.$$

где $m_{СП}$ — масса СП.

В данных уравнениях движения центр масс КА рассматривается как точка сосредоточенной массы, разворот осуществляет только СП. Разработанная математическая модель движения КА с неидеально отражающим СП позволяет анализировать возможность управления крупногабаритной тонкоплёночной конструкцией для реализации перелётов между некомпланарными гелиоцентрическими орбитами.

Формирование алгоритма управления. Процесс формирования алгоритма управления КА для совершения гелиоцентрического перелёта можно разделить на четыре этапа.

1. Определение проектных параметров — цель перелёта, вектор проектных параметров КА с СП \mathbf{prm} , точность моделирования и значение ξ ;

2. Формирование базы данных перелётов с использованием ЗЛОУ для различного положения КА с СП на стартовой орбите. Проводится ряд сеансов моделирования движения с использованием

ЗЛОУ для различных значений аргумента широты КА $u \in [0^\circ, 360^\circ]$, в результате чего формируется база данных перелетов КА. Моделирование гелиоцентрических перелетов проводится в программе для ЭВМ [9]. С помощью метода прямой оптимизации определяются наиболее выгодные комбинации ЗЛОУ для совершения компланарного перелета и для изменения положения орбиты в пространстве. Выбираются комбинации ЗЛОУ с минимальной длительностью и минимальной евклидовой нормой моделируемых параметров.

3. Моделирование движения центра масс и вокруг центра масс КА. Вводятся дата старта D_0 , на дату старта $\mathbf{X}_{КА}(t_0)$ векторы фазовых координат КА с СП и векторы фазовых координат цели перелета на дату старта $\mathbf{X}_{цель}(t_0)$ и завершения миссии $\mathbf{X}_{цель}(t_k)$. Основными результатами данного этапа являются вектор фазовых координат КА с СП на дату завершения миссии $\mathbf{X}_{КА}(t_k)$, вектор управления \mathbf{U} и евклидова норма $\|\Delta\mathbf{X}\|$. Если евклидова норма $\|\Delta\mathbf{X}\|$ и расстояние между КА с СП и целью перелета $Dist$ удовлетворяют условиям (1), начинается четвертый этап.

4. Анализ движения и получение программы управления. Определяется вектор угловой скорости КА с СП с помощью найденного вектора управления \mathbf{U} . Выбирается максимальная угловая скорость на всем перелете, которая будет являться достаточной. Далее рассчитывается необходимая ширина ТЭУ $h_{ТЭУ}$, проводится анализ энергетических затрат и выносится вердикт о реализуемости перелета.

С помощью законов локально-оптимального управления определяются управляющие углы λ_1 и λ_2 , необходимые для формирования программы управления КА. Управляющие углы λ_1 и λ_2 , обеспечивающие наискорейшее изменение одного из оскулирующих элементов, могут быть вычислены из следующего отношения:

$$\lambda_{1,2}^{K opt} = \arg \max_{\lambda_{1,2} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]} \frac{dK}{dt}(\lambda_{1,2}),$$

где K — общее обозначение оскулирующего элемента.

В рамках работы для формирования алгоритма управления движением КА с СП для совершения гелиоцентрического перелета Земля — Марс используются ЗЛОУ:

- для наискорейшего увеличения наклона i

$$\lambda_2^i = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{Sign}[\cos u \sin \lambda_2];$$

- наискорейшего уменьшения долготы восходящего узла Ω

$$\lambda_2^\Omega = -\frac{1}{2} \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{Sign}[\sin u \sin \lambda_2];$$

- наискорейшего увеличения аргумента перигелия w

$$\lambda_1^w = -\frac{1}{2} \arcsin \frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta) \left(-\cos \vartheta - \sqrt{9[\cos \vartheta]^2 + 8 \left[\frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta)}{1 + e \cos \vartheta} \right]^2} \right)}{3(1 + e \cos \vartheta) \left([\cos \vartheta]^2 + \left[\frac{\sin \vartheta (2 + e \cos \vartheta)}{1 + e \cos \vartheta} \right]^2 \right)};$$

- наискорейшего увеличения эксцентриситета e

$$\lambda_1^e = -\frac{1}{2} \arcsin \frac{(e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e) \left(\sin \vartheta - \sqrt{9[\sin \vartheta]^2 + 8 \left[\frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta} \right]^2} \right)}{3(1 + e \cos \vartheta) \left([\sin \vartheta]^2 + \left[\frac{e \cos^2 \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta} \right]^2 \right)};$$

- наискорейшего увеличения большой полуоси A

$$\lambda_1^A = \frac{1}{2} \arcsin \frac{(-1 + e \cos \vartheta) \left(e \cos \vartheta - \sqrt{9[e \cos \vartheta]^2 + 8[-1 + e \cos \vartheta]^2} \right)}{3 \left([e \cos \vartheta]^2 + [-1 + e \cos \vartheta]^2 \right)}.$$

Здесь ϑ — угол истинной аномалии.

Данные зависимости получены с помощью дифференцирования уравнения Лагранжа второго рода. Далее полученный алгоритм применения ЗЛОУ реализуется в процессе моделирования движения КА с СП.

Результаты моделирования. Для определения параметров орбиты и положения Марса используется база данных Лаборатории реактивного движения НАСА (Jet Propulsion Laboratory NASA) [10]. Дата старта миссии — 21.01.2031 г., дата завершения — 25.07.2034 г.

Начальное положение КА с СП на дату старта и конечное положение Венеры опишем размерными фазовыми координатами в виде $\mathbf{X} = (r; u; V_r; V_u; \Omega; i)^T$:

$$\mathbf{X}_{\text{КА}}(t_0) = (1,472 \cdot 10^8 \text{ км}; 120,231 \text{ град}; 0,147 \text{ км/с}; 30,265 \text{ км/с}; 174,798 \text{ град}; 0,004 \text{ град})^T;$$

$$\mathbf{X}_{\text{Марс}}(t_k) = (2,468 \cdot 10^8 \text{ км}; 130,824 \text{ град}; 0,970 \text{ км/с}; 22,192 \text{ км/с}; 49,456 \text{ град}; 1,847 \text{ град})^T.$$

Данные о перелете представлены в табл. 1, алгоритм и длительность использования ЗЛОУ — в табл. 2. Одна итерация моделирования соответствует 1 ч движения КА.

Таблица 1

Данные о перелете космического аппарата к Марсу

Наименование	Размерность	Значение
Радиус сферы Хилла Марса, $R_{\text{Хилла}}$	км	1 083 000
Дата старта, D_0	дд.мм.гггг	21.01.2031
Дата завершения перелета, D_k	дд.мм.гггг	25.07.2034
Масса КА с СП, m	кг	39,8
Площадь СП, S	м^2	500
Площадь ТЭУ, $h_{\text{ТЭУ}}$	м^2	213,2
Длительность перелета	сут	1281
Расстояние до цели, $Dist$	км	1 047 203

Таблица 2

Алгоритм использования ЗЛОУ

Закон управления	Дата этапа		Значение		Длительность перелета, сут
	Начало	Завершение	Начальное	Конечное	
$\uparrow i$	21.01.2031	05.05.2031	0,004 град	1,838 град	105
$\downarrow \Omega$	05.05.2031	11.03.2032	166,368 град	49,511 град	311
$\uparrow w$	11.03.2032	03.11.2032	202,192 град	336,029 град	236
$\uparrow e$	03.11.2032	26.11.2032	0,078 а.е.	0,093 а.е.	24
$\uparrow A$	26.11.2032	25.07.2034	1,174 а.е.	1,524 а.е.	605

Траектория гелиоцентрического движения КА с СП в плоскости XOY и изменение координат от длительности перелета представлены на рис. 2 и 3.

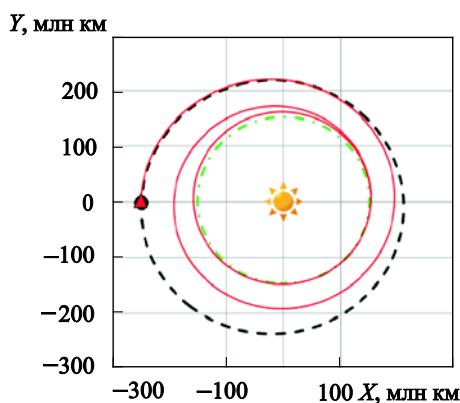


Рис. 2. Гелиоцентрическая траектория перелета космического аппарата к Марсу:

- ▲ — космический аппарат; ● — Марс; ☀ — Солнце;
- — орбита Земли; --- — орбита Марса;
- — траектория космического аппарата

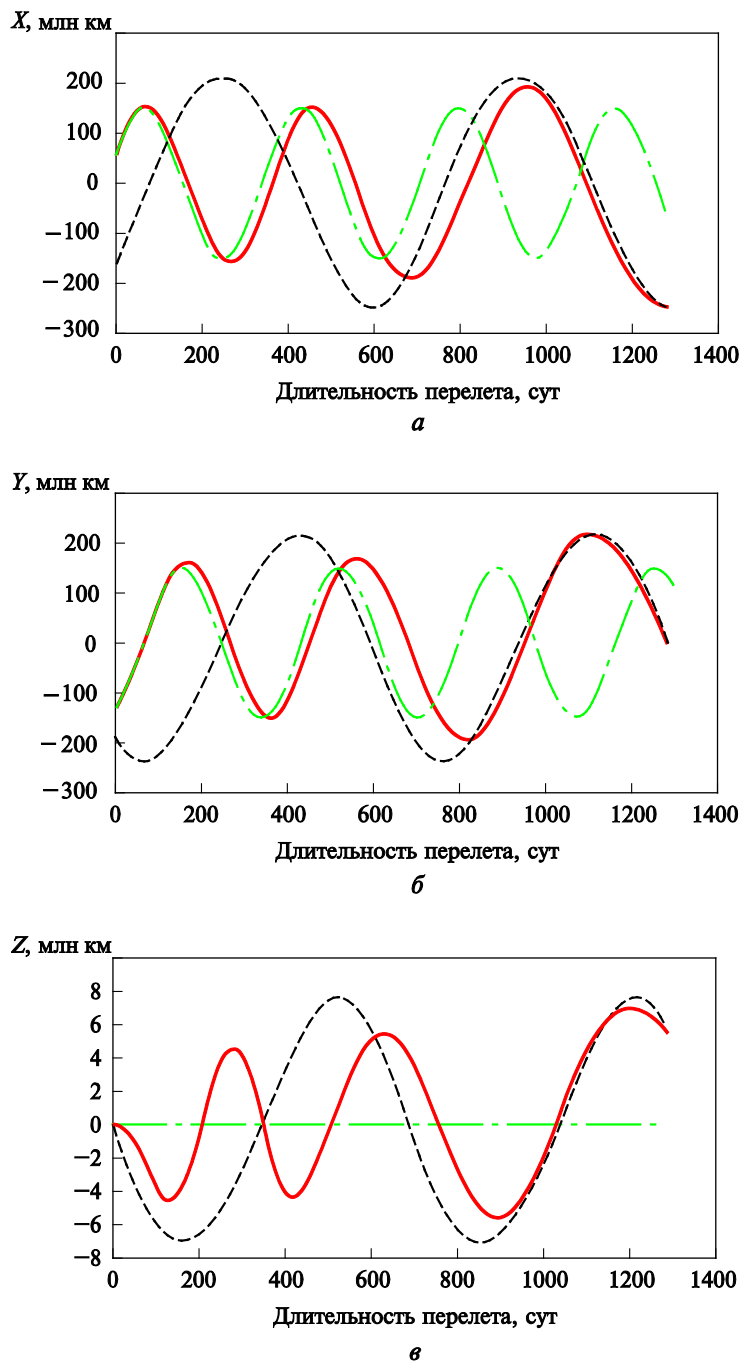


Рис. 3. Зависимость координат положения космического аппарата от длительности перелета:
 а — координата X; б — координата Y; --- — Земля;
 -- — Марс; — — космический аппарат

На рис. 4 представлены графики изменения фазовых координат от длительности перелета.

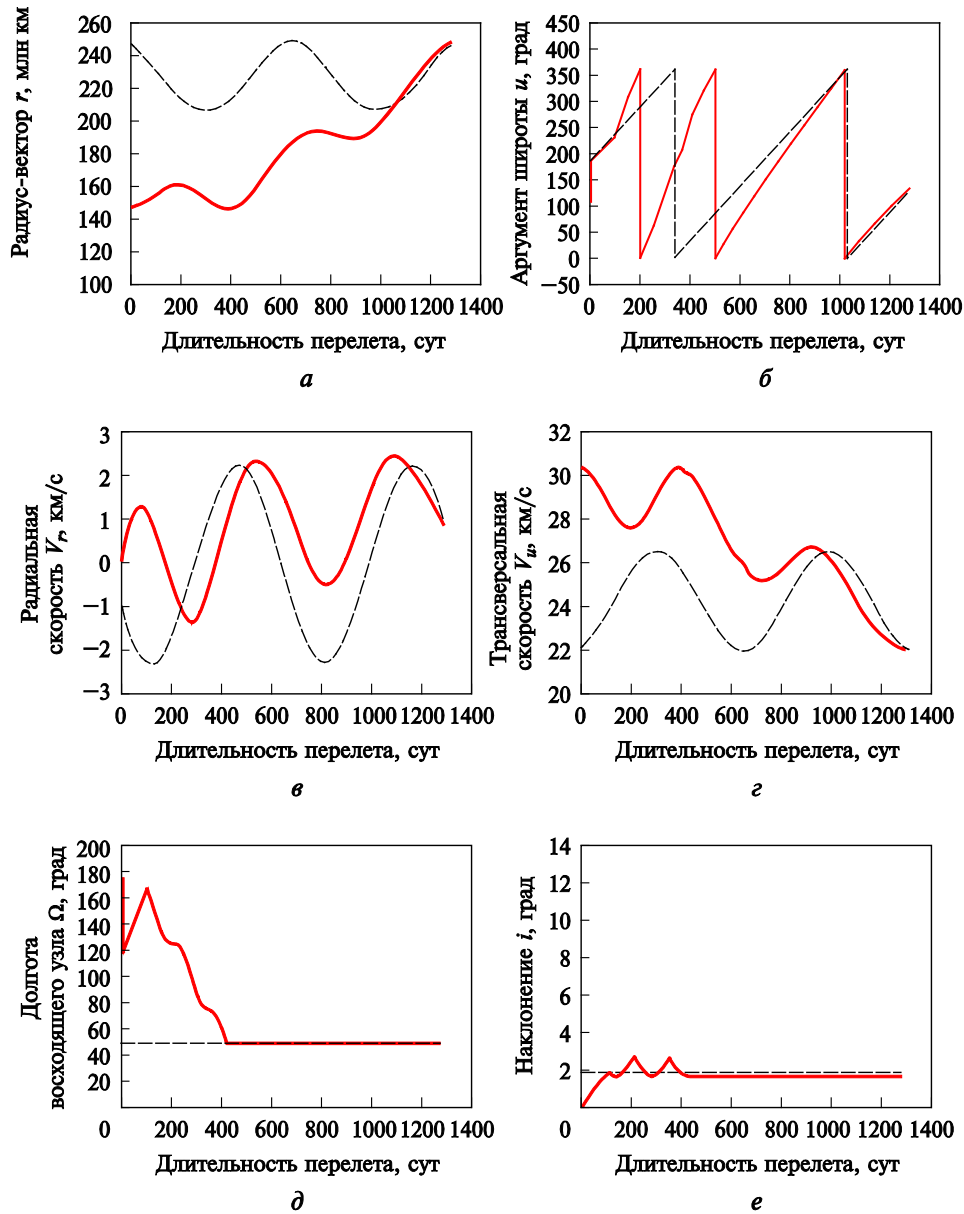


Рис. 4. Изменение фазовых координат космического аппарата от длительности перелета:

a — радиус-вектор r ; $б$ — аргумент широты u ; - - — Марс;
 — — космический аппарат

Программа управления включает в себя изменение управляющих углов и функции управления. Использование ЗЛОУ подразумевает изменение положения КА и ориентации СП в пространстве. На рис. 5 приведен график зависимости управляющих углов λ_1 и λ_2 от длительности перелета. Графики функций управления δ_p и δ_s представлены на рис. 6.

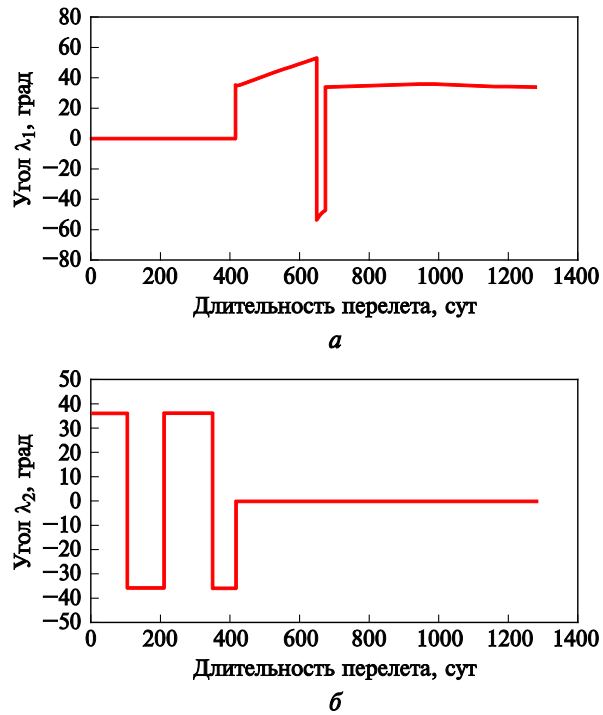


Рис. 5. Зависимости управляющих углов по времени:
 a — угол λ_1 ; b — угол λ_2

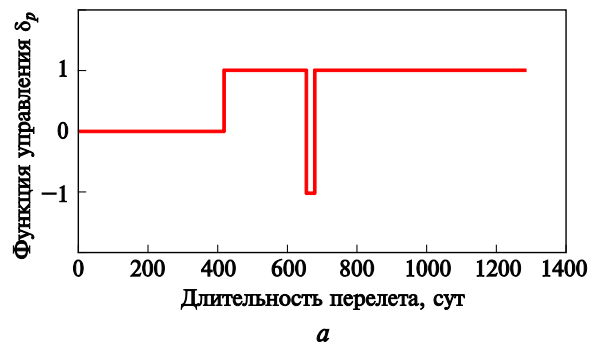


Рис. 6 (начало). Зависимости функции управления от длительности перелета:
 a — функция управления δ_p

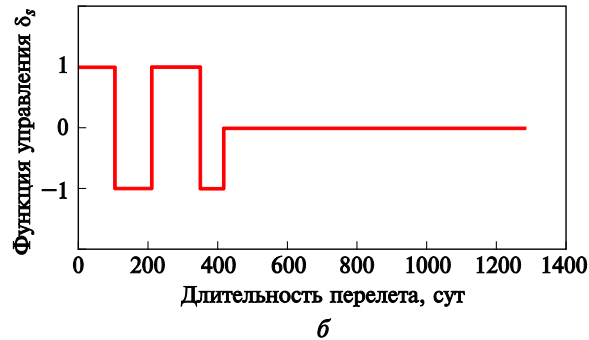


Рис. 6 (окончание). Зависимости функции управления от длительности перелета:
 b — функция управления δ_s

По условию (2) ключевыми параметрами, подтверждающими успешность перелета, являются расстояние между КА с СП и Марсом и евклидова норма. На дату завершения гелиоцентрического перелета были получены следующие размерные фазовые координаты КА с СП в виде $\mathbf{X} = (r; u; V_r; V_u; \Omega; i)^T$:

$$\mathbf{X}_{\text{КА}}(t_k) = (2,473 \cdot 10^8 \text{ км}; 131,068 \text{ град}; 0,939 \text{ км/с}; 22,050 \text{ км/с}; 49,511 \text{ град}; 1,683 \text{ град})^T.$$

Переведем векторы фазовых координат КА и Марса на дату завершения миссии в безразмерные величины и вычислим евклидову норму:

$$\mathbf{X}_{\text{КА}}(t_k) = (1,653; 2,288; 0,032; 0,740; 0,864; 0,029)^T;$$

$$\mathbf{X}_{\text{Марс}}(t_k) = (1,650; 2,286; 0,032; 0,745; 0,863; 0,032)^T;$$

$$\|\Delta\mathbf{X}\| = 0,007 < \xi.$$

Выполнение (2) подтверждает успешное выполнение граничных условий перелета и применимость найденной программы управления для КА с неидеально отражающим СП с заданными проектными параметрами. По окончании гелиоцентрического участка КА остается в окрестности Марса.

Заключение. В результате исследования был сформирован алгоритм управления пространственным движением КА с неидеально отражающим СП, который включал в себя следующие ЗЛОУ:

- наискорейшее увеличение наклона i ;
- наискорейшее уменьшение долготы восходящего узла Ω ;
- наискорейшее увеличение аргумента перигелия w ;
- наискорейшее увеличение эксцентриситета e ;
- наискорейшее увеличение большой полуоси A .

Для реализации гелиоцентрического перелета Земля — Марс КА массой 39,8 кг с неидеально отражающим СП площадью 500 м² потребовалось 1281 сут. Найденные евклидова норма и расстояние между КА и Марсом удовлетворяют условию, заданному в постановке задачи (достигнуто расстояние между КА и Марсом 1 047 203 км). Результаты моделирования подтверждают адекватность применения методики формирования алгоритмов управления КА с неидеально отражающим СП с использованием тонкопленочных элементов для совершения гелиоцентрических перелетов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Поляхова Е.Н. *Космический полет с солнечным парусом*. Москва, ЛИБРОКОМ, 2011, 320 с.
- [2] Johnson L., Whorton M., Heaton A., Pinson R., Laue G., Adams C. NanoSail-D: A solar sail demonstration mission. *Acta Astronautica*, 2011, vol. 68, pp. 571–575. DOI: 10.1016/j.actaastro.2010.02.008
- [3] Mori O., Sawada H., Funase R., Morimoto M., Endo T., Yamamoto T., Tsyda Y., Kawakatsu Y., Kawaguchi J. First Solar Power Sail Demonstration by IKAROS. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology*, 2010, vol. 8, no. 27, pp. 25–31. DOI: 10.2322/tastj.8.to_4_25
- [4] Bidy C., Svitek T. LightSail-1 Solar Sail Design and Qualification. *Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, Jet Propulsion Laboratory, May 16–18, 2012*, pp. 451–463.
- [5] Khabibullin R.M., Starinova O.L. Nonlinear Modeling and Study for Control of the Research Spacecraft with Solar Sail. *AIP Conference Proceedings*, 2017, vol. 1798. DOI: 10.1063/1.4972666
- [6] Хабибуллин Р.М., Старинова О.Л. Анализ управляемого движения исследовательского космического аппарата с солнечным парусом. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2019, вып. 2 (717), с. 94–103.
- [7] McInnes C.R. *Solar sailing: technology, dynamics and mission applications*. Heidelberg, Springer Science & Business Media, 2013, 296 p.
- [8] Хабибуллин Р.М. Программа управления для некомпланарного гелиоцентрического перелета к Венере космического аппарата с неидеально отражающим солнечным парусом. *Вестник Самарского университета*, 2019, т. 19, № 4, с. 117–128.
- [9] Хабибуллин Р.М., Старинова О.Л. *Нелинейное моделирование перелета маневрирующего космического аппарата к потенциально-опасному астероиду*. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016663956, заявка № 2016661879, дата поступл. 31.10.2016, дата государственной регистрации в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных в информационно-телекоммуникационной сети Интернет 20.12.2016, опубл. 10.01.2017, 1 с.
- [10] *Официальный сайт Лаборатории реактивного движения НАСА (Jet Propulsion Laboratory NASA)*. База данных JPL НАСА по малым телам Солнечной системы. URL: <https://ssd.jpl.nasa.gov> (дата обращения: 13.01.2020).

Статья поступила в редакцию 01.06.2020

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Хабибуллин Р.М., Старинова О.Л. Алгоритм применения законов управления движением космического аппарата с солнечным парусом для совершения некомпланарного перелета Земля — Марс. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2020, вып. 8. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2020-8-2006>

Хабибуллин Роман Маратович — инженер кафедры космического машиностроения Самарского университета. e-mail: khabibullin.roman@gmail.com

Старинова Ольга Леонардовна — д-р техн. наук, профессор кафедры космического машиностроения Самарского университета. e-mail: solleo@mail.ru

**An algorithm for controlling the spatial motion
of a spacecraft with an imperfectly reflecting solar sail
based on the laws of locally optimal control
for Earth — Mars heliocentric flight**

© R.M. Khabibullin, O.L. Starinova

Samara National Research University, Samara, 443086, Russia

The article considers a spatial controlled heliocentric Earth-Mars flight of a spacecraft with an imperfectly reflecting solar sail. A new mathematical model of motion is described taking into account the dynamics of motion relative to the center of mass under the forces and moments from light pressure. A spacecraft control algorithm for implementing the flight is formed on the basis of the laws of locally optimal control for the fastest change of osculating elements. The orientation of the solar sail is controlled using thin-film control elements located around the perimeter of the solar sail surface. As a result of motion simulation, the duration and trajectory of the flight, the control program and the necessary design parameters of a spacecraft with a solar sail are determined.

Keywords: spacecraft, solar sail, motion mathematical model, control software, local-optimal control laws

REFERENCES

- [1] Polyakhova E.N. *Kosmicheskiiy polet s solnechnym parusom* [Space flight with solar sail], Moscow, LIBROKOM Publ., 2011, 320 p.
- [2] Johnson L., Whorton M., Heaton A., Pinson R., Laue G., Adams C. *Acta Astronautica*, 2011, vol. 68, pp. 571–575. DOI: 10.1016/j.actaastro.2010.02.008
- [3] Mori O., Sawada H., Funase R., Morimoto M., Endo T., Yamamoto T., Tsyda Y., Kawakatsu Y., Kawaguchi J. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology*, 2010, vol. 8, no. 27, 6 p.
- [4] Bidy C., Svitek T. LightSail-1 Solar Sail Design and Qualification. *Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, Jet Propulsion Laboratory, May 16–18, 2012*, pp. 451–463.
- [5] Khabibullin R.M., Starinova O.L. Nonlinear Modeling and Study for Control of the Research Spacecraft with Solar Sail. *AIP Conference Proceedings*, 2017, vol. 1798, 9 p. DOI: 10.1063/1.4972666
- [6] Khabibullin R.M., Starinova O.L. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie — Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2019, no. 12 (717), pp. 94–103.
- [7] McInnes C. R. *Solar sailing: technology, dynamics and mission applications*. Springer Science & Business Media Publ., 2013, 296 p.
- [8] Khabibullin R.M. *Vestnik Samarskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie — VESTNIK of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*, 2019, vol. 19, no. 4, 10 p.
- [9] Khabibullin R.M., Starinova O.L. *Nelineynoe modelirovanie pereleta manevriruyushchego kosmicheskogo apparata k potentsialno-opasnomu asteroidu* [Nonlinear simulation of the maneuvering spacecraft flight to a potentially dangerous asteroid]. "https://context.reverso.net/перевод/английский-русский/Certificate+of+state+registration" Certificate of state registration of computer

program no. 2016663956, application no. 2016661879, date of receipt October 10, 2016, date of state registration in the Unified register computer program of Russian Federation in the information and telecommunication network Internet, publ. 10.01.2017, 1 p.

- [10] *Official website of Jet Propulsion Laboratory NASA*. JPL Small-Body Database Browser. Available at: <https://ssd.jpl.nasa.gov> (accessed September 27, 2018).

Khabibullin R.M., Engineer, Department of Space Engineering, Samara National Research University (Samara University). Research interests: solar sail spacecraft, interplanetary flights, motion simulation. e-mail: khabibullin.roman@gmail.com

Starinova O.L., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Space Engineering, Samara National Research University (Samara University). Research interests: spacecraft design, flight dynamics, low thrust engine, optimization methods. e-mail: solleo@mail.ru