

Применение тензорных сигналов в системах автоматического управления положением мобильных объектов

© Н.Ф. Сорокин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Исследованы вопросы использования векторно-тензорных сигналов при построении систем автоматического регулирования, оперирующих в трехмерном и двумерном пространствах. Введение тензорных сигналов позволяет строить систему управления в наиболее физически обоснованном виде без ограничений на пространство возможных режимов. Применение тензоров положения для замыкания обратной связи позволяет решать задачи пространственного позиционирования методами теории автоматического управления, в том числе методом структурных схем. В работе показано, что особенности работы с тензорными сигналами в условиях относительного вращения систем координат могут быть учтены в структурной схеме в виде переменного матричного коэффициента усиления. На основании выкладок сделан вывод о принадлежности исследуемого класса систем к классу хорошо линеаризуемых многомерных систем автоматического управления.

Ключевые слова: многомерные системы, система автоматического управления, дроны, тензорные сигналы

Введение. Преимущества тензорных сигналов. Известно, что системы управления, работающие в условиях многомерного пространства, имеют большое количество перекрестных связей между каналами управления. Это объясняется тем, что органы управления таких систем обычно связаны с самим объектом управления и эффект, оказываемый ими на параметры объекта управления, зависит от его текущего состояния. Простое решение этой проблемы состоит в ограничении множества рассматриваемых рабочих состояний системы. Однако синтез управления на основе уравнений движения, линеаризованных в ограниченном множестве опорных режимов, приводит к тому, что поведение системы зависит от выбранных скалярных каналов управления и не полностью реализует возможности технического изделия.

Синтез управления в терминах тензоров более естественен для систем, работающих в пространстве, поскольку пространственные физические явления математически описываются в тензорной форме и имеют в этом виде наиболее компактную запись. Переходя к синтезу управления в терминах тензоров, получаем управление физически обоснованное, независимое от выбора расчетной системы координат и других допущений, а также хорошо подходящее для реализации в программном коде в рамках объектного подхода.

Цель настоящей статьи — исследование возможности построения системы стабилизации, замкнутой векторными или тензорными параметрами, а также рассмотрение особенностей такого подхода.

Отдельно следует отметить, что использование векторных винтов [1] и других параметров, объединяющих линейные и угловые параметры общей физической природы, уменьшает количество перекрестных связей в системе, поскольку эти компоненты часто оказываются взаимозависимыми при переходах между системами координат. В связи с этим имеет смысл в качестве тензорных сигналов пространственных систем автоматического управления (САУ) использовать именно такие, объединенные пары угловых и линейных параметров.

Краткий обзор современного состояния проблематики. Анализ статей, вышедших за последние 10–15 лет (например [2–7]), показывает, что в настоящее время существуют две большие практически несвязанные ветви исследований, посвященных системам управления свободно движущихся в пространстве объектов. Каждая из ветвей соответствует своему промышленно значимому классу технических изделий.

К первой ветви можно отнести исследования систем управления многозвенными роботами-манипуляторами, позиционерами, а также шагающими роботами. Работы по данному направлению часто отталкиваются от решения задач обратной кинематики и обратной динамики управляемых механизмов [2, 3]. Применение нейросетевых методов рассматривается здесь в качестве перспективного направления исследований. Одной из многих работ по этой теме является [4].

Работы второй ветви относятся к управлению летательными и другими свободно движущимися аппаратами, дронами. Здесь многие исследования, например, рассмотренные в [5–7], посвящены управлению в терминах тензорных компонент, в частности выраженных кватернионами и дуальными кватернионами, что перекликается с темой этой статьи.

В настоящей работе и последующих статьях эти классы задач будут рассмотрены в рамках единого подхода тензорных регуляторов. При этом форма представления тензоров, в частности кватернионная, матричная или иная, не является важной, поскольку выбор конкретной формы сигнала считается вопросом оптимизации вычислений и не влияет на динамические свойства системы. Однако в целях изложения применяются матричные формы, а также формализм однородных координат. Понятие тензора в статье трактуется несколько шире общепринятого, используемое определение тензорного сигнала вводится далее.

Требования к объектам управления. Формализм тензорных сигналов удобен для построения систем автоматического управления

положением объектов в трехмерном пространстве и на плоскости. К таким объектам относятся роботы-манипуляторы, дроны, некоторые виды автомашин, шагающие роботы.

Хотя задачи, решаемые этими объектами управления и другими их группами, осуществляющими пространственные движения, могут существенно различаться, само по себе управление положением объектов и сопутствующими параметрами имеет общую математическую природу, требующую общего описания.

Особенности применения и обработки тензорных сигналов. Тензорным сигналом будем называть изменяющуюся во времени геометрическую сущность, независимую от выбора системы координат, и однозначно представленную набором или эквивалентными наборами своих компонент.

Особенностью тензорного сигнала является множественность его возможных представлений вплоть до того, что в различных частях системы управления один и тот же тензорный сигнал может быть представлен разными способами. Так, тензор угловой ориентации можно представить матрицей поворота, кватернионом или вектором наименьшего поворота, причем эти формы могут быть заданы в различных базисах. Выбор компонентного представления в вычислительном алгоритме не влияет на динамические свойства системы, поскольку операции над тензорами эквивалентны во всех системах координат и формах представления.

Тензор ориентации, тензор положения и их производные в цепи обратной связи. Тензор ориентации (или тензор поворота) — наиболее общий способ описания углового положения объекта или системы координат. Это тензор второго ранга, и представлен он матрицей поворота. Эквивалентной формой представления тензора ориентации являются вектор конечного поворота и кватернион ориентации. Связь между вектором конечного поворота ρ и матрицей поворота R определяется следующим образом [8]:

$$R(\rho) = (\cos \theta) I_3 + (\sin \theta) u^\times + (1 - \cos \theta) (uu^T);$$

$$\rho = \theta u,$$

где I_3 — единичная матрица 3×3 ; u — орт вектора конечного поворота; θ — угол конечного поворота; u^\times — кососимметричная матричная форма псевдовектора u .

Тензор положения также является тензором второго ранга, и он представляет собой тензор поворота, расширенный тензором (вектором) трансляции. Тензор положения P может быть представлен матрицей 4×4 следующим образом [9]:

$$P = \begin{bmatrix} R & r \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где R — 3×3 матрица поворота; r — 3×1 вектор трансляции; 0 — 1×3 нулевой вектор; 1 — 1×1 скаляр.

Альтернативным вариантом представления тензора положения является дуальный кватернион или пара тензора ориентации и вектора трансляции. Этот формализм происходит из проекционной геометрии, его используют в самых разных дисциплинах, операции над этими объектами изложены, например, в [9, 10].

Для построения системы автоматического регулирования (САР) потребуется ввести сигнал ошибки положения объекта. Пусть U — тензор уставки положения, X — тензор текущего положения. Введем два типа невязок:

аддитивная невязка D

$$D = U - X; \quad (1)$$

мультипликативная невязка E

$$U = XE; \quad (2)$$

$$E = X^{-1}U.$$

Рассмотрим, как аддитивная невязка связана с мультипликативной. Подставив (2) в (1), получим:

$$D = XE - X;$$

$$D = X(E - I).$$

Здесь тензор $(E - I)$ имеет вид

$$\begin{aligned} E - I &= \begin{bmatrix} (\cos \theta_e)I_3 + (\sin \theta_e)u_e^\times + (1 - \cos \theta_e)(u_e u_e^T) & r_e \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_3 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (\sin \theta_e)u_e^\times + (1 - \cos \theta_e)(u_e u_e^T - I_3) & r_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

где u_e и θ_e — орт и угол поворота тензора E соответственно; r_e — вектор трансляции тензора E ; I — единичная матрица 4×4 .

Поскольку следящие системы управления предназначены для работы в условиях малых невязок, будем считать, что $\theta \approx 0$:

$$\sin \theta \rightarrow \theta;$$

$$1 - \cos \theta \rightarrow 0.$$

Отбросив члены, порядок малости которых меньше единицы, получим компонентную запись тензора на оси мгновенной собственной системы координат $Oxyz$:

$$(E-I)|_{\theta \rightarrow 0} \approx \begin{bmatrix} \theta_e u_e^x & r_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_e^x & r_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\rho_e^z & \rho_e^y & r_e^x \\ \rho_e^z & 0 & -\rho_e^x & r_e^y \\ -\rho_e^y & \rho_e^x & 0 & r_e^z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где ρ_e^x — антисимметричный тензор вектора поворота ρ_e .

Таким образом, в условиях малости невязки

$$D = X(E-I) \approx \begin{bmatrix} X_a & X_l \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_e^x & r_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_a \rho_e^x & X_a r_e \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

где индексы a и l (здесь и далее) обозначают угловую и трансляционную составляющие тензора положения.

В эквивалентном векторном виде тензор D примет вид

$$D_{vec} = \begin{bmatrix} X_a \rho_e \\ X_a r_e \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Продифференцируем аддитивную невязку по времени в инерциальной системе координат:

$$\dot{D} = \dot{U} - \dot{X}.$$

В работе [8] показано, что производная тензора поворота может быть представлена в следующей форме:

$$\dot{P} = PS,$$

где P — тензор ориентации; S — правый тензор спина.

Тогда, обозначив правые тензоры спинов тензоров X_a и U_a как S_x и S_u , получим:

$$\dot{D} = \begin{bmatrix} \dot{U}_a - \dot{X}_a & \dot{U}_l - \dot{X}_l \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_a S_u - X_a S_x & \dot{U}_l - \dot{X}_l \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Приняв во внимание, что антисимметричные тензоры S_x и S_u могут быть эквивалентно представлены векторами правой угловой скорости Ω_x и Ω_u [8], а также то, что производные трансляционных компонент \dot{X}_l и \dot{U}_l тождественно равны векторам линейных скоростей V_x и V_u , приведем уравнения к эквивалентному векторному виду

$$\dot{D}_{vec} = \begin{bmatrix} U_a \Omega_u - X_a \Omega_x \\ V_u - V_x \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Если рассматривать невязки D_{vec} , \dot{D}_{vec} в собственной или близкой к ней системах координат, то $X_a \rightarrow I_3$, $U_a \rightarrow E_a$, $X_l \rightarrow \bar{0}$, $U_l \rightarrow E_l$. Тогда сигналы невязок в формулах (3) и (4) получают вид:

$$D_{vec} |_{X \rightarrow I} = \begin{bmatrix} \rho_e \\ r_e \end{bmatrix};$$

$$\dot{D}_{vec} |_{X \rightarrow I} = \begin{bmatrix} E_a \Omega_u - \Omega_x \\ V_u - V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_u - \Omega_x + (E_a - I_3) \Omega_u \\ V_u - V_x \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \Omega_u - \Omega_x \\ V_u - V_x \end{bmatrix}.$$

Выбор векторных форм невязок позволяет при расчете управления избавиться от матриц, чтобы снизить размерности задачи. Необходимо помнить, что переход к векторной форме корректен только при малой угловой ошибке.

Из приведенных выкладок видно, что сигнал мультипликативной невязки может использоваться для восстановления аддитивной невязки, используемой в дальнейшем для замыкания системы управления в качестве сигнала ошибки. Выбор аддитивной невязки для построения системы стабилизации объясняется ее линейностью.

Вращения тензорных сигналов и переменных состояния.

Прежде чем перейти непосредственно к построению замкнутой системы, исследуем одну из принципиальных нелинейностей систем управления этого класса. Поскольку часть сигналов из числа тех, что должны анализироваться САУ, задана в базовой системе координат, а часть — в собственной, оказывается, что переменные состояния по-разному реагируют на изменение углового положения объекта управления.

Если сравнить поведение вектора силы тяжести и вектора тяги летательного аппарата, то окажется, что в базовой системе координат вектор силы тяжести неподвижен, а вектор силы тяги вращается вместе с собственной системой координат. Если эти же вектора рассмотрим в собственной системе координат, то вектор силы тяги будет неподвижным, а вектор силы тяжести будет вращаться в противоположную сторону относительно направления вращения собственной системы координат.

Если принять во внимание, что точно так же в зависимости от принадлежности к родительской системе координат ведут себя все переменные состояния, в том числе и те, которые не являются физическими величинами, а существуют только в памяти вычислительного устройства, можно фактически сказать, что САУ включает в себя несколько вращающихся/перемещающихся относительно друг друга сигнальных доменов.

В общем случае таких сигнальных доменов может быть больше двух, но ограничимся рассмотрением доменов опорной (неподвижной) и собственной (подвижной) систем координат.

Поскольку САУ работает с переменными обоими доменами, некоторые сигналы приходится переводить из опорной системы координат в собственную и обратно. Это означает, что в точке пересечения границы домена сигнал умножается на переменный матричный коэффициент, численно равный матрице относительного поворота R_A^B входной A и выходной B систем координат, R_A^B зависит от переменных фазового пространства состояний.

Если векторный сигнал y_a пересекает границу домена A , то в домене B сигнал будет иметь вид

$$y_b(t) = R_A^B y_a(t).$$

Исследуем производную сигнала:

$$\dot{y}_b(t) = \dot{R}_A^B y_a(t) + R_A^B \dot{y}_a(t) = R_A^B S_A^B y_a(t) + R_A^B \dot{y}_a(t).$$

Поскольку тензор правого спина S_A^B кососимметричен и его умножение на сигнал справа равно векторному произведению правой угловой скорости, получаем

$$\dot{y}_b(t) = R_A^B (\Omega_{BA} \times y_a(t)) + R_A^B \dot{y}_a(t) = R_A^B (\Omega_{BA} \times y_a(t) + \dot{y}_a(t)).$$

По результатам анализа первого слагаемого видим, что при наличии относительной угловой скорости между доменами переменный коэффициент поворота приводит к возникновению нелинейного канала ротационного движения между компонентами тензорного сигнала. Причем, учитывая свойства векторного произведения, этот эффект тем меньше, чем ближе направления векторного сигнала и направления вектора правой угловой скорости относительного вращения доменов.

Пусть x — вектор состояний системы, а s — переменная частотной области. Рассмотрим линейный управляемый преобразователь сигнала $C(s, x)$, находящийся в системе управления на границе домена (рис. 1):

$$y_b(s) = R_A^B(x) C(s, x) y_a(s).$$

Поскольку функцию $C(s, x)$ можем выбирать, зададим ее в виде

$$C(s, x) = R_B^A C^*(s, x), \quad (5)$$

где C^* выбирается согласно прочим условиям. Тогда:

$$y_b(s) = C^*(s, x) y_a(s).$$

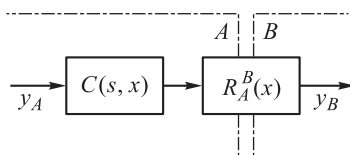


Рис. 1. Контроллер на границе сигнальных доменов

Отсюда следует, что управляемый оператор на границе доменов позволяет убрать нелинейность системы управления, связанную с переходом сигнала через границу домена. Аналогично можно показать, что управляемый преобразователь сигнала способен компенсировать эффект не только этого, но и иных переменных коэффициентов усиления и их композиций в случае, когда они примыкают к нему в структурной схеме.

Замкнутая система и ее устойчивость. Пусть структурная схема САР дана в виде, представленном на рис. 2. Наложим на опорную систему условие неподвижности. В качестве опорной системы может быть выбрана любая инерциальная система, например, базовая система координат, связанная с Землей.

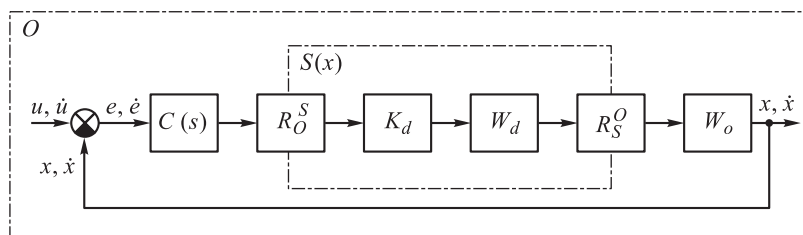


Рис. 2. Пример системы автоматического регулирования с сигнальными доменами: O — домен опорной системы координат; S — домен связанной системы координат; u — тензор уставки положения; x — тензор текущего положения (численно равен S); e — аддитивная невязка в векторном виде; $C(s)$ — контроллер САР; R_X^Y — тензоры поворота систем координат; K_d, W_d — коэффициент усиления и передаточная функция органов управления; W_o — передаточная функция объекта управления

Сумматор в левой части схемы, вычисляющий сигнал ошибки управления в виде аддитивной невязки, получает на вход тензоры положения в полном виде и будет работать по формулам (3), (4). В общем случае операция, выполняемая этим элементом, не является суммированием, хотя и проявляет соответствующие свойства при анализе устойчивости, как увидим в дальнейшем. Знак сумматора использован для преемственности с классическими структурными схемами теории автоматического управления.

Замкнутый контур системы включает в себя две точки перехода сквозь границу сигнальных доменов.

Выделим в подцепочке домена S прямой канал (рис. 3):

$$R_S^O(x)K_dW_dR_O^S(x) = R_S^O(x)K_dR_O^S(x) + R_S^O(x)K_d(W_d - I)R_O^S(x).$$

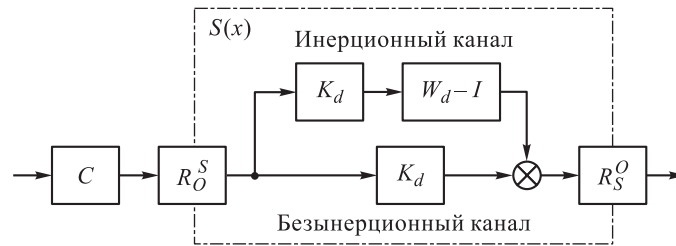


Рис. 3. Выделение безынерционного канала в связанном домене

Теперь, задав функцию управляемого преобразователя аналогично (5), компенсируем нелинейность безынерционного канала:

$$C(s, x) = C^*(s, x)R_O^S(x)K_d^{-1}R_S^O(x).$$

При таком управлении эквивалентная схема участка цепи будет выглядеть так, как показано на рис. 4. Эта форма управления привела к тому, что замкнутый контур САУ разделился на линейную и нелинейную части.

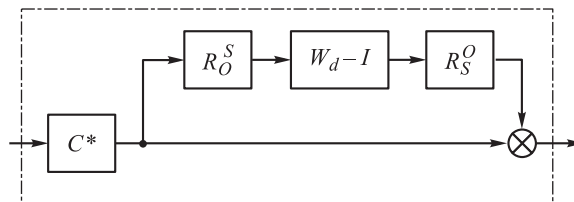


Рис. 4. Эквивалентная схема цепи связанного домена с линейным каналом

Можно показать, что для физически реализуемых систем функция $(W_d - I)$ стремится к нулю при $s \rightarrow \infty$. Таким образом, нелинейная составляющая сигнала проявляет себя ограниченный период времени после эволюции системы. Нелинейный эффект связан с переходным процессом органов управления, а длительность эффекта определяется постоянной времени передаточной функции W_d .

Несложно заметить, что расположение контроллера управления слева или справа от границы домена весьма условно. На практике функция контроллера может быть достаточно сложной и сочетать компоненты, работающие как в собственной, так и в опорной системах координат.

Для анализа устойчивости системы выберем другую опорную систему координат и связанный с ней тензор положения Q таким образом, чтобы в системе Q тензор X , а соответственно, тензор собственной системы координат S и тензор уставки U оказались малыми и могли быть эквивалентно представлены в векторном виде. Такой выбор Q будет соответствовать линейаризации САР в этом режиме:

$$x = [\rho_x \quad r_x]^T ;$$

$$u = [\rho_u \quad r_u]^T ;$$

$$e = u - x.$$

Рассмотрим случай, когда можно пренебречь динамикой W_d (рис. 5). Такое допущение уместно, если постоянные времени органов управления меньше постоянных времени регулятора C^* . В этом случае W_d обращается в единичный коэффициент усиления и инерционный канал можно отбросить.

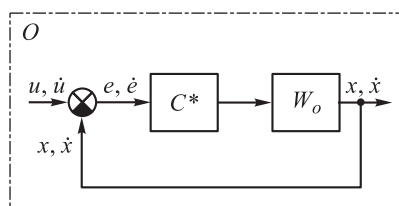


Рис. 5. Эквивалентная линейаризованная схема системы

Если C^* и W_o линейны, такая система относится к классу многомерных линейных систем. Методы анализа устойчивости таких САР проработаны и описаны, например, в [11].

Предположим, что устойчивость этой системы доказана. Очевидно, что при работе во всем диапазоне возможных положений с течением времени система покинет область линейаризации выбранного режима. Однако существует бесконечное множество опорных систем Q и передаточные функции линейаризованной системы будут эквивалентны во всех режимах, а значит, если доказать устойчивость в одном опорном режиме, то будет автоматически доказана устойчивость во всех опорных режимах.

Доказательство устойчивости на непрерывном множестве опорных режимов не является доказательством того, что переходный процесс когда-либо завершится. Тем не менее можно предположить, что квазилинейный сферический характер зависимости переменных состояния тензоров положения налагает менее серьезные ограниче-

ния и система будет ожидать себя вести во всем диапазоне возможных состояний положений и скоростей.

Естественным способом выбора опорной системы Q для каждого момента времени является выбор мгновенной неподвижной системы координат, тензор положения которой численно совпадает с тензором собственной системы координат. Однако благодаря тензорной природе сигналов отсутствует необходимость переходить для расчетов в опорную систему, относительно которой доказана линейность, поскольку операции над тензорами эквивалентны во всех системах. Это позволяет достаточно вольно обращаться с координатными системами, каждый раз выбирая те из них, в которых вычисление геометрически наиболее обусловлено или оптимально по быстродействию.

Направление дальнейших исследований. В данной статье рассмотрено решение задачи управления с помощью тензорного сигнала в предположении, что объект управления способен сгенерировать соответствующее сигналу управляющее воздействие. На практике редко встречаются органы управления, способные к генерации векторных и тензорных управляющих воздействий. Для решения этой задачи в инженерной практике применяют комбинации отдельных групп органов управления, в совокупности генерирующих желаемое векторное воздействие. В будущих статьях планируется изучить возможности учета таких групп в исследуемом классе систем и перейти к исследованию частных случаев применения рассматриваемого подхода.

Заключение. Проведенный анализ показывает, что принципиальных проблем для использования тензорных сигналов в системах автоматического управления нет, причем такие системы являются частным случаем более общего класса многомерных систем управления и достаточно хорошо поддаются линеаризации. Нелинейные эффекты, возникающие в системе, сводятся к эффектам, накладываемым переменными матричными коэффициентами.

Приведенные выкладки не опираются на физические особенности какой-либо конкретной группы объектов управления, а потому могут быть применены к широкому классу систем.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Диментберг Ф.М. *Винтовое исчисление и его приложения к механике*. Москва, Наука, 1965, 200 с.
- [2] Ganin P., Moskvina V., Kobrin A. Redundant industrial manipulator control system. *2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*. St. Petersburg, 2017, pp. 1–6.
- [3] Gregg-Smith A., Mayol-Cuevas W.W. Inverse kinematics and design of a novel 6-DoF handheld robot arm. *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Stockholm, 2016, pp. 2102–2109.

- [4] Bingul Z., Ertunc H.M., Oysu C. Comparison of inverse kinematics solutions using neural network for 6R robot manipulator with offset. *2005 ICSC Congress on Computational Intelligence Methods and Applications*. Istanbul, 2005, pp. 1–5.
- [5] Reynolds T.P., Mesbahi M. Coupled 6-DoF Control for Distributed Aerospace Systems. *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Miami Beach, FL, 2018, pp. 5294–5299.
- [6] Fresk E., Nikolakopoulos G. Full quaternion based attitude control for a quadrotor. In: *2013 European Control Conference (ECC)*. Zurich, 2013, pp. 3864–3869.
- [7] Cariño J., Abaunza H., Castillo P. Quadrotor quaternion control. In: *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Denver, CO, 2015, pp. 825–831.
- [8] Жилин П.А. *Векторы и тензоры второго ранга в трехмерном пространстве*. Санкт-Петербург, Изд-во СПбГТУ, 1992, 86 с.
- [9] Голованов Н.Н. *Геометрическое моделирование*. Москва, Изд-во Физ.-мат. лит-ры, 2002, 472 с.
- [10] Картаев Е.А. *Преобразования гиперкомплексных чисел*. 2-е изд., доп. Москва, СОЛЮН-пресс, 2017, 432 с.
- [11] Бесекерский В.А., Попов Е.П. *Теория автоматического управления*. 4-е изд., перераб. и доп. Санкт-Петербург, Изд-во «Профессия», 2003, 752 с.

Статья поступила в редакцию 07.12.2021

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Сорокин Н.Ф. Применение тензорных сигналов в системах автоматического управления положением мобильных объектов. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 1. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-1-2147>

Сорокин Николай Федорович — аспирант МГТУ им. Н.Э. Баумана.
e-mail: mirmikns@yandex.ru

Tensor signals in automatic positioning control systems for mobile objects

© N.F. Sorokin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The study focuses on using vector-tensor signals in automatic control systems operating in three-dimensional and two-dimensional spaces. The use of tensor signals makes it possible to build a control system in the most physically grounded form without restrictions in space of possible modes. The use of position tensors to close the feedback allows solving the problems of spatial positioning by methods of automatic control theory, including the method of structural diagrams. The study reveals that it is possible to take into consideration the features of working with tensor signals under conditions of relative rotation of coordinate systems in the structural diagram in the form of a variable matrix gain. Calculations showed that the studied class of systems belongs to the class of well linearizable multidimensional automatic control systems.

Keywords: multidimensional systems, automatic control system, drones, tensor signals

REFERENCES

- [1] Dimentberg F.M. *Vintovoe ischislenie i ego prilozhenie k mekhanike* [The screw calculus and its applications in mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 200 p.
- [2] Ganin P., Moskvina V., Kobrin A. Redundant industrial manipulator control system. In: *2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*. St. Petersburg, 2017, pp. 1–6.
- [3] Gregg-Smith A., Mayol-Cuevas W.W. Inverse kinematics and design of a novel 6-DoF handheld robot arm. In: *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Stockholm, 2016, pp. 2102–2109.
- [4] Bingul Z., Ertunc H.M., Oysu C. Comparison of inverse kinematics solutions using neural network for 6R robot manipulator with offset. In: *2005 ICSC Congress on Computational Intelligence Methods and Applications*. Istanbul, 2005, pp. 1–5.
- [5] Reynolds T.P., Mesbahi M. Coupled 6-DOF Control for Distributed Aerospace Systems. In: *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. Miami Beach, FL, 2018, pp. 5294–5299.
- [6] Fresk E., Nikolakopoulos G. Full quaternion based attitude control for a quadrotor. In: *2013 European Control Conference (ECC)*. Zurich, 2013, pp. 3864–3869.
- [7] Cariño J., Abaunza H., Castillo P. Quadrotor quaternion control. In: *2015 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Denver, CO, 2015, pp. 825–831.
- [8] Zhilin P.A. *Vektory i tenzory vtorogo ranga v trekhmernom prostranstve* [Vectors and second-rank tensors in three-dimensional space]. St. Petersburg, SPSIT Publ., 1992, 86 p.
- [9] Kartaev E.A. *Preobrazovanie giperkompleksnykh chisel* [Hypercomplex conversions]. 2nd ed. Moscow, SOLON-publ., 2017, 432 p.
- [10] Golovanov N.N. *Geometricheskoe modelirovanie* [Geometric modeling]. Moscow, Fiz. mat. lit. Publ., 2002, 472 p.
- [11] Besekerskiy V.A., Popov E.I. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control]. 4th ed. St. Petersburg, Professiya Publ., 2003, 752 p.

Sorokin N.F., post-graduate student, Bauman Moscow State Technical University.
e-mail: mirmikns@yandex.ru