

## Влияние параметров регулятора на частотные характеристики трехмассовой динамической модели с упругими связями

© О.Н. Тушев, С.С. Верзилин, М.О. Крюкова, Д.С. Никулин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Представлено исследование влияния интегрирующего, дифференцирующего и пропорционального безынерционного звена на аэроупругие характеристики простейшей аэроавтоупругой модели с тремя степенями свободы. Приведено сравнение найденных параметров и соответствующих им корней характеристического уравнения с численными результатами, полученными с помощью методики оценки влияния проектных параметров системы автоматического управления на устойчивость упругого летательного аппарата в потоке. Показано, что для устойчивой работы системы автоматического управления в качестве входного сигнала следует использовать скорость движения первой массы, так как это позволяет установить ограничения для исследуемых параметров динамической системы. Исследование зависимости собственных частот динамической системы от значения параметров позволило сделать вывод, что характеристическое уравнение имеет три пары комплексно сопряженных корней. Изменение коэффициента усиления приводит к монотонному увеличению модулей действительной и мнимой частей первой собственной частоты. Для второй и третьей собственных частот отрицательная действительная часть корня имеет минимум, при котором реализуется наилучший режим управления. Рассмотрен пример, где по результатам расчетов рекомендуется устанавливать большой коэффициент усиления интегрального звена и малый коэффициент усиления дифференциального звена.*

**Ключевые слова:** неконсервативные системы, гармоническое воздействие, колебания, аэроупругость, аэросервоупругость, аэроавтоупругость

**Введение.** Требование уменьшения массы современных летательных аппаратов (ЛА), обусловленное развитием усложняющихся способов инженерного анализа и расширением возможностей новых технологий производства, приводит к появлению все более гибких конструкций ЛА. Вследствие этого игнорирование возникновения аэроавтоупругих явлений на ранних стадиях проектирования может значительно повысить стоимость разработки ЛА, а также потребовать установки низкочастотных или полосных фильтров в контур системы автоматического управления (САУ) ЛА. Несмотря на то что применение данных фильтров может значительно увеличить запас устойчивости в системе ЛА — САУ [1], использование таких фильтров способствует накоплению ошибки при определении положения ЛА в пространстве [2].

В современных высокоскоростных ЛА уже используются системы стабилизации, которые компенсируют воздействие аэроупругих

сил, увеличивая запасы статической и динамической аэроупругости. Например, в статье [3] приведен один из методов подобного расчета: рассматривается задача движения ЛА в дозвуковом потоке с помощью полиномиального метода Рунге. В результате ее решения найдена граница устойчивости динамической аэроупругости, соответствующая взаимодействию первых двух тонов колебаний.

В статье [4] представлены методы анализа аэроупругих колебаний крылатой ракеты, когда ее крыло заменяется балкой, работающей на изгиб с поперечным сдвигом и на кручение, а корпус и стабилизатор считаются абсолютно жесткими. По результатам моделирования определяются критические скорости и области устойчивости полета ракеты соответственно для каждого из методов.

Проблема устойчивости системы руль — привод, разработанная для решения задач совместного проектирования конструкции планера и САУ маневренного беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с учетом аэроупругости, представлена в [5–8]. Исследование устойчивости проводилось с использованием частотных характеристик разомкнутой системы руль — привод.

Задаче стабилизации неустойчивой электромеханической системы «перевернутый маятник» посвящена статья [9], где рассматривается переход к линеаризованной модели. Моделирование замкнутой системы приводится с механизмами различных видов.

Основные задачи аэроупругости ЛА описаны в работе [10], где приведены основные типы и методы их решения. Рассматриваются способы линеаризации параметров системы и нелинейные задачи аэроупругости в целях изучения явления флаттера и дивергенции агрегатов ЛА. Во многих случаях расчеты выполняются с помощью метода конечных элементов (МКЭ), что позволяет представить исследуемый ЛА в упрощенном виде КЭ. В статье [11] приведены все матричные уравнения, которые применяют при расчете на флаттер, а также пример последовательного расчета с использованием МКЭ. При расчете на флаттер упругие модели представлены в виде совокупности балок. Этот же принцип применен в статьях [12, 13], где приведен расчет на флаттер БПЛА из композиционных материалов. Кроме того, там представлены расчеты безрулевых и рулевых форм флаттера, а также анализ полученных результатов.

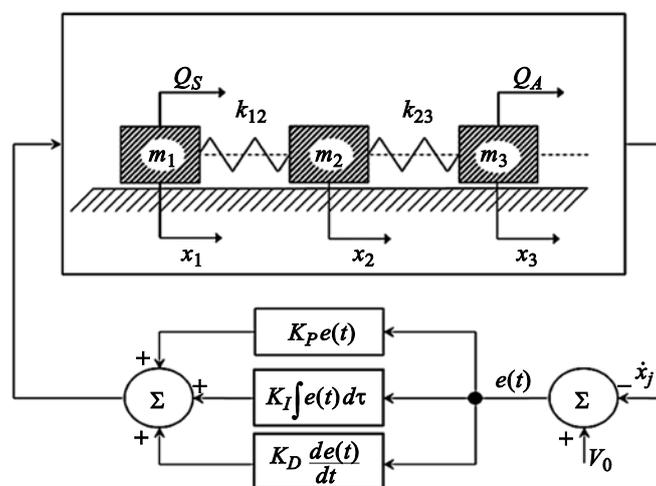
Расчеты на аэроупругость проводят с помощью различных программных комплексов. В работе [14] характеристики статической и динамической аэроупругости крыла самолета исследуются с использованием SIMULIA ABAQUS и Flow Vision, а также применяется метод прямого численного моделирования взаимодействия упругой конструкции с потоком воздуха.

В настоящее время одним из самых перспективных является подход, связанный с применением модельно-ориентированного проектиро-

вания, основанный на совместном использовании спецификации проектируемого объекта и его модели [8]. При этом важно рассматривать наряду со сложными и упрощенные модели, позволяющие оценить влияние проектных параметров САУ на устойчивость упругого ЛА в потоке.

Цель данной работы — анализ режимов работы ПИД-регулятора аэроавтоупругой системы на примере простейшей модели с тремя степенями свободы.

**Методы исследования.** В рамках данного исследования аэроавтоупругая модель ЛА упрощается до системы трех масс  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , соединенных пружинами жесткости  $k_{12}$  и  $k_{23}$ , аналогично случаю, рассмотренному в работе [15]. Схема динамической системы с тремя степенями свободы представлена на рис. 1.



**Рис. 1.** Простейшая аэроупругая модель с тремя степенями свободы совместно с системой управления — ПИД-регулятором

В отличие от работы [15], где на третью массу воздействует аэроупругая сила, равная перемещению второй массы, умноженной на коэффициент аеро, в данном случае обобщенная аэроупругая сила пропорциональна разности перемещений второй и третьей масс:

$$Q_A = a_{еро} \cdot (x_2 - x_3). \quad (1)$$

Такая модель дополняется САУ. В отличие от работы [15], здесь обобщенная сила управляющего воздействия  $Q_S$ , действующая на первую массу, является результатом работы пропорционально-интегрально-дифференцирующего (ПИД) регулятора. Входным сигналом для САУ является скорость движения одной из масс  $\dot{x}_k$  (здесь

и далее точкой обозначена производная по времени), которая сравнивается с уставкой  $V_0 = \text{const}$ :

$$Q_S(\dot{x}_k) = K_P(V_0 - \dot{x}_k) + K_I \int (V_0 - \dot{x}_k) dt + K_D \frac{d}{dt}(V_0 - \dot{x}_k). \quad (2)$$

Варьируются такие параметры, как коэффициенты усиления пропорционального ( $K_P$ ), интегрирующего ( $K_I$ ) и дифференцирующего ( $K_D$ ) звеньев регулятора. В ходе исследования рассматриваются их влияние на устойчивость САУ и собственные частоты колебаний динамической системы.

В правой части системы линейных уравнений движения динамической системы содержатся позиционные силы:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_{12}x_1 - k_{12}x_2 &= K_P(V_0 - \dot{x}_k) + K_I(V_0 t - x_k) - K_D \dot{x}_k; \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_{12}x_1 + (k_{12} + k_{23})x_2 - k_{23}x_3 &= 0; \\ m_3 \ddot{x}_3 - k_{23}x_2 + k_{23}x_3 &= a \text{erg}(x_2 - x_3). \end{aligned} \quad (3)$$

Решение уравнений находится в виде

$$x_i = A_i e^{wt} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (4)$$

что дает характеристическое уравнение шестой степени

$$a_0 w^6 + a_1 w^5 + a_2 w^4 + a_3 w^3 + a_4 w^2 + a_5 w + a_6 = 0. \quad (5)$$

В процессе исследования для оценки устойчивости режима работы САУ в зависимости от того, скорость какой массы является исходной информацией ПИД-регулятора, был использован критерий Рауса — Гурвица с использованием матрицы

$$G = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Далее для устойчивого режима работы было проанализировано путем численного решения уравнения (5) влияние параметров регулятора на частотные характеристики динамической модели.

**Результаты анализа устойчивости.** В случае, когда входным сигналом для САУ является скорость движения первой массы  $Q_S(\dot{x}_1)$ , характеристическое уравнение имеет коэффициенты:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= (K_D + m_1)m_2m_3; \\
 a_1 &= K_P m_2 m_3; \\
 a_2 &= (\text{aero} + k_{23})(K_D + m_1)m_2 + \\
 &\quad + ((k_{12} + k_{23})(K_D + m_1) + (k_{12} + K_I)m_2)m_3; \\
 a_3 &= K_P((\text{aero} + k_{23})m_2 + (k_{12} + k_{23})m_3); \\
 a_4 &= (\text{aero} + k_{23})(K_I m_2 + k_{12}(K_D + m_1 + m_2)) + \\
 &\quad + (k_{23}K_I + k_{12}(k_{23} + K_I))m_3; \\
 a_5 &= k_{12}(\text{aero} + k_{23})K_P; \\
 a_6 &= k_{12}(\text{aero} + k_{23})K_I.
 \end{aligned}$$

Применение критерия Раусса — Гурвица дает условия устойчивости для коэффициента  $a_0$  и миноров матрицы (6):

$$\begin{aligned}
 (K_D + m_1)m_2m_3 > 0; \quad K_P m_2 m_3 > 0; \quad (k_{12} + K_I)K_P m_2^2 m_3^2 > 0; \\
 k_{12}^2 K_P^2 m_2^2 m_3^3 > 0; \quad k_{12}^2 (k_{23}K_I + k_{12}(k_{23} + K_I))K_P^2 m_2^2 m_3^4 > 0; \\
 k_{12}^4 k_{23}(\text{aero} + k_{23})K_P^3 m_2^2 m_3^4 > 0; \quad k_{12}^5 k_{23}(\text{aero} + k_{23})^2 K_I K_P^3 m_2^2 m_3^4 > 0.
 \end{aligned}$$

Когда входным сигналом для САУ является скорость движения второй массы  $Q_S(\dot{x}_2)$ , характеристическое уравнение имеет коэффициенты:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= m_1 m_2 m_3; \\
 a_1 &= 0; \\
 a_2 &= k_{12}(K_D + m_2)m_3 + m_1((\text{aero} + k_{23})m_2 + (k_{12} + k_{23})m_3); \\
 a_3 &= k_{12}K_P m_3; \\
 a_4 &= k_{12}((\text{aero} + k_{23})(K_D + m_1 + m_2) + (k_{23} + K_I)m_3); \\
 a_5 &= k_{12}(\text{aero} + k_{23})K_P; \\
 a_6 &= k_{12}(\text{aero} + k_{23})K_I.
 \end{aligned}$$

Применение критерия Раусса — Гурвица дает условия устойчивости:

$$\begin{aligned}
 m_1 m_2 m_3 > 0; \quad a_1 > 0; \quad -k_{12}K_P m_1 m_2 m_3^2 > 0; \quad -k_{12}^2 K_P^2 m_1 m_2 m_3^3 > 0; \\
 k_{12}^2 K_P^2 m_1 m_2 m_3^3 (k_{23}(\text{aero} + k_{23})m_1 - k_{12}(k_{23} + K_I)m_3) > 0; \\
 k_{12}^3 k_{23}(\text{aero} + k_{23})K_P^3 m_1 m_2 m_3^3 ((\text{aero} + k_{23})m_1 - k_{12}m_3) > 0; \\
 k_{12}^4 k_{23}(\text{aero} + k_{23})^2 K_I K_P^3 m_1 m_2 m_3^3 ((\text{aero} + k_{23})m_1 - k_{12}m_3) > 0.
 \end{aligned}$$

В данном случае САУ неустойчива, так как для рассматриваемой системы четвертое условие всегда невыполнимо. Когда входным сигналом для САУ является скорость движения третьей массы  $Q_S(\dot{x}_3)$ , характеристическое уравнение имеет коэффициенты:

$$a_0 = m_1 m_2 m_3;$$

$$a_1 = 0;$$

$$a_2 = k_{12} m_2 m_3 + m_1 ((a_{e0} + k_{23}) m_2 + (k_{12} + k_{23}) m_3);$$

$$a_3 = 0;$$

$$a_4 = k_{12} ((a_{e0} + k_{23})(K_D + m_1 + m_2) + k_{23} m_3);$$

$$a_5 = k_{12} (a_{e0} + k_{23}) K_P;$$

$$a_6 = k_{12} (a_{e0} + k_{23}) K_I.$$

Применение критерия Раусса — Гурвица показывает, что в данном случае САУ неустойчива, так как для рассматриваемой системы, аналогично предыдущему случаю, возникает условие

$$-k_{12}^2 (a_{e0} + k_{23})^2 K_P^2 m_1^2 m_2^2 m_3^2 > 0,$$

которое невыполнимо для рассматриваемых параметров системы.

Таким образом, для обеспечения устойчивой работы САУ в качестве входного сигнала выбрана скорость движения первой массы. Поскольку массы и жесткости — положительные величины, условия устойчивости обуславливают ограничения для исследуемых параметров динамической модели:

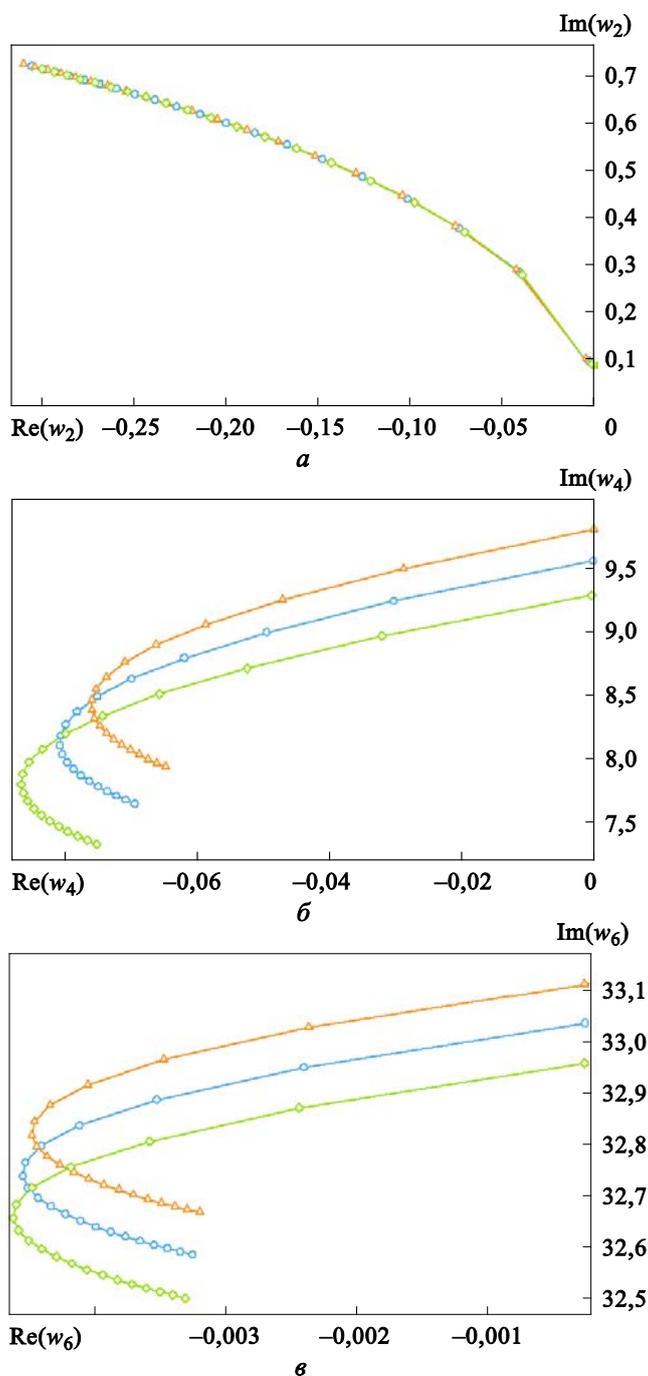
$$K_P > 0; K_I > 0; K_D > -m_1; a_{e0} > -k_{23}. \quad (7)$$

**Результаты исследования собственных частот.** Рассмотрим численный пример для систем с параметрами  $m_1 = 6$  кг,  $m_2 = 1$  кг,  $m_3 = 5$  кг,  $k_{12} = k_{23} = 500$  Н/м, аналогичными принятым в [15].

В процессе исследования значения собственных частот определяли для различных значений параметров  $a_{e0}$ ,  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  путем численного решения характеристического уравнения (5). Расчеты показали, что во всех рассмотренных случаях данное уравнение имеет три пары комплексно сопряженных корней с отрицательной действительной частью. В качестве примеров, иллюстрирующих влияние параметров регулятора на частотные характеристики динамической модели, далее представлены графики зависимостей только для годографов корней с положительной мнимой частью.

Влияние коэффициента аэроупругой силы  $a_{e0}$  на собственные частоты показано на рис. 2. Коэффициенты усиления регулятора были приняты одинаковыми:  $K_P = K_I = K_D$ . Они изменялись в ходе исследования в диапазоне от 0,1 до 20,0 (первое значение 0,1, второе — 1,0

и далее с шагом 1,0 — см. маркеры на графиках). На всех графиках наименьшему значению коэффициента усиления соответствуют маркеры, ближайšie к оси ординат.

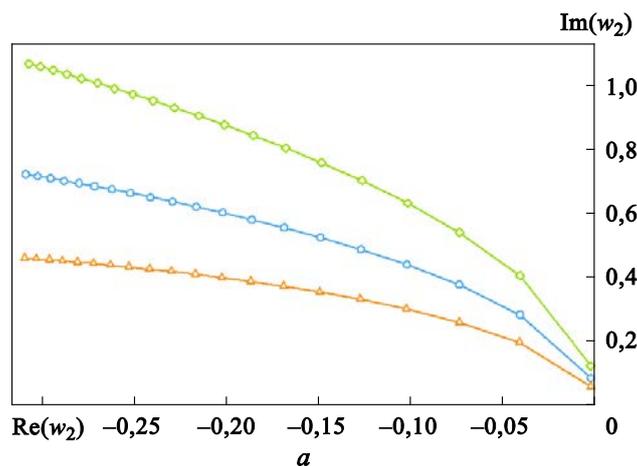


**Рис. 2.** Зависимость собственных частот от значения параметра *aego* ( $\triangle$  — *aego* = -50,  $\circ$  — *aego* = 1,  $\diamond$  — *aego* = 50):  
*a* — первая, *b* — вторая, *v* — третья собственная частота

Как следует из анализа графиков, повышение коэффициента усиления приводит к монотонному увеличению модулей действительной и мнимой частей первой собственной частоты. Влияние на вторую и третью частоты более сложное: мнимая часть корня характеристического уравнения уменьшается, а отрицательная действительная часть корня имеет минимум при  $K \approx 10$ . Изменение параметра  $a$ , практически не оказывая влияния на первую собственную частоту, увеличивает мнимую часть второй и третьей частот. При этом минимум действительной части второй собственной частоты сдвигается к оси ординат. Дальнейшие результаты расчетов проведены для значения параметра  $a = 1$ .

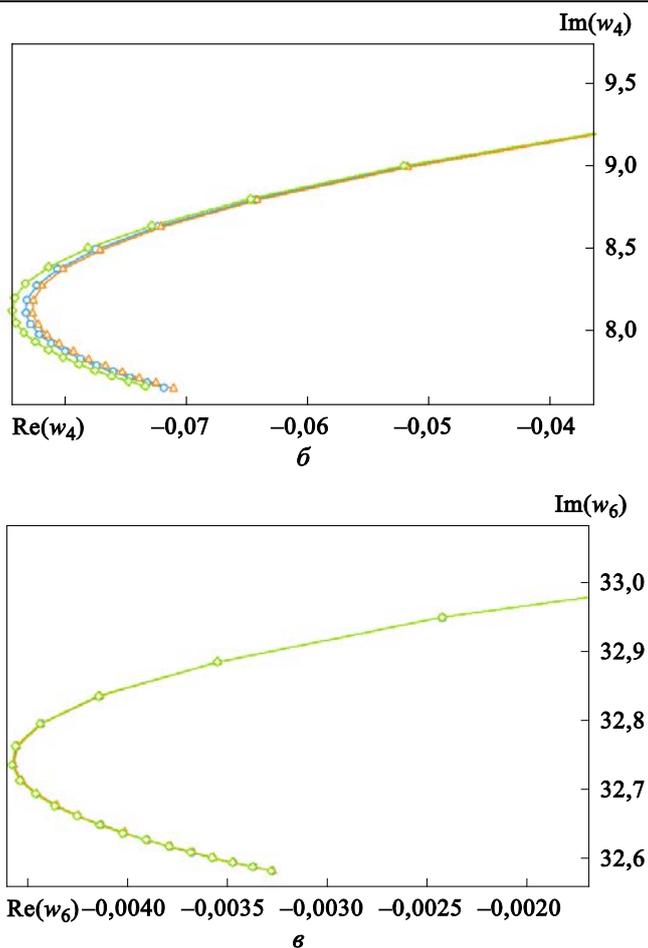
Влияние коэффициента усиления интегрального звена ПИД-регулятора на собственные частоты показано на рис. 3. Коэффициенты усиления других звеньев были приняты равными:  $K_p = K_D$ . Они изменялись в процессе исследования в интервале от 0,1 до 20,0, как и в предыдущем примере. Рассматривалось два случая:  $K_I = K_p/2$ ;  $K_I = 2K_p$ .

Как следует из графиков, увеличение параметра  $K_I$  существенно увеличивает мнимую часть первой собственной частоты, практически не оказывая влияния на вторую и третью собственные частоты (незначительно изменяется лишь минимум действительной части второй частоты).



**Рис. 3 (начало).** Зависимость собственных частот от значения параметра  $K_I$   
 ( $\triangle$  —  $K_I = K_p/2$ ,  $\circ$  —  $K_I = K_p$ ,  $\diamond$  —  $K_I = 2K_p$ ):

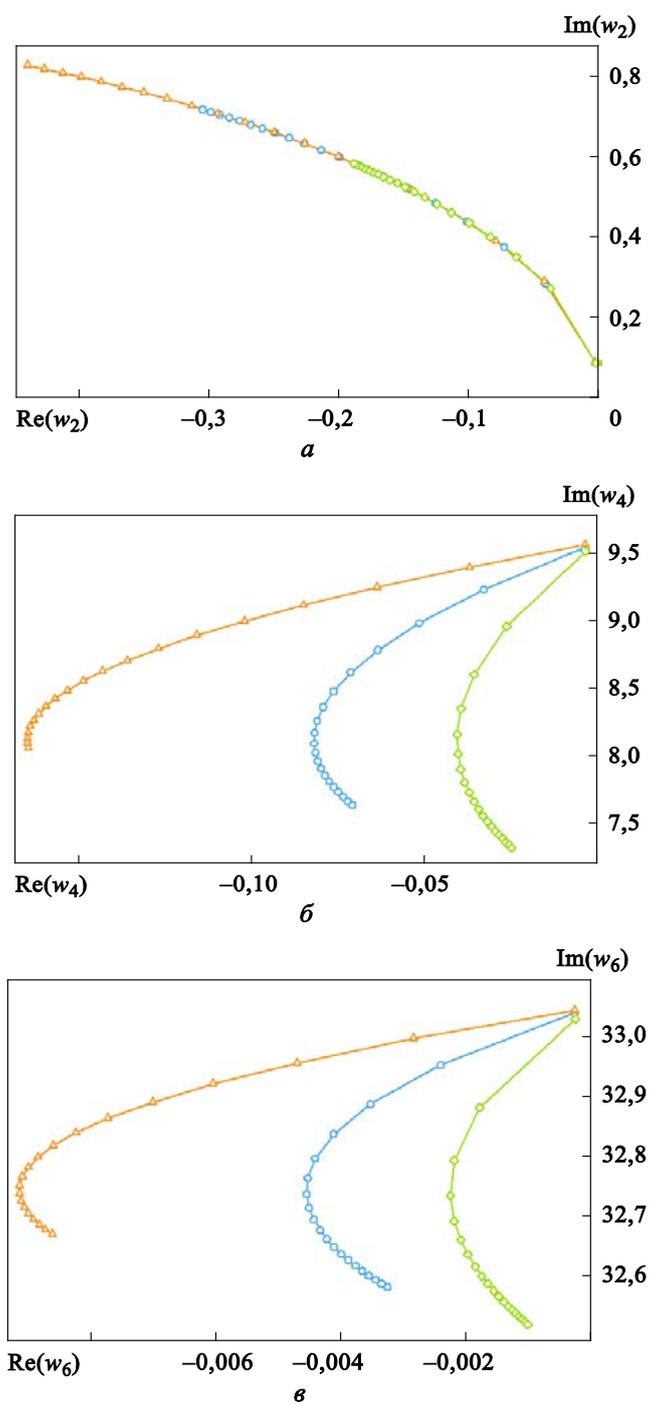
$a$  — первая собственная частота



**Рис. 3 (окончание).** Зависимость собственных частот от значения параметра  $K_I$   
 $(\triangle — K_I = K_P/2, \circ — K_I = K_P, \diamond — K_I = 2K_P)$ :  
 $\bar{b}$  — вторая и  $\bar{v}$  — третья собственная частота

Влияние коэффициента усиления дифференциального звена ПИД-регулятора на собственные частоты показано на рис. 4. Коэффициенты усиления других звеньев были приняты равными:  $K_p = K_I$ . Они изменялись в интервале от 0,1 до 20,0, как и в предыдущем примере. Было рассмотрено два случая:  $K_D = K_P/2$ ,  $K_D = 2K_P$ . Как следует из графиков, увеличение параметра  $K_D$  существенно влияет на все частоты, уменьшая их.

Таким образом, рекомендуется в рассмотренном примере по результатам расчетов устанавливать относительно коэффициента усиления пропорционального звена увеличенный коэффициент усиления интегрального звена и уменьшенный коэффициент усиления дифференциального звена, например использовать коэффициенты  $K_p \approx 10,0$ ;  $K_I = 2K_p$ ;  $K_D = K_p/2$ .



**Рис. 4.** Зависимость собственных частот от значения параметра  $K_D$   
 ( $\triangle$  —  $K_D = K_P/2$ ,  $\circ$  —  $K_D = K_P$ ,  $\diamond$  —  $K_D = 2K_P$ ):  
 а — первая, б — вторая, в — третья собственная частота

**Заключение.** В результате исследования было установлено, что для устойчивой работы САУ в качестве входного сигнала необходимо использовать скорость движения первой массы. В этом случае можно определить ограничения для исследуемых параметров динамической системы.

Исследование зависимости собственных частот динамической системы от значения параметров  $a_{\text{ego}}$ ,  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  показало, что характеристическое уравнение имеет три пары комплексно сопряженных корней. Изменение коэффициента усиления приводит к монотонному увеличению модулей действительной и мнимой частей первой собственной частоты. Для второй и третьей собственных частот отрицательная действительная часть корня имеет минимум, при котором реализуется наилучший режим управления. По результатам расчетов в рассмотренном примере рекомендуется устанавливать большой коэффициент усиления интегрального звена и малый коэффициент усиления дифференциального звена.

Результаты работы анализа представленного исследования в дальнейшем могут быть использованы для разработки методики расчета влияния случайного разброса параметров на характеристики аэроавтоупругой системы.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-01076А*

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Liu Y., Xie C. Aeroservoelastic stability analysis for flexible aircraft based on a nonlinear coupled dynamic model. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, vol. 31, iss. 12, pp. 2185–2198.
- [2] Alam M., Rohac J. Adaptive data filtering of inertial sensors with variable bandwidth. *Sensors*, 2015, no. 15 (2), pp. 3282–3298.
- [3] Благодырева О.В. Расчет на безопасность от флаттера крыла малого удлинения методом полиномов. *Труды МАИ*, 2013, № 68, 13 с. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=41717>
- [4] Благодырева О.В. Применение метода Рунге и метода конечных элементов к расчету аэроупругих колебаний крылатой ракеты. *Труды МАИ*, 2017, № 95, 26 с. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84426>
- [5] Парафесь С.Г., Иванов Д.Н., Опарин А.С. Модель исследования устойчивости системы «Руль — привод» маневренного беспилотного летательного аппарата. *Научный вестник МГТУ ГА*, 2016, т. 19, № 3, с. 143–150.
- [6] Парафесь С.Г., Туркин И.К. Об одном подходе к проектированию системы «Руль — привод» с учетом требований аэроупругой устойчивости. *Известия вузов. Авиационная техника*, 2020, № 1, с. 71–77.
- [7] Парафесь С.Г., Смыслов В.И. *Проектирование конструкции и САУ БПЛА с учетом аэроупругости: постановка и методы решения задачи*. Москва, Техносфера, 2018, 181 с.

- [8] Кашфутдинов Б.Д. Модельно-ориентированный подход к проектированию системы стабилизации летательного аппарата. *Решетнёвские чтения*, 2020, с. 25–26.
- [9] Сажин А.И., Саблина Г.В. Исследование реального скользящего режима в модельной системе «перевернутый маятник». *Автоматика и программная инженерия*, 2015, № 1 (11), с. 9–15.
- [10] Морозов В.И., Овчинников В.В. Математическое моделирование в задачах нелинейной аэроупругости. *Научный вестник МГТУ ГА*, 2014, № 206, с. 43–48.
- [11] Войтышен В.С., Семенов В.Н. Решение задачи аэроупругости в переменных метода конечных элементов (МКЭ). *Известия Коми научного центра УрО РАН*, 2013, № 4 (16), с. 68–72.
- [12] Нагорнов А.Ю. Флаттер беспилотного летательного аппарата из композиционных материалов с двухбалочным оперением. *Труды МАИ*, 2020, № 113, 19 с. DOI: 10.34759/trd-2020-113-19
- [13] Благодырёва О.В. Исследование флаттера композитного крыла. *Труды МАИ*, 2014, № 74, 24 с. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=49345&referer=https%3A%2F%2Fwww.google.com%2F>
- [14] Кузнецов К.В., Шишаева А.С., Аксенов А.А. Исследование характеристик статической и динамической аэроупругости крыла самолета с использованием программных комплексов SIMULIA и Flow Vision. *Инженерные системы 2013: Труды международного форума: Москва, 15–16 апреля, тезисы*. Москва, 2013, с. 58–65.
- [15] Kashfutdinov B.D., Shcheglov G.A. Investigation of the influence of the automatic control system parameters for the case of a simple aeroservoelastic model. *AIP Conference Proceedings*, 2021, vol. 2318, iss. 1, Paper ID 020005. 6 p.

Статья поступила в редакцию 15.07.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Тушев О.Н., Верзилин С.С., Крюкова М.О., Никулин Д.С. Влияние параметров регулятора на частотные характеристики трехмассовой динамической модели с упругими связями. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 8. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-8-2201>

**Тушев Олег Николаевич** — д-р техн. наук, профессор кафедры «Аэрокосмические системы» МГТУ им. Н.Э. Баумана, SPIN-код: 9732-1625, AuthorID: 7336. e-mail: kafsm2@bmstu.ru

**Верзилин Станислав Сергеевич** — студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, факультет «Аэрокосмический». e-mail: verzilins@student.bmstu.ru

**Крюкова Мария Олеговна** — студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, факультет «Аэрокосмический». e-mail: kryukovamo@student.bmstu.ru

**Никулин Данила Сергеевич** — студент МГТУ им. Н.Э. Баумана, факультет «Аэрокосмический». e-mail: nikulinds@student.bmstu.ru

## The influence of controller's parameters on the frequency characteristics of a three-mass dynamic model with elastic couplings

© O.N. Tushev, S.S. Verzilin, M.O. Kryukova, D.S. Nikulin

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, 105005, Russia

The simplest aeroautoelastic model with three degrees of freedom was used to examine the influence of the integrating, differentiating and proportional inertia-free link on the aeroelastic characteristics of the system. The parameters found and the corresponding roots of the characteristic equation were compared with numerical results obtained using the method of evaluating the effect of design parameters of an automatic control system on the stability of an elastic aircraft in the flow. Findings of the research show that for the stable operation of the automatic control system, it is necessary to use the speed of the first mass as an input signal. In this case, the constraints for the studied parameters of the dynamical system were determined. The study of the dependence of the natural frequencies of the dynamic system on the value of the parameters showed that the characteristic equation has three pairs of complex conjugate roots. Changing the gain leads to a monotonous increase in the modules of the real and imaginary parts of the first natural frequency. For the second and third natural frequencies, the negative real part of the root has a minimum at which the best control mode is implemented. According to the results of calculations in the considered example, it is recommended to set a large gain of the integral link and a small gain of the differential link.

**Keywords:** nonconservative systems, harmonic influence, oscillations, aeroelasticity, aeroservoelasticity, aeroautoelasticity

### REFERENCES

- [1] Liu Y., Xie C. Aeroservoelastic stability analysis for flexible aircraft based on a nonlinear coupled dynamic model. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2018, vol. 31, no. 12, pp. 2185–2198.
- [2] Alam M., Rohac J. Adaptive data filtering of inertial sensors with variable bandwidth. *Sensors*, 2015, no. 15 (2), pp. 3282–3298.
- [3] Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2013, no. 68, 13 p. Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=41717>
- [4] Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2017, no. 95, 26 p. Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=84426>
- [5] Parafes S.G., Ivanov D.N., Oparin A.S. *Nauchny vestnik MGTU GA — Civil Aviation High Technologies*, 2016, vol. 19, no. 3, pp. 143–150.
- [6] Parafes S.G., Turkin I.K. *Izvestiya vuzov. Aviatsionnaya tekhnika — Russian Aeronautics*, 2020, no. 1, pp. 71–77.
- [7] Parafes S.G., Smyslov V.I. *Proektirovanie konstruksii i SAU BPLA s uchetom aerouprugosti: postanovka i metody resheniya zadachi* [Designing the structure and ACS of UAVs with account for aeroelasticity: formulation and methods for solving the problem]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2018, 181 p.
- [8] Kashfudinov B.D. Modelno-orientirovanny podkhod k proektirovaniyu sistemy stabilizatsii letatel'nogo apparata [Model-based approach to designing an aircraft stabilization system]. *Reshetnevskie chteniya* [Reshetnev Readings], 2020, pp. 25–26.

- [9] Sazhin A.I., Sablina G.V. *Avtomatika i programnaya inzheneriya — Automatics & Software Enginery*, 2015, no. 1 (11), pp. 9–15.
- [10] Morozov V.I., Ovchinnikov V.V. *Nauchny vestnik MGTU GA — Civil Aviation High Technologies*, 2014, no. 206, pp. 43–48.
- [11] Voytyshen V.S., Semenov V.N. *Izvestiya Komi nauchnogo tsentra UrO RAN — Proceedings of the Komi Science Centre, Ural branch, Russian Academy of Sciences*, 2013, no. 4 (16), pp. 68–72.
- [12] Nagornov A.Yu. *Trudy MAI*, 2020, no. 113, 19 p. DOI: 10.34759/trd-2020-113-19
- [13] Blagodyreva O.V. *Trudy MAI*, 2014, no. 74, 24 p. Available at: <https://trudymai.ru/published.php?ID=49345&referer=https%3A%2F%2Fwww.google.com%2F>
- [14] Kuznetsov K.V., Shishaeva A.S., Aksenov A.A. Issledovanie kharakteristik staticheskoy i dinamicheskoy aerouprugosti kryla samoleta s ispolzovaniem programnykh kompleksov SIMULIA i Flow Vision [Study of the characteristics of static and dynamic aeroelasticity of an aircraft wing using SIMULIA and Flow Vision software packages]. *Inzhenernye sistemy 2013: Trudy mezhdunarodnogo foruma: Moskva, 15–16 aprelya, tezisy* [Engineering Systems 2013: Proceedings of the International Forum: Moscow, April 15–16, abstracts]. Moscow, 2013, pp. 58–65.
- [15] Kashfutdinov B.D., Shcheglov G.A. Investigation of the influence of the automatic control system parameters for the case of a simple aeroservoelastic model. *AIP Conference Proceedings*, 2021, vol. 2318, no. 1, Paper ID 020005. 6 p.

**Tushev O.N.**, Dr. Sc. (Eng.), Professor, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University. SPIN-code: 9732-1625, AuthorID: 7336.  
e-mail: kafsm2@bmstu.ru

**Verzilin S.S.**, student, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: verzilins@student.bmstu.ru

**Kryukova M.O.**, student, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: kryukovamo@student.bmstu.ru

**Nikulin D.S.**, student, Department of Aerospace Systems, Bauman Moscow State Technical University. e-mail: nikulinds@student.bmstu.ru