

Математическое моделирование потери устойчивости локальных расслоений, полученных в результате скоростного удара

© Л.А. Бохоева^{1,2}, А.Б. Балданов¹, В.Е. Рогов³

¹Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления,
Улан-Удэ, 670013, Россия

²Иркутский национальный исследовательский технический университет,
Иркутск, 664040, Россия

³Байкальский институт природопользования Сибирского отделения
Российской академии наук, Улан-Удэ, 670047, Россия

При скоростном ударе под действием ударно-волновой разгрузки наблюдается расслоение композита. При дальнейшей эксплуатации возможно возрастание расслоений с последующим разрушением композита. В данной работе представлены аналитические выражения для величин, характеризующих критическую нагрузку потери устойчивости расслоения и описывающих нелинейное деформирование расслоения, которое образуется в результате удара. Определены упругие характеристики тонкостенного расслоения многослойного пакета, а также входящих в него отдельных слоев, зависящих от модуля сдвига, модулей упругости, коэффициента Пуассона, толщины и угла ориентации волокон однонаправленного слоя. Разработана методика численного моделирования и расчета элементов конструкций из слоистых композитных материалов с допустимыми дефектами типа расслоений с использованием системы ANSYS Mechanical для решения задач критического поведения композитных пластин.

Ключевые слова: удар, композитный материал, расслоение, критическая нагрузка, потеря устойчивости, нелинейное поведение

Введение. При эксплуатации многослойные композитные конструкции подвергаются локальным ударным нагрузкам, в результате чего наблюдаются деформирование и разрушение вблизи места удара. Степень повреждения зависит от многих параметров, таких как скорость удара, размеры конструкции, толщина образцов, характеристики материалов и др. При низкоскоростном ударе (до 100 м/с) под воздействием ударно-волновой разгрузки отмечается формирование макротрещин, приводящих к расслоению композита (рис. 1). При возрастании начальной скорости удара от 100 до 350 м/с степень расслоения увеличивается (рис. 2). При высокоскоростном ударе (от 350 до 1 000 м/с и более) происходит сквозное пробитие с небольшой зоной повреждения и расслоением в середине образца (рис. 3).

Поврежденные тонкостенные элементы конструкций с внутренними расслоениями подвергаются в ходе эксплуатации различным нагрузкам, в том числе сжимающим, которые могут привести к общей или локальной потере устойчивости [1]. В связи с этим

возникает необходимость в исследовании тонкостенного локального расслоения, полученного в результате удара, с аналитическим и численным решением задач потери устойчивости межслойных допустимых дефектов.

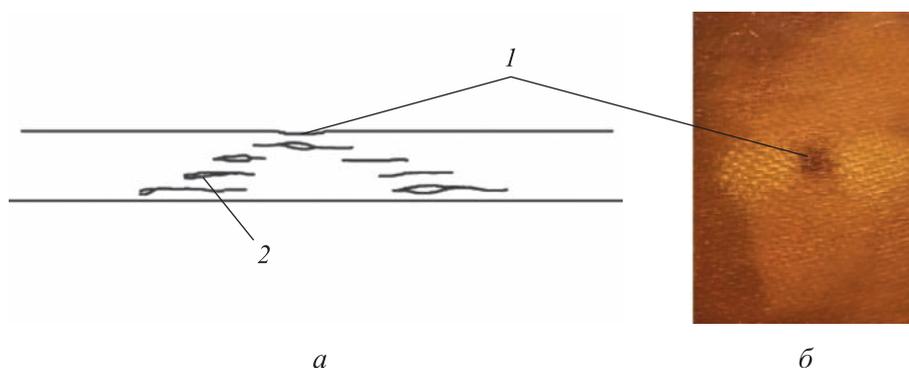


Рис. 1. Схематическое изображение (а) и фото (б) повреждений стеклопластика из 20 слоев при низкоскоростном ударе:
1 — зона удара, в которой повреждения на поверхности визуально трудно обнаруживаются;
2 — обширные расслоения в конусообразной зоне

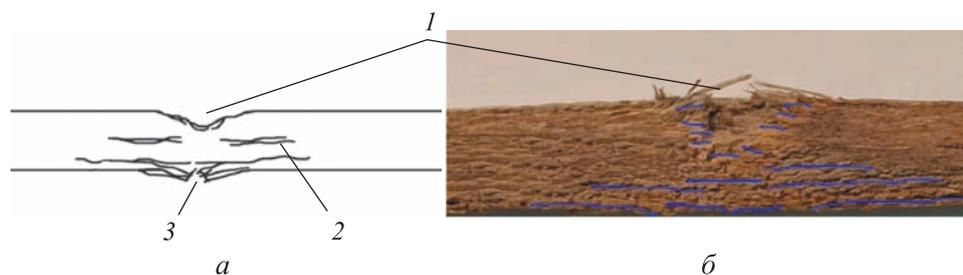


Рис. 2. Схематическое изображение (а) и фото (б) повреждений стеклопластика из 20 слоев при среднескоростном ударе:
1 — локальное повреждение; 2 — некоторые расслоения; 3 — разрушение волокон на оборотной стороне

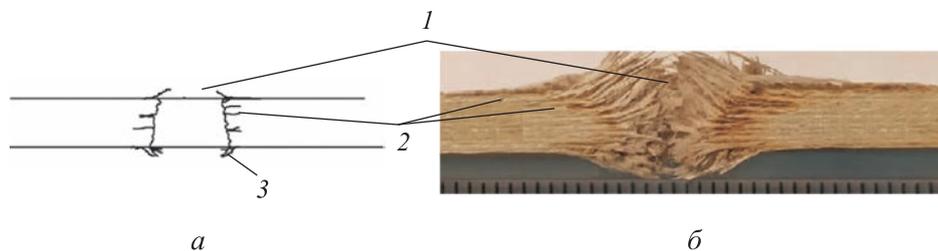


Рис. 3. Схематическое изображение (а) и фото (б) повреждений стеклопластика из 20 слоев при высокоскоростном ударе:
1 — сквозное пробитие; 2 — расслоения; 3 — некоторое количество свободных волокон

Цель работы — определение критической нагрузки тонкостенного расслоения и исследование его закритического поведения. Для этого необходимо найти упругие характеристики многослойного пакета, зависящие от входящих в него упругих характеристик отдельных слоев. Полученные характеристики слоев были использованы в численном нелинейном расчете потери устойчивости с помощью программного комплекса ANSYS Mechanical.

Определение упругих характеристик многослойного пакета пластины и локального расслоения. Рассмотрим расслоение композитной пластины, нагруженной сжимающими деформациями по граням ε_x , ε_y (рис. 4). Начало координат Ox, y совпадает с центром дефекта. Расслоение рассматривается как тонкая осесимметричная пластина, защемленная по контуру и подвергнутая равномерно распределенной нагрузке интенсивностью q_x, q_y , соответствующей основной нагрузке элемента конструкции (см. рис. 4).

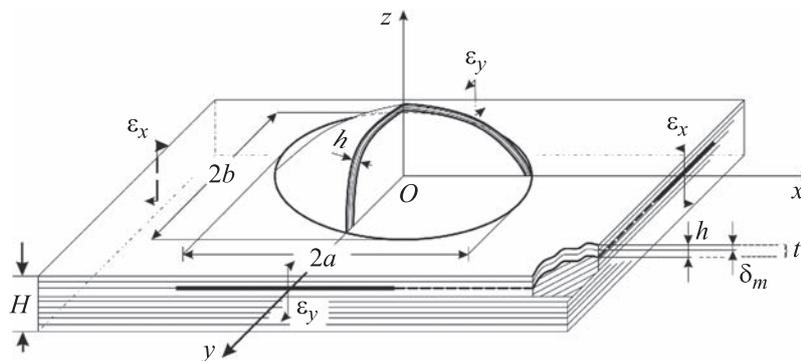


Рис. 4. Схематическое изображение локального расслоения композитного образца: h — толщина расслоения; H — толщина основной части пластины; a, b — полуоси расслоения; δ_m — толщина m -го слоя, m — количество слоев в пакете; t — количество слоев расслоения

Для тонкостенных многослойных элементов конструкций типичны плоское напряженное состояние и изгиб [2–5]. Границы локального расслоения заданы уравнением

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

где h удовлетворяет условию $h \ll a, b$.

Многослойная пластина в области расслоения (см. рис. 4) состоит из двух частей: расслоившегося слоя (верхняя часть толщиной h) и слоя, расположенного ниже расслоения (нижняя часть толщиной $H - h$). За пределами дефекта расположена основная часть слоистой пластины толщиной H .

Поведение слоистых композитных материалов под нагрузкой, даже при линейной зависимости напряжений от деформаций, принципиально отличается от поведения изотропных материалов [3, 5]. Для определения упругих характеристик многослойного пакета пластины и локального расслоения воспользуемся соотношениями для однонаправленного материала, которые отражают вклад каждого компонента пропорционально его объемной доле — так называемое правило смесей [6, 7]. Представим однонаправленный композитный материал (ОКМ) в виде чередования слоев, обладающих свойствами волокна и матрицы. Тогда относительное объемное содержание волокна f_v и матрицы f_m в ОКМ суммарно равно единице ($f_v + f_m = 1$). На растровом электронном микроскопе JSM-6510LV JEOL экспериментально определена объемная доля волокон f_v диаметром $d = 6$ мкм в стеклонити, составляющая 70 % (рис. 5).

Упругие характеристики содержащихся в ОКМ волокна и матрицы приведены в табл. 1.

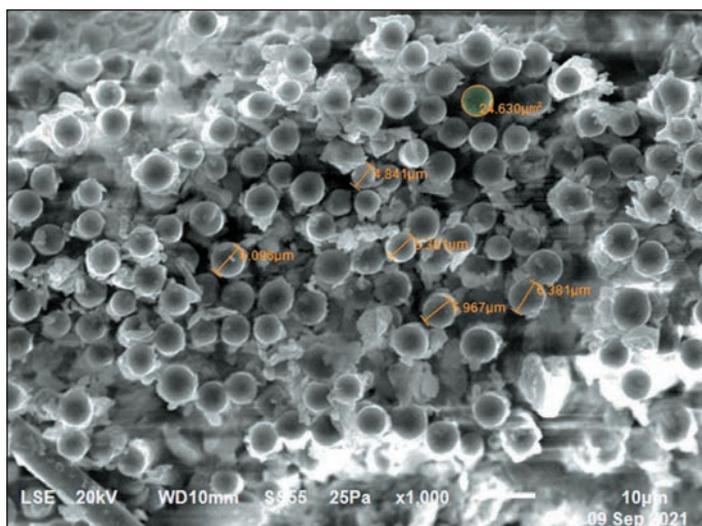


Рис. 5. Изображение поперечного разреза стеклонити

Таблица 1

Упругие характеристики волокна и матрицы в ОКМ

Характеристика	Стекловолокно	Эпоксидная матрица
Модуль упругости, МПа	$E_v = 7,3 \cdot 10^4$	$E_m = 3,78 \cdot 10^3$
Модуль сдвига, МПа	$G_v = 2,9 \cdot 10^4$	$G_m = 1,4 \cdot 10^3$
Коэффициент Пуассона	$\mu_v = 0,22$	$\mu_m = 0,35$

Находим значения упругих постоянных ОКМ через упругие постоянные и объемные доли компонентов по следующим выражениям:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= f_B E_B + f_M E_M; \\
 E_2 &= \frac{E_B E_M E_1}{E_1 [f_B E_M + f_M E_B] - f_B f_M (\mu_M E_B - \mu_B E_M)^2}; \\
 G_{12} &= \frac{G_B G_M}{f_B G_M + f_M G_B}; \\
 \mu_{12} &= f_B \mu_B + f_M \mu_M; \\
 \mu_{21} &= \frac{\mu_{12} E_2}{E_1},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где E_1, E_2 — модуль упругости вдоль и поперек направления армирования; G_{12} — модуль сдвига в плоскости слоя; μ_{12}, μ_{21} — коэффициенты Пуассона поперечных деформаций.

Упругие характеристики для ОКМ, согласно соотношениям (1), представлены в табл. 2. Полученные аналитические значения уточнены численными расчетами, проведенными в программном комплексе ANSYS Mechanical.

Таблица 2

Упругие характеристики однонаправленного композитного материала (стеклопластика)

Характеристика ОКМ	Значения, полученные по соотношениям (1)	Значения, полученные в программном комплексе ANSYS Mechanical
Модуль упругости E_1 , МПа	$5,223 \cdot 10^4$	$5,225 \cdot 10^4$
Модуль упругости E_2 , МПа	$1,124 \cdot 10^4$	$1,759 \cdot 10^4$
Модуль сдвига G_{12} , МПа	$4,207 \cdot 10^3$	$4,459 \cdot 10^4$
Коэффициент Пуассона μ_{21}	0,259	0,253

Определены упругие характеристики многослойного пакета по известным характеристикам жесткости входящих в него отдельных слоев: $C_{j,s}^m$ — жесткостные характеристики m -го слоя, зависящие от угла ориентации волокон φ однонаправленного слоя, модуля сдвига, модулей упругости, коэффициента Пуассона.

Выражения для жесткостных характеристик m -го слоя получены на основании работ [8, 9]:

$$C_{11}^m = \lambda \left(E_1 \cos^4 \varphi + E_2 \sin^4 \varphi + \frac{1}{2} \mu_{21} E_1 \sin^2 2\varphi \right) + G_{12} \sin^2 2\varphi;$$

$$C_{22}^m = \lambda \left(E_1 \sin^4 \varphi + E_2 \cos^4 \varphi + \frac{1}{2} \mu_{21} E_1 \sin^2 2\varphi \right) + G_{12} \sin^2 2\varphi;$$

$$C_{12}^m = C_{21}^m = \lambda \left((E_1 + E_2) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \mu_{21} E_1 (\cos^4 \varphi + \sin^4 \varphi) \right) - G_{12} \sin^2 2\varphi;$$

$$C_{13}^m = C_{31}^m = \left[\frac{\lambda}{2} \left(-E_2 \sin^2 \varphi + E_1 \cos^2 \varphi - \mu_{21} E_1 \cos 2\varphi \right) - G_{12} \cos 2\varphi \right] \sin 2\varphi;$$

$$C_{23}^m = C_{32}^m = \left[\frac{\lambda}{2} \left(-E_2 \cos^2 \varphi + E_1 \sin^2 \varphi + \mu_{21} E_1 \cos 2\varphi \right) + G_{12} \cos 2\varphi \right] \sin 2\varphi;$$

$$C_{33}^m = \frac{\lambda \sin^2 2\varphi}{4} (E_1 + E_2 - 2\mu_{12} E_1) + G_{12} \cos^2 2\varphi;$$

$$\lambda = \frac{1}{1 - \mu_{12} \mu_{21}};$$

$$E_1 \mu_{21} = E_2 \mu_{12}.$$

Рассмотрим случай локальной потери устойчивости, начинающейся с выпучивания тонкого расслоения. Приблизительно, но с достаточной для инженерных расчетов точностью, можно рассчитать упругие характеристики многослойного композитного материала для расслоения (верхняя часть) по следующим формулам:

$$A_{11} = \frac{1}{h} \sum_{m=1}^t \delta_m C_{11}^m; \quad A_{12} = \frac{1}{h} \sum_{m=1}^t \delta_m C_{12}^m; \quad A_{22} = \frac{1}{h} \sum_{m=1}^t \delta_m C_{22}^m;$$

$$E_x = A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}}; \quad E_y = A_{22} - \frac{A_{12}^2}{A_{11}}; \quad \mu_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}}; \quad \mu_{yx} = \mu_{xy} \frac{E_y}{E_x},$$

где μ_{xy}, μ_{yx} — коэффициенты Пуассона поперечной деформации для пакета толщиной h многослойного композитного материала; E_x — модуль упругости вдоль направления армирования для пакета толщиной h многослойного композитного материала; E_y — модуль упругости поперек направления армирования для пакета толщиной h многослойного композитного материала. В табл. 3 представлены значения упругих характеристик многослойного композитного материала для расслоения (верхняя часть) двух $[0/90]$, трех $[0/90/0]$, четырех $[0/90]_2$ слоев стеклопластика ($t = 2; 3; 4$).

Жесткостные и упругие характеристики многослойного композитного материала

<i>Жесткостные характеристики m-го слоя, МПа</i>						
Угол армирования m-го слоя	C_{11}^m	C_{22}^m	C_{12}^m	C_{13}^m	C_{23}^m	C_{33}^m
$m = 1$ $\varphi = 0$	$5,223 \cdot 10^4$	$1,124 \cdot 10^4$	$3,148 \cdot 10^3$	0	0	$4,207 \cdot 10^3$
$m = 2$ $\varphi = 90^\circ$	$1,124 \cdot 10^4$	$5,223 \cdot 10^4$	$3,148 \cdot 10^3$	$3,906 \cdot 10^{-12}$	$1,962 \cdot 10^{-14}$	$4,207 \cdot 10^3$
<i>Упругие характеристики материала</i>						
E_x , МПа	E_y , МПа		μ_{xy}		μ_{yx}	
для двухслойного расслоения [0/90]						
$2,095 \cdot 10^4$	$2,095 \cdot 10^4$		0,099		0,099	
для трехслойного расслоения [0/90/0]						
$3,817 \cdot 10^4$	$2,465 \cdot 10^4$		0,126		0,082	
для четырехслойного расслоения [0/90] ₂						
$4,19 \cdot 10^4$	$4,19 \cdot 10^4$		0,099		0,099	

По контуру дефекта заданы усилия, соответствующие деформациям основы $\varepsilon_x, \varepsilon_y$:

$$q_x = \frac{\varepsilon_x E_x h}{1 - \mu_{xy}}; \quad q_y = \frac{\varepsilon_y E_y h}{1 - \mu_{yx}}.$$

Перемещения, которые описывают переход пластины в новое отклоненное состояние от начального состояния равновесия, представим в виде

$$w(x, y) = \eta w_1(x, y);$$

$$u(x, y) = \eta^2 u_2(x, y);$$

$$v(x, y) = \eta^2 v_2(x, y).$$

где x, y, z — направление осей, соответствующее компонентам перемещений u, v, w ; η — параметр, зависящий от уровня нагружения пластины.

Функцию поперечного прогиба $w_1(x, y)$ возьмем в виде

$$w_1(x, y) = \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right).$$

Для определения перемещения $u_2(x, y)$, $v_2(x, y)$ необходимо решить вспомогательную задачу. Введем функцию напряжений $\varphi_2(x, y)$, связанную с прогибом $w_1(x, y)$ уравнением Кармана

$$\nabla^2 \nabla^2 \cdot \varphi_2 = Eh \left[\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right].$$

Граничные условия для $\varphi_2(x, y)$ примем в виде

$$\begin{aligned} \varphi_2 = 0, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = 0 \quad \text{при } x = \pm \frac{a}{2}; \\ \varphi_2 = 0, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = \pm \frac{b}{2}. \end{aligned}$$

Учитывая эти условия, функцию $\varphi_2(x, y)$ зададим рядом

$$\varphi_2(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \theta_{ij} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^2 \left(\frac{x}{a} \right)^{2i} \left(\frac{y}{b} \right)^{2j},$$

где θ_{ij} — неизвестные коэффициенты, для определения которых необходимо проинтегрировать уравнение Кармана по методу Галеркина.

При этом получаем систему линейных уравнений, решаемую методом Гаусса. Для определения u_2, v_2 используем зависимости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial x} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{E_x h} \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} - \mu_{xy} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} \right); \\ \frac{\partial v_2}{\partial y} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{E_y h} \left(\frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x^2} - \mu_{yx} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \tag{2}$$

Аппроксимация узловых точек выполнена с помощью полиномиальной регрессии в Mathcad. Для вычисления коэффициентов полинома регрессии используется функция `submatrix`.

Изменение полной потенциальной энергии $\Delta \mathcal{E}$ для тонких расслоений при отклонении от начального плоского состояния определяется выражением

$$\Delta \mathcal{E} = \eta^2 \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} D \left\{ \left(\frac{d^2 w_1}{dx^2} + \frac{d^2 w_1}{dy^2} \right)^2 + \right.$$

$$+ \eta^2 2(1 - \mu_{xy}) \left[\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w_1 \partial^2 w_1}{\partial x^2 \partial y^2} \right] \Bigg\} dy dx - \eta^2 \oint_{S_2} (u_2 q_x + v_2 q_y) dS_2,$$

где $D = \frac{E_x h^3}{12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})}$ — цилиндрическая жесткость многослойного расслоения; S_2 — граница отслоения.

Из условия $\Delta \Xi = 0$ находим критическую нагрузку, которую для удобства можно представить в виде

$$\varepsilon_{кр} = \frac{\frac{1}{2} \int_0^a \int_0^{b \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} D \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1 - \mu_{xy}) \left[\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial y^2} \right] \right\} dy dx}{\frac{E_x h}{1 - \mu_{xy}} \left[\oint_{S_2} u_2 dS_2 + \mu \oint_{S_2} v_2 dS_2 \right]}.$$

При рассмотрении нелинейного поведения расслоения, когда величина прогиба w становится сравнимой с высотой отслоения h , важную роль начинает играть перемещение точек срединной поверхности u, v . При переходе пластины в новое возмущенное состояние, граничное с начальным плоским, функции перемещений возьмем в виде

$$w(x, y) = w_0 + \eta w_1;$$

$$u(x, y) = u_0 + \eta^2 u_2;$$

$$v(x, y) = v_0 + \eta^2 v_2.$$

Прогиб расслоения можно задать функцией

$$w_1 = \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^2,$$

удовлетворяющей граничным условиям $w_1 = \frac{\partial w_1}{\partial x} = \frac{\partial w_1}{\partial y} = 0$.

Перемещения срединной поверхности u_2 и v_2 определены по формулам (2).

Компоненты деформаций в новом возмущенном состоянии равновесия вычислим с точностью до η^2 :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + \varepsilon_x'';$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_y^0 + \varepsilon_y'';$$

$$\gamma_{xy}'' = 0,$$

где $\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}$; $\varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y}$; $\varepsilon_x'' = \eta^2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + \eta^2 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2$;

$$\varepsilon_y'' = \eta^2 \frac{\partial v_2}{\partial y} + \eta^2 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2.$$

Энергия деформации срединной поверхности расслоения имеет вид

$$U = U_0 + U_2 + U_4.$$

Здесь $U_0 = \frac{E_x h}{2(1-\mu_{xy}^2)} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} (\varepsilon_x^{02} + 2\mu_{xy}\varepsilon_y^0\varepsilon_x^0 + \varepsilon_y^{02}) dydx$;

$$U_1 = \frac{E_x h}{2(1-\mu_{xy}^2)} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} [\varepsilon_x^0\varepsilon_x'' + \varepsilon_y^0\varepsilon_y'' + 2\mu_{xy}(\varepsilon_x^0\varepsilon_y'' + \varepsilon_y^0\varepsilon_x'')] dydx$$
;

$$U_4 = \frac{E_x h}{2(1-\mu_{xy}^2)} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} (\varepsilon_x''^2 + \varepsilon_y''^2 + 2\mu_{xy}\varepsilon_y''\varepsilon_x'') dydx.$$

Потенциал внешних сил расслоения определяется выражением

$$\Pi = \Pi_0 + \Pi_2 = \Pi_0 + \eta^2 \oint_{S_1} (u_2 q_x + v_2 q_y) ds_1,$$

где S_1 — граница расслоения.

Перемещения $u_2(x, y)$ и $v_2(x, y)$ подобраны так, что исключают из уравнения U_2 все слагаемые, содержащие начальные условия.

Рассчитаем изменение полной потенциальной энергии расслоения в виде

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E}_0 = \eta^2 \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} \left\{ \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \right)^2 + \right. \\ \left. + 2(1-\mu_{xy}) \left[\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial y^2} \right] \right\} dydx +$$

$$+ \eta^4 \frac{E_x h}{2(1-\mu_{xy}^2)} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} \left\{ \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 \right]^2 + \left[\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 \right]^2 + \right. \\ \left. + 2\mu_{xy} \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 \right] \left[\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dy dx - \eta^2 \oint_{S_1} (u_2 q_x + v_2 q_y) dS_1.$$

Приравнявая к нулю первую производную $\left(\frac{\partial \Delta \mathcal{E}}{\partial \eta} = 0 \right)$, устанавливаем возможные положения равновесия:

$$\eta q_{кр} + \eta^3 \frac{\frac{E_x h}{2(1-\mu_{xy}^2)} \int_0^a \int_0^{b\sqrt{1-(x/a)^2}} \left\{ \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 \right]^2 + \left[\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 \right]^2 + \right. \\ \left. + 2\mu_{xy} \left[\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 \right] \left[\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} dy dx}{\oint_{S_1} (u_2 + \mu_{xy} v_2) ds_1} - \eta q = 0$$

$$\text{при } q_y = \mu_{yx} q = \frac{\mu_{yx} E_y h \varepsilon}{1 - \mu_{yx}}; \quad q_{кр} = \frac{E_x h \varepsilon_{кр}}{1 - \mu_{xy}}; \quad q_x = q = \frac{E_x h \varepsilon}{1 - \mu_{xy}}.$$

При $q > q_{кр}$ возможна изгибная форма равновесия. При $q < q_{кр}$ допустима только одна прямолинейная форма равновесия, которая соответствует $\eta = 0$. Исследование знака второй производной $\frac{\partial^2 \Delta \mathcal{E}}{\partial \eta^2}$

позволило установить, что при $q > q_{кр}$ плоская форма равновесия неустойчива, а изгибная — устойчива. Зависимость между прогибом в центре расслоения и нагрузкой получаем в виде

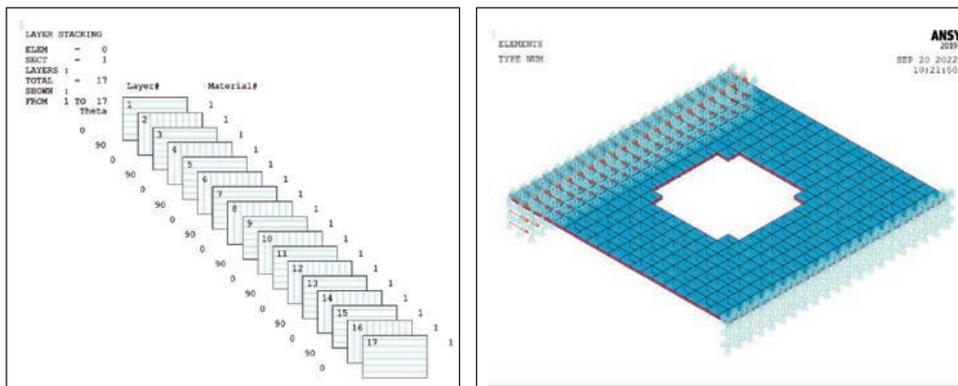
$$\bar{W}_{\max} = 1,01 \sqrt{\bar{q} - 1},$$

где $\bar{q} = q/q_{кр}$.

Поскольку отслоившийся слой достаточно тонок, критическая нагрузка мала, а область за критической деформации достаточно велика, необходимо провести оценку диапазонов существования основной формы равновесия и более сложных. Эта задача частично решена для

расслоений такого вида в работах [10, 11]. Сначала, при нагружении, после потери устойчивости прогиб в центре становится максимальным, что соответствует основной форме равновесия. Затем, при больших нагрузках, возможен переход к более сложным формам. Для получения численных результатов берем данные, соответствующие основной форме равновесия с последующим подрастанием стрелы прогиба, так как этот случай более опасен с точки зрения подрастания дефекта.

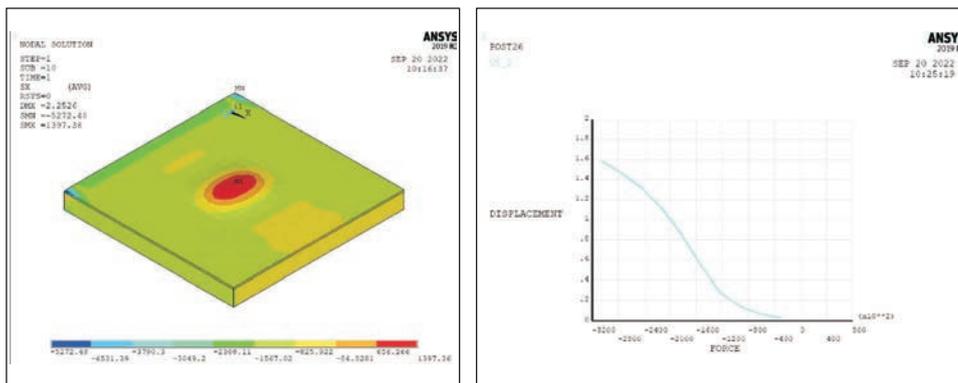
Расчеты в системе ANSYS. В расчетах, выполненных в программном комплексе ANSYS Mechanical, использованы трехмерные восьмиузловые шестигранные конечные элементы типа SOLID46 [12]. Композитная пластина представляет собой многослойный пакет из набора ОКМ с заданной схемой армирования (рис. 6, а), шарнирно



а

б

Рис. 6. Схема армирования исследуемой пластины слоями (а) и заданные элементом INTER20x конечные контакты и расслоения между верхними слоями (б) пластины



а

б

Рис. 7. Численные результаты моделирования напряженно-деформированного состояния пластины (а) и ее продольных деформаций в зависимости от силы (б)

неподвижной с одной грани и шарнирно подвижной с противоположной, с заданием сжимающего усилия (рис. 6, б). Конечные контактные элементы заданы специальным когезионным элементом INTER20x (см. рис. 6, б). На рисунке также отображены заделка и непроклея по центру на верхнем слое, имитирующем расслоение. Визуализация напряженно-деформированного состояния пластины представлена на рис. 7, а, график зависимости продольных деформаций от нагрузки — на рис. 7, б. Определена критическая нагрузка тонкостенного расслоения ($P_{\max} = 320\,000\text{ Н}$).

Заключение. Рассмотрены условия появления дефектов типа расслоений при воздействии ударных нагрузок на композитную конструкцию. Представлен уточненный подход к решению задач исследования устойчивости тонкостенных расслоений из композитных материалов в нелинейной постановке. Получена в явном виде критическая нагрузка, исследовано нелинейное (закритическое) поведение тонкостенного расслоения.

Определены упругие характеристики многослойного пакета тонкостенного расслоения, а также упругие характеристики входящих в него отдельных слоев, зависящие от модуля сдвига, модулей упругости, коэффициентов Пуассона и углов ориентации волокон однонаправленного слоя. Получены соотношения для однонаправленного композитного материала, которые отражают вклад каждого компонента (волокна, матрицы) пропорционально его объемной доле, т. е. применено так называемое правило смесей.

Разработана методика численного моделирования элементов конструкций из композитных материалов с допустимыми дефектами типа расслоений в системе ANSYS Mechanical. Обсуждаемые методы оценки прочности и численные расчеты также можно применять при исследовании разнообразных композитных материалов.

*Работа выполнена в рамках программы «Приоритет–2030»
ИРНТУ «i.DIT», государственного задания БИП СО РАН
№ 0273–2021–0007, гранта молодых ученых ВСГУТУ–2022.*

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Алфутов Н.А. *Основы расчета на устойчивость упругих систем*. Москва, Машиностроение, 1991, 311 с.
- [2] Бохоева Л.А., Балданов А.Б. Численное исследование потери устойчивости полимерного композиционного материала. *Проблемы механики современных машин. Сб. докл. VIII Междунар. науч. конф. ВСГУТУ*. Улан-Удэ, Изд-во ВСГУТУ, 2022, с. 139–142.
- [3] Покровский А.М., Чермошенцева А.С., Бохоева Л.А. Оценка трещиностойкости сжатой композитной пластины с начальным расслоением. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2021, № 5, с. 81–91.

- [4] Бохоева Л.А., Рогов В.Е., Чермошенцева А.С. Устойчивость круглых дефектов типа отслоений в элементах конструкций с учетом поперечного сдвига. *Современные технологии. Системный анализ. Моделирование*, 2014, № 4 (44), с. 19–22.
- [5] Бохоева Л.А. Исследование устойчивости пластин с дефектами в нелинейной постановке. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2008, № 2, с. 22–27.
- [6] Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. *Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1984, 264 с.
- [7] Кузьмин М.А., Лебедев Д.Л., Попов Б.Г. *Строительная механика и расчеты композитных конструкций на прочность*. Москва, ИЦК «Академкнига», 2008, 191 с.
- [8] Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др. *Композиционные материалы. Справочник*. Москва, Машиностроение, 1990, 512 с.
- [9] Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 1988, 272 с.
- [10] Болотин В.В., Новичков Ю.Н. *Механика многослойных конструкций*. Москва, Машиностроение, 1980, 375 с.
- [11] Пэйгано Н., Сони С., Ванг А. и др. *Межслойные эффекты в композитных материалах*. Пер. с англ. Н. Пэйгано, ред. Москва, Мир, 1993, 346 с.
- [12] Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. *ANSYS в руках инженера: Практик. руководство*. Москва, УРСС, 2003, 269 с.

Статья поступила в редакцию 29.09.2022

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бохоева Л.А., Балданов А.Б., Рогов В.Е. Математическое моделирование потери устойчивости локальных расслоений, полученных в результате скоростного удара. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 12.
<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-12-2233>

Бохоева Любовь Александровна — д-р техн. наук, профессор, заведующая кафедрой «Информационные технологии и прикладная механика» Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления; вед. науч. сотр., Иркутский национальный исследовательский технический университет. e-mail: bohoeva@yandex.ru

Балданов Алдар Батомункуевич — ст. преподаватель кафедры «Информационные технологии и прикладная механика» Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления. e-mail: aldarbaldanov@gmail.com

Рогов Виталий Евдокимович — д-р техн. наук, ст. науч. сотр. лаборатории химии полимеров Байкальского института природопользования Сибирского отделения Российской академии наук. e-mail: rogov54v@mail.ru

Mathematical modeling of loss of stability of local delaminations caused by high-speed impact

© L.A. Bokhoeva^{1,2}, A.B. Baldanov¹, V.E. Rogov³

¹ East Siberia State University of Technology and Management, Ulan-Ude, 670013, Russia

² Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, 664040, Russia

³ Baikal Institute of Nature Management, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Ulan-Ude, 670047, Russia

Delamination of a composite may occur as a result of high-speed impact under the action of shock-wave unloading. Delamination could grow further under operation with the subsequent composite destruction. This paper presents analytical expressions for values characterizing the delamination critical loss of stability and describing their non-linear delaminating deformation resulting from the impact. Elastic characteristics of the thin-walled delamination of a multilayer package, elastic characteristics of separate layers included in it depending on the shear modulus, elastic moduli, Poisson ratio, thickness, and orientation angle of fibers of the unidirectional layer were determined. A technique for numerical simulation and calculation of the structural elements made of layered composite materials with allowable defects such as delamination was developed in the ANSYS Mechanical system to solve problems of the plates' supercritical behavior.

Keywords: *impact, composite material, delamination, critical load, loss of stability, non-linear behavior*

The work was carried out within the framework of the i.DIT INRTU Priority-2030 program, state task BINM SB RAS No. 0273-2021-0007 and young scientists grant ESSUTM-2022.

REFERENCES

- [1] Alfutov N.A. *Osnovy rascheta na ustoichivost uprugikh system* [Fundamentals of calculating the stability of elastic systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1991, 311 p.
- [2] Bokhoeva L.A., Baldanov A.B. Chislennoe issledovanie poteri ustoychivosti polimernogo kompozitsionnogo materiala [Numerical study of the stability loss of a polymer composite material]. In: *Problemy mekhaniki sovremennykh mashin. Sb. dokl. VIII Mezhdunar. nauch. konf. VSGUTU* [Problems of the Mechanics of Modern Machines. Proceedings of the VIII International scientific conference of the ESSUTM]. Ulan-Ude, ESSUTM Publ., 2022, pp. 139–142.
- [3] Pokrovsky A.M., Chermoshentseva A.S., Bokhoeva L.A. Otsenka treschinos-toykosti szhatoy kompozitnoy plastiny s nachalnym rassloyeniem [Evaluation of crack resistance of a compressed composite plate with initial delamination]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin — Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2021, no. 5, pp. 81–91.
- [4] Bokhoeva L.A., Rogov V.E., Chermoshentseva A.S. Ustoychivost kruglykh defektov tipa otsloeniy v elementakh konstruktsiy s uchedom poperechnogo sdviga [Stability of circular defects such as delamination in structural elements with regard transverse shear]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie — Modern Technologies. System analysis. Modeling*, 2014, no. 4 (44), pp. 19–22.

- [5] Bokhoeva L.A. Issledovanie ustoichivosti plastin s defektami v nelineinoi postanovke [Study of the stability of plates with defects in a nonlinear formulation]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye — BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2008, no. 2, pp. 22–27.
- [6] Alfutov N.A., Zinoviev P.A., Popov B.G. *Raschet mnogosloinykh plastin i obo-lochek iz kompozitsionnykh materialov* [Calculation of multilayer plates and shells made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1984, 264 p.
- [7] Kuzmin M.A., Lebedev D.L., Popov B.G. *Stroitel'naya mekhanika i raschety kompozitnykh konstruksii na prochnost* [Structural mechanics and strength calculations of composite structures]. Moscow, Akademkniga Publ., 2008, 191 p.
- [8] Vasilyev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V., et al. *Kompozitsionnye materialy. Spravochnik* [Composite Materials. Manual]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990, 512 p.
- [9] Vasilyev V.V. *Mekhanika konstruksiy iz kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of structures made of composite materials]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988, 272 p.
- [10] Bolotin V.V., Novichkov Yu.N. *Mekhanika mnogosloinykh konstruksiy* [Mechanics of multilayer constructions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1980, 375 p.
- [11] Pagano N.J. (Editor). *Interlaminar response of composite materials*. Amsterdam, Elsevier Science Publ., 1989 [In Russ.: Pagano N., Sony S., Wang A., et al. *Mezhsloynnye efekty v kompozitsionnykh materialakh*. Moscow, Mir Publ., 1993, 346 p.].
- [12] Kaplun A.B., Morozov E.M., Olfer'yeva M.A. *ANSYS v rukakh inzhenera: prakticheskoe rukovodstvo* [ANSYS in the hands of an engineer: practical guidance]. Moscow, URSS Publ., 2003, 269 p.

Bokhoeva L.A., Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Information Technology and Applied Mechanics, East Siberia State University of Technology and Management; Leading Researcher, Irkutsk National Research Technical University.
e-mail: bokhoeva@yandex.ru

Baldanov A.B., Senior Lecturer, Department of Information Technology and Applied Mechanics, East Siberia State University of Technology and Management.
e-mail: aldarbaldanov@gmail.com

Rogov V.E., Dr. Sc. (Eng), Senior Researcher, Laboratory of Polymer Chemistry, Baikal Institute of Nature Management, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences.
e-mail: rogov54v@mail.ru