

Расчет жесткости нелинейно упругой муфты со сжимаемыми металлическими вставками

© Б.В. Букеткин, А.А. Ширшов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

В приводах различных машинных агрегатов в качестве соединительного элемента широко применяют муфты, передающие энергию от одной части машины к другой. Среди них большую часть составляют муфты постоянного соединения, в том числе упругие с металлическими элементами, такими как цилиндрическими стержнями, цилиндрическими витыми пружинами, лентами, пакетами пружинных гильз и пакетами пластин. Важной характеристикой муфт является их крутильная жесткость. Приведены результаты исследования упругой нелинейной муфты с мягкой характеристикой. Упругими элементами служат пластины, испытывающие при сжатии продольный изгиб. Исследование проведено численно методом конечных элементов с использованием пакета прикладных программ ANSYS R17.0 Academic. На основе полученных данных предложены аналитические зависимости для определения крутильной жесткости муфты и расчета упругих элементов на прочность. Дано описание проведенных испытаний упругих элементов для оценки точности аналитических зависимостей, показавшие их пригодность для практических расчетов на прочность и жесткость.

Ключевые слова: упругая муфта, крутильная жесткость, продольный изгиб, гибкость, максимальные напряжения

Введение. Упругие муфты являются широко распространенным соединительным элементом, используемым в разных отраслях промышленности [1–5]. Их основной характеристикой является крутильная жесткость, во многом определяющая динамические характеристики привода. В настоящее время выпускается достаточно большое количество различных типов муфт как с полимерными, так и с металлическими упругими элементами [6, 7]. Следует отметить, что конструктивное исполнение упругих металлических элементов отличается большим разнообразием, но все они работают на изгиб [8–10]. Большинство муфт имеют постоянную жесткость (линейную) или переменную (нелинейную) [1].

Нелинейные муфты обладают, как правило, жесткой характеристикой. Муфты с предварительно изогнутыми стержнями (вставками), сжимаемыми в продольном направлении под действием вращающего момента, являются нелинейно упругими с мягкой характеристикой. По сравнению с другими муфтами с металлическими упругими элементами они компактны, конструктивно проще, им не требуется смазка, но более сложны в монтаже. Такие муфты предназначены для неревверсивного привода. Предварительно изогнутая по дуге вставка

с постоянным по длине прямоугольным поперечным сечением установлена с минимальным натягом в гнездах, выполненных в упорах. Натяг необходим для того, чтобы предохранить вставки от выпадения из гнезд при отсутствии нагрузки, а также для снижения динамических нагрузок при пуске агрегата. Во время работы вставки в пазах могут смещаться в осевом направлении муфты, поэтому следует использовать ограничители, предотвращающие выход вставок за пределы пазов.

Цель работы — получение расчетных соотношений (зависимостей) для определения жесткости нелинейно упругой муфты с продольно сжимаемыми предварительно изогнутыми стальными вставками.

Принципиальная схема муфты с необходимыми для расчета размерами приведена на рис. 1.

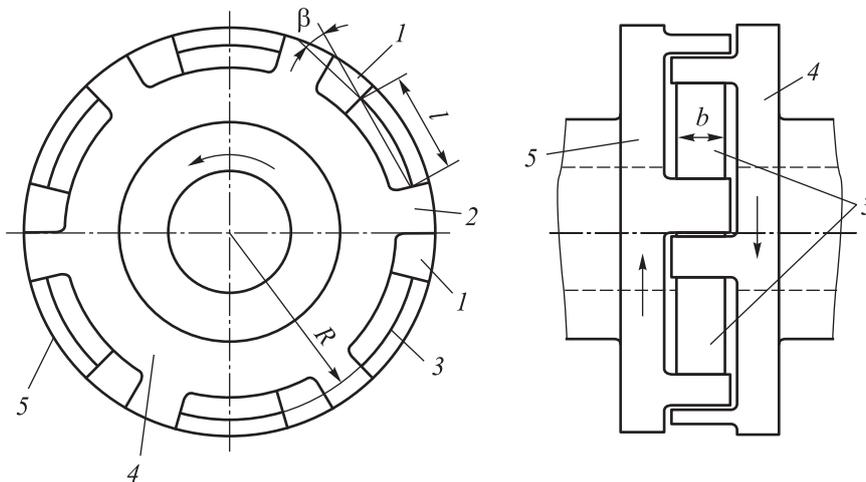


Рис. 1. Принципиальная схема муфты:

1, 2 — упоры; 3 — упругая вставка; 4, 5 — ведущая и ведомая полумуфты; l — расстояние между упорами в нерабочем состоянии муфты, практически равное длине хорды вставки; R — радиус окружности, на которой в упорах выполнены пазы для вставок; β — угол между касательной к окружности радиусом R и прямой, соединяющей пазы в паре упоров 1 и 2; b — ширина вставки

Угол β между касательной к окружности радиуса R и прямой, соединяющей пазы в паре вставок (см. рис. 1), определяется по формуле

$$\sin \beta = l/2R. \quad (1)$$

Крутильная жесткость муфты является одной из основных характеристик, необходимых при динамическом расчете привода.

Жесткость муфты C — отношение вращающего момента T к взаимному углу поворота полумуфт φ , т. е. у муфт с постоянной жесткостью $C = T/\varphi$, а у муфт с переменной жесткостью $C = dT/d\varphi$.

Угол φ равен перемещению f упоров по касательной к окружности радиуса R (см. рис. 1), т. е. $d\varphi = df/R$ и, следовательно,

$$C = dT \cdot \frac{R}{df}. \quad (2)$$

Перемещение f практически полностью происходит вследствие изгиба вставки под действием сжимающей силы F , так как ее изгибная жесткость пренебрежимо мала по сравнению с жесткостью корпусов полумуфт.

Схема деформирования вставки представлена на рис. 2. Предварительно изогнутая вставка показана штриховой линией (1), а деформированная — сплошной (2).

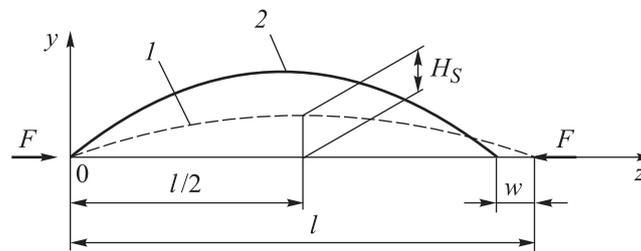


Рис. 2. Схема деформирования пластины:

l — длина хорды вставки; H_s — начальная высота прогиба; F — сжимающая сила; w — перемещение (уменьшение длины хорды); h — толщина; b — ширина поперечного сечения

Под действием сжимающих сил F происходит продольный изгиб, вследствие чего расстояние между опорами (вдоль оси z) уменьшается на величину w . Поскольку прямая, соединяющая пазы в упорах, не является касательной к окружности радиусом R , на которой расположены пазы (см. рис. 1), перемещения w и f связаны равенством

$$f = \frac{w}{\cos \beta}. \quad (3)$$

Передаваемый муфтой вращающий момент

$$T = FRn \cos \beta, \quad (4)$$

где n — число вставок.

Используя формулы (2) и (3), для определения жесткости муфты получаем выражение

$$C = \frac{dF}{dw} R^2 n \cos^2 \beta. \quad (5)$$

Для того чтобы использовать формулу (5), нужно иметь либо аналитическое выражение $F(w)$, либо график зависимости F от w .

Вставки представляют собой тонкостенные криволинейные стержни, так как выполняется условие $l > b > h$. Гибкость стержня λ зависит от его размеров и условий закрепления. Для шарнирно закрепленного стержня прямоугольного поперечного сечения $\lambda = \sqrt{12} \cdot l/h$ [11], т. е. вставки одинаковой гибкости должны иметь одно и то же отношение l/h . При продольном изгибе вставки возникают прогибы, которые могут в несколько раз превышать ее толщину, что делает некорректным использование элементарной теории изгиба стержней, применяемой при малых прогибах [11]. При больших прогибах возможно только численное решение. Один из вариантов — использование численного интегрирования нелинейного дифференциального уравнения гибкого стержня [12], другой — использование метода конечных элементов (МКЭ). Авторы выбрали второй метод, который позволяет учесть влияние ширины вставки и, кроме того, более удобен для выполнения большого количества однотипных расчетов.

Перемещение w зависит от длины вставки l , высоты сегмента H_S , размеров поперечного сечения b , h и сжимающей силы F . Влияние размеров поперечного сечения можно исключить, введя вместо сжимающей силы F среднее нормальное напряжение (по модулю) в поперечном сечении:

$$|\sigma_N| = \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})}{2} = \frac{F}{bh},$$

где $\sigma_{\max} = -\frac{F}{bh} + \frac{M_{x\max}}{W_x}$; $\sigma_{\min} = -\frac{F}{bh} - \frac{M_{x\max}}{W_x}$ ($M_{x\max}$ — максимальный изгибающий момент, $M_{x\max} = F(H_S + v_{\max})$; W_x — момент сопротивления поперечного сечения стержня, $W_x = bh^2/6$; v_{\max} — максимальный прогиб стержня).

Теперь можно преобразовать формулу (5) к виду

$$C = \frac{d|\sigma_N|}{dw} R^2 b h n \cos^2 \beta = J(w) R^2 b h n \cos^2 \beta, \quad (6)$$

где $J(w)$ — получаемая по результатам расчетов функция, имеющая размерность $[Н/м^3]$.

Выбор расчетной схемы. Как было отмечено выше, ширина вставки b больше ее толщины h , причем, возможно, даже на порядок. Вставку, у которой $b \geq 3h$, логичнее рассматривать как пластину, а не как стержень. При ее сжатии происходит изгиб в плоскости наименьшей жесткости и поверхности принимают гиперболическую форму. Из-за этого напряжения на поверхности в крайних точках

поперечного сечения несколько отличаются от напряжений в плоскости симметрии. Поэтому была создана объемная конечно-элементная твердотельная модель, состоящая из вставки 2 и упора 1, представленная на рис. 3. С учетом условия симметрии нагружения рассмотрена четверть вставки 2, ограниченная плоскостями симметрии и половиной упора 1.

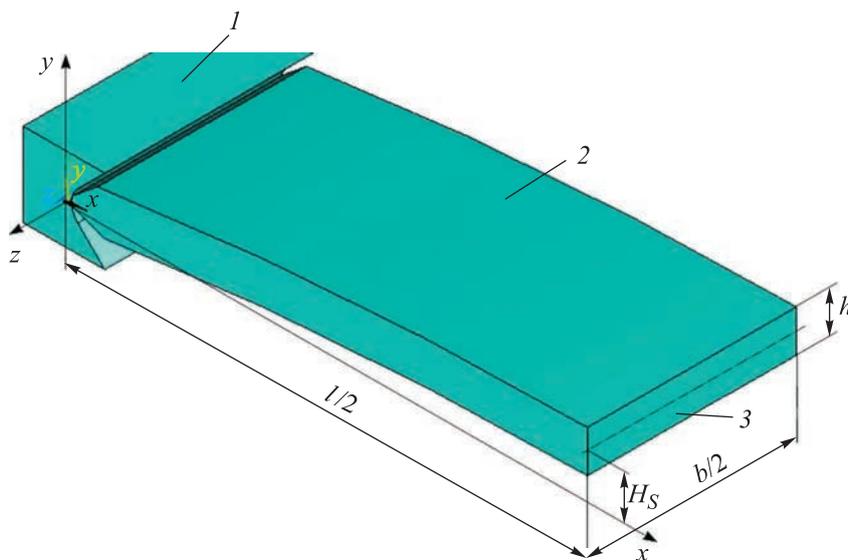


Рис. 3. Твердотельная модель вставки:

1 — упор; 2 — вставка; 3 — плоскость YZ кинематического нагружения; l — длина хорды; b — ширина; h — толщина вставки; H_s — высота сегмента

Задняя поверхность упора закреплена неподвижно, а в плоскости симметрии XU использованы симметричные граничные условия. Кроме того, в узле, расположенном в зоне контакта вставки в плоскости симметрии XU , запрещено вертикальное перемещение U_y . Осуществлялось кинематическое нагружение заданием перемещений $U_x = w$ на плоскости YZ (3 на рис. 3). Материал модели — рессорно-пружинная сталь с модулем упругости $E = 205$ ГПа. Выходные параметры — среднее нормальное напряжение $|\sigma_M|$ и максимальный прогиб U_y .

Расчеты проведены с применением пакета прикладных программ ANSYS R17.0 Academic [17], с учетом больших перемещений использованы тетраэдральные квадратичные элементы SOLID186.

Предварительные расчеты. Серия предварительных расчетов, проведенных при различных соотношениях между размерами l , h и H_s , показала, что для стержней одинаковой гибкости можно получить практически единую зависимость $|\sigma_M|$ от w при определенных соотношениях между h и H_s . Для того чтобы сократить время счета,

была использована плоская модель с элементами PLANE183 при проведении предварительных расчетов. Схема закрепления модели соответствовала показанной на рис. 3. Кинематическое нагружение обеспечивалось заданием в среднем сечении перемещения $U_x = w$. Напряжение $|\sigma_N|$ определялось как полусумма $\sigma_x = \max$ и $\sigma_x = \min$ в среднем сечении вставки.

Для установления соотношений между h и H_S были выбраны две серии вставок одинаковой гибкости. В каждую входило по шесть вставок толщиной от 0,8 мм до 3,0 мм: серия первая — для вставок с отношением $l/h = 60$ ($\lambda \approx 208$), вторая — для вставок с отношением $l/h = 30$ ($\lambda \approx 104$). Для вставки первой серии с произвольно взятыми размерами поперечного сечения и высотой сегмента, например $b = h = 1$ мм и $H_S = 1$ мм, зададим перемещение w , например, равное 0,3 мм. Определяем напряжение $|\sigma_N|$, принимаемое для данной серии за эталонное. Затем, изменив толщину, подбираем высоту сегмента H_S с точностью до 0,01 мм таким образом, чтобы при том же перемещении w значение напряжения $|\sigma_N|$ было бы как можно ближе к эталонному. Аналогично выполняется подбор высоты сегмента H_S и для вставок другой серии.

На основании расчетов было установлено, что высота сегмента H_S практически линейно зависит от толщины h . При $l/h = 60$ аппроксимирующая зависимость имеет вид $H_S = 0,63 + 0,38h$, а при $l/h = 30$ получим $H_S = 1,00 + 0,50h$. Различие между расчетными значениями высоты сегмента H_S и подсчитанными по аппроксимирующим их линейными зависимостями не превышает 5 %. Некоторое отклонение от линейной зависимости обусловлено тем, что высота сегмента H_S подбиралась дискретно с шагом 0,01 мм.

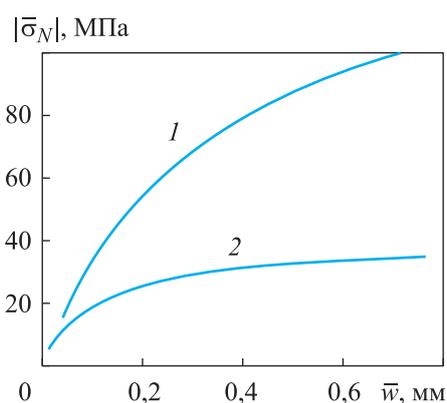


Рис. 4. Графики зависимости напряжений $|\sigma_N|$ от перемещения w :
 1 — «короткие» вставки ($l/h = 30$); 2 — «длинные» вставки ($l/h = 60$)

После подбора размеров $H_S(h)$ были проведены расчеты для получения зависимостей напряжений $|\sigma_N|$ и максимальных напряжений σ_{\max} от перемещения w для вставок обеих серий. По достижении максимальными напряжениями 1000 МПа нагружение было прекращено. Графики зависимостей $|\sigma_N|$ от w , построенные для вставок равной гибкости (рис. 4), подтвердили предположение о существовании единой зависимости $|\sigma_N|$ от w . Как хорошо видно на рисунке, графики для каждой серии сливаются практически в единую кривую.

Подбор аналитических зависимостей. Для подбора аналитического выражения функции $J(w)$ графики в координатах $|\sigma_N| - w$ были перестроены в безразмерных полулогарифмических $|\bar{\sigma}_N| - \ln \bar{w}$ и логарифмических $\ln |\bar{\sigma}_N| - \ln \bar{w}$ координатах. Здесь $|\bar{\sigma}_N| = |\sigma_N|/\sigma_0$, $\bar{w} = w/w_0$, а $\sigma_0 = 1$ МПа и $w_0 = 1$ мм. Перестроение проведено в наиболее интересном для практических целей диапазоне изменения $|\sigma_N|$ от 40 до 90 МПа. В новых координатах они принимают вид практически прямых линий, уравнения которых:

в первом случае

$$|\bar{\sigma}_N| = a_1 \ln \bar{w} + a_2; \quad (7)$$

во втором —

$$\ln |\bar{\sigma}_N| = b_1 \ln \bar{w} + b_2.$$

Определив из условия минимума квадратичного отклонения коэффициенты a_i и b_i , получаем аналитические выражения, аппроксимирующие расчетные кривые:

$$|\bar{\sigma}_N| = 35 \ln \bar{w} + 111; \quad (8)$$

$$\ln |\bar{\sigma}_N| = 0,57 \ln \bar{w} + 4,89.$$

Графики расчетных (кривая 3) и аппроксимирующих (кривые 2 и 1) зависимостей $|\bar{\sigma}_N|$ от \bar{w} показаны на рис. 5.

Кривая 2 построена по первому из уравнений (8), кривая 1 — по второму. Сравнение кривых показывает, что обе аппроксимирующие зависимости хорошо согласуются с расчетными, но зависимость (7) предпочтительнее, так как максимальное различие (при $|\bar{\sigma}_N| \approx 60$ МПа) не превышает 3 % и, к тому же, она дает более простое выражение для функции $J(w) = a_1/w$. С учетом выражения (7) формула (6) для определения жесткости примет вид

$$C = \frac{K_c}{w} R^2 b h n c \cos^2 \beta, \quad (9)$$

где $K_c = \sigma_0 a_1$ — коэффициент, зависящий от гибкости вставок и базового прогиба, в рассматриваемом варианте $K_c = 35$ МПа.

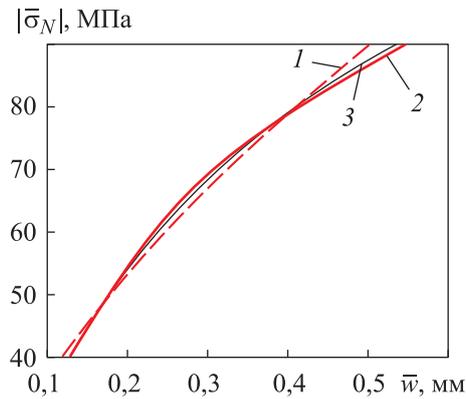


Рис. 5. Графики аппроксимирующих и расчетных зависимостей $|\bar{\sigma}_N|$ от \bar{w} :

$$1 - \ln |\bar{\sigma}_N| = 0,57 \ln \bar{w} + 4,89; 2 - |\bar{\sigma}_N| = 35 \ln \bar{w} + 111; 3 - \text{расчетная}$$

При сохранении для всех вставок одинаковой гибкости единой зависимости $|\sigma_N|$ от w получаем, что максимальные напряжения σ_{\max} являются функцией двух параметров: среднего напряжения $|\bar{\sigma}_N|$ и толщины вставки h . Графики зависимости σ_{\max} от $|\bar{\sigma}_N|$ для шести «коротких» ($l/h = 30$) вставок приведены на рис. 6.

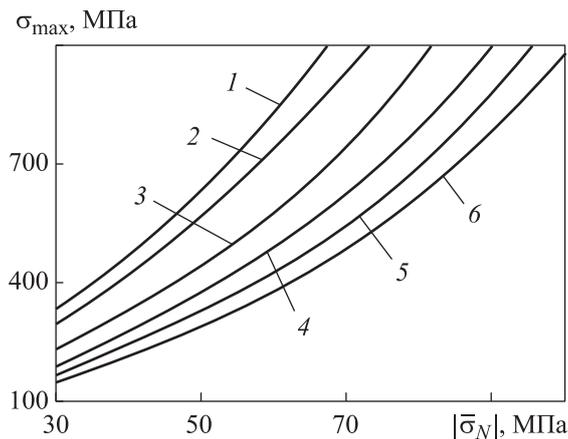


Рис. 6. Графики зависимости максимальных напряжений σ_{\max} от $|\sigma_N|$ при толщине вставок, мм:

$$1 - 0,8; 2 - 1,0; 3 - 1,5; 4 - 2,0; 5 - 2,5; 6 - 3,5$$

Каждая из кривых на рис. 6 хорошо описывается полиномом второй степени, но коэффициенты обобщенного полинома, единого для всех шести кривых, имеют хаотичный разброс и не поддаются систематизации. Графики на рис. 6, перестроенные в полулогарифмических координатах $\ln \bar{\sigma}_{\max} - |\bar{\sigma}_N|$ имеют вид практически прямых линий, коэффициенты которых зависят от толщины, т. е.

$$\ln \bar{\sigma}_{\max} = p(h)|\bar{\sigma}_N| + q(h),$$

где

$$p(h) = p_1 + p_2h; \quad q(h) = q_1 + q_2h. \quad (10)$$

Следует отметить, что коэффициенты $p(h)$ и $q(h)$ — безразмерные, поэтому множители p_2 и q_2 имеют размерность 1/мм. В результате формула для вычисления σ_{\max} принимает вид

$$\sigma_{\max} = \sigma_0 \exp \left[(p_1 + p_2h)|\bar{\sigma}_N| + (q_1 + q_2h) \right]. \quad (11)$$

Вставки одной серии (равной гибкости) имеют единую зависимость $|\bar{\sigma}_N|$ от w при определенном соотношении между толщиной h и высотой сегмента H_S . Изменение одного из размеров h или H_S приводит к изменению значений коэффициентов a_i (7), p_i и q_i (10). Для определенности примем за базовый размер толщину $h = 1$ мм, а ряд вставок будем обозначать символом h_H , где нижний индекс соответствует высоте сегмента H_S при базовой толщине. Например, $h_{1,5}$ обозначает ряд вставок с высотой сегмента 1,5 мм при толщине $h = 1$ мм. Отметим, что все графики на рис. 5 и 6, а также кривая 1 на рис. 4 принадлежат ряду $h_{1,5}$.

Значения коэффициентов a_i , p_i и q_i для четырех рядов $h_{1,0}$, $h_{1,5}$, $h_{2,0}$ и $h_{2,5}$ вставок гибкости $l/h = 30$ приведены в табл. 1. В том случае, когда вставка не принадлежит ни к одному из приведенных рядов, для определения коэффициентов следует использовать интерполяцию, можно линейную. Например, для вставок ряда $h_{1,7}$ коэффициенты $a_1 = 35$, $a_2 = 100$, $p_1 = 2,64 \cdot 10^{-2}$, $p_2 = -1,3 \cdot 10^{-3}$ 1/мм, $q_1 = 5,27$, $q_2 = -0,26$ 1/мм.

Следует иметь в виду, что у вставок другой гибкости коэффициенты a_i , p_i и q_i будут иметь иные значения.

Таблица 1

Значения коэффициентов a_i , p_i и q_i
для четырех рядов вставок гибкостью $l/h = 30$

Ряд вставок	a_1	a_2	$p_1 \cdot 100$	$p_2 \cdot 1000$ мм	q_1	$q_2 \cdot \text{мм}$
$h_{1,0}$	35	144	2,35	0,08	5,07	-0,38
$h_{1,5}$	35	112	2,62	-0,34	5,31	-0,32
$h_{2,0}$	35	83	3,67	-2,8	5,10	-0,22
$h_{2,5}$	35	77	3,93	-0,32	5,25	-0,19

Влияние ширины вставок. Широкие вставки (при $b \geq 3h$) логичнее рассматривать не как тонкостенный стержень, а как пластинку. При ее продольном изгибе напряженное состояние в центральной части становится двухосным, а распределение напряжений и деформаций по ширине поперечного сечения — неравномерным. Это видно по представленным на рис. 7 (ось X перпендикулярна показанной плоскости) полям напряжений σ_z и σ_x в плоскости симметрии ZY для вставки с размерами $h = 2$ мм, $H_S = 1$ мм, $l = 30 h$ и $b = 10 h$ при перемещении $w = 0,5$ мм.

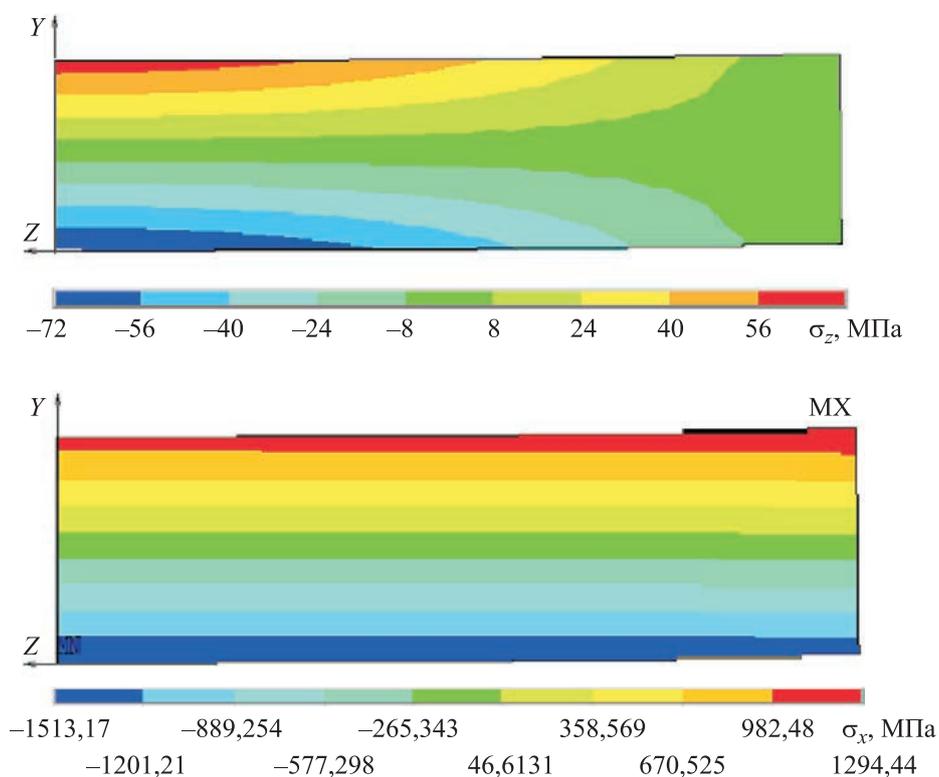


Рис. 7. Распределение напряжений σ_z и σ_x в среднем поперечном сечении вставки при сжатии

В табл. 2 приведены значения относительного перемещения $\bar{U}_y = U_y(h/b \neq 1)/U_y(h/b = 1)$ центральной точки поперечного сечения и относительных напряжений $\bar{\sigma}_{xk} = \sigma_x(h/b \neq 1)/\sigma_x(h/b = 1)$ для вставок с различным отношением h/b в четырех контрольных точках, расположенных в углах поперечного сечения модели. Координаты этих точек в локальной системе координат с началом в центре поперечного сечения: $x_1 = 0, y_1 = h/2$; $x_2 = b/2, y_2 = h/2$; $x_3 = 0, y_3 = -h/2$; $x_4 = b/2, y_4 = -h/2$.

Значения относительных перемещения \bar{U}_y и напряжений $\bar{\sigma}_{xk}$
в четырех контрольных точках

h/b	\bar{U}_y	$\bar{\sigma}_{x1}$	$\bar{\sigma}_{x2}$	$\bar{\sigma}_{x3}$	$\bar{\sigma}_{x4}$
3	0,993	0,983	0,997	1,004	0,998
6	0,983	0,970	1,023	1,009	0,981
10	0,974	0,953	1,073	1,026	0,924

Напряжение $|\sigma_N|$ при предварительных расчетах, проводимых на плоской модели, определялось как полусумма максимального и минимального напряжений σ_x . Для вставок, у которых $b \geq 3h$, такой подход приводит к погрешности, которая возрастает с увеличением ширины вставки. Поэтому при использовании объемной модели среднее нормальное напряжение нужно определять по формуле

$$|\bar{\sigma}_N| = \frac{\int \sigma_x dA}{A},$$

где A — площадь поперечного сечения.

При регулярном разбиении удобнее использовать более простую приближенную формулу

$$|\bar{\sigma}_N| = \frac{K_A \sum \sigma_{x,k}}{m},$$

где K_A — поправочный коэффициент, учитывающий изменение площадей растянутой и сжатой частей поперечного сечения; m — количество узлов в плоскости симметрии ZY ; $\sigma_{x,k}$ — напряжение в одном из этих узлов.

Экспериментальная проверка. Формулы (7), (9) и (11) получены путем аппроксимации графиков, построенных на основании расчетов, проведенных на моделях с идеальными условиями закрепления и нагружения. Условия фиксации вставок в полумуфтах не являются идеальными, поэтому реальные зависимости $|\sigma_N|$ от w могут отличаться от расчетных. Для проверки соответствия расчетных графиков реальным были проведены испытания образцов, моделирующих вставки, в условиях продольного изгиба (табл. 3).

Испытания проводили в приспособлении, представляющем собой два сплошных цилиндра с прорезями глубиной 2 мм и углом 90°, моделирующими упоры для вставок. Цилиндры были закреплены

Размеры образцов, моделирующих вставки

Обозначение размера	Размер образца, мм, номер				
	1	2	4	5	6
l	31,4	31,2	35,0	35,4	34,8
h	1,00	0,97	1,00	0,98	0,98
b	10,00	10,28	10,03	10,20	10,33
H_s	1,95	0,94	1,74	1,75	1,22

в захватах испытательной машины GALDABINI QUASAR 50, у которой на экране монитора отображается диаграмма $F — \delta$ (F — сила, нагружающая вставку; δ — перемещение траверсы). Диаграмма после окончания испытания сохраняется. Погрешность измерения силы — 0,1 Н, перемещения — 0,001 мм. Перемещение $\delta = w + \delta_0$ (δ_0 — перемещение, вызываемое деформацией элементов силовой цепи испытательной машины и приспособления). Сжатие приспособления без образцов показало, что перемещение $\delta_0 = 3,5 \cdot 10^{-5}$ мм/Н. При испытаниях каждого из образцов проводили по три цикла нагружение — разгрузка с записью диаграммы $F — \delta$ без переустановки образца. У первого цикла линии нагружения и разгрузки заметно различаются, что свидетельствует об обжатии поверхностей на торцах образцов. У второго и третьего циклы практически совпадают. На рис. 8 представлены диаграммы $|\sigma_N| — w$ образцов, построенные по результатам третьего цикла испытаний.

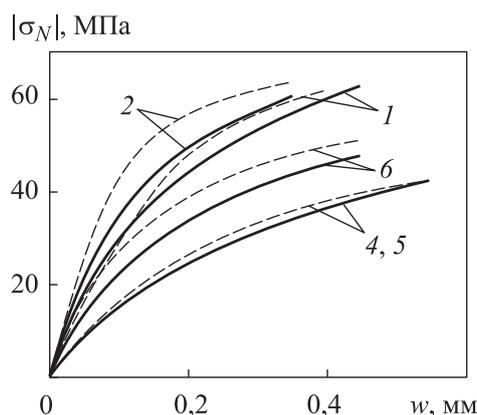


Рис. 8. Диаграммы $|\sigma_N| — w$ образцов 1–6, построенные по результатам расчетов (—) и экспериментов (---)

Заключение. Жесткость муфты зависит от многих параметров: числа и размеров вставок, а также радиуса окружности их установки. Два последних параметра определяют силу, сжимающую вставки. Приближенные аппроксимирующие зависимости, полученные на основании многочисленных расчетов, с достаточной для практических целей точностью позволяют на стадии проектирования привода провести расчет муфты на прочность и жесткость.

Муфты со вставками имеют, как правило, большую жесткость, чем муфты с упругими металлическими элементами, работающими на изгиб или кручение. Если необходимо уменьшить крутильную жесткость, то вместо одной вставки между упорами можно использовать пакет более тонких вставок. Однако следует иметь в виду, что с уменьшением толщины вставки при сохранении длины увеличивается ее гибкость.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ряховский О.А., Иванов С.С. *Справочник по муфтам*. Ленинград, Политехника, 1991, 384 с.
- [2] Yamano I., Takemura K., Endo K., Maeno T. Method for controlling master-slave robots using switching and elastic elements. In: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002, vol. 2, pp. 1717–1722.
- [3] Stroe I. Simple mechanical clutch with multiple functions. *Tez. SYROM 2009*, Springer, Dordrecht, 2010, pp. 433–443.
- [4] Deshbhratar V.J., Kakde N.U. Design and structural analysis of single plate friction clutch. *International Journal of Engineering research and Technology*, 2013, vol. 2, no. 10, pp. 3726–3732.
- [5] Kosior A. Investigation of damping of vibrations in a system with two-disc inseparable clutch. In: *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. Berlin, WILEY-VCH Verlag, 2004, vol. 4, no. 1, pp. 97–98.
- [6] Stroe I. Elastic and safety clutch with metallic roles and elastic rubber elements. In: *New Trends in Mechanism Science*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 285–292.
- [7] Stroe I. Elastic and safety clutch with radial tapered roller and metallic elastic elements axially arranged. In: *Annals of the Oradea University: Fascicle of Management and Technological Engineering*, 2014, vol. 13, pp. 139–142.
- [8] Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости муфт с упругими элементами в виде стальных стержней круглого сечения. *Справочник. Инженерный журнал с приложением*, 2014, № 8, с. 26–30. DOI: 0.14489/hb.2014.08.pp.026-030
- [9] Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости муфт с пакетами плоских пружин. *Справочник. Инженерный журнал с приложением*, 2016, № 2, с. 13–19. DOI: 10.14489/hb.2016.02.pp.013-019
- [10] Букеткин Б.В., Зябликов В.М., Ширшов А.А. Расчет жесткости упругих муфт с пакетами цилиндрических пружинных гильз. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2022, вып. 4. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-2168>
- [11] Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999, 592 с.
- [12] Светлицкий В.А. *Механика стержней. В 2-х ч. Ч. 1. Статика*, Москва, Высшая школа, 1987, 320 с.

- [13] ANSYS® Academic Research, Release 17.0. Help System. Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc.
- [14] ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS I. ANSYS® Academic Research. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide, 2013, т. 15317, с. 448–451.

Статья поступила в редакцию 22.02.2023

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Букеткин Б.В., Ширшов А.А. Расчет жесткости нелинейно упругой муфты со сжимаемыми металлическими вставками. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2023, вып. 3. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2023-3-2257>

Букеткин Борис Васильевич — ст. преподаватель кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: экспериментальное исследование материалов и конструкций; автор 30 научных работ.
e-mail: buketkin-boris@yandex.ru

Ширшов Анатолий Артемович — канд. техн. наук, доцент кафедры «Прикладная механика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сфера научных интересов: расчеты в пределах и за пределами упругости; автор более 100 научных работ.
e-mail: chirchovaa@mail

Stiffness calculation of the nonlinearly elastic clutch with compressible metal inserts

© B.V. Buketkin, A.A. Shirshov

Bauman Moscow State technical University, Moscow, 105005, Russia

In the drives of various machine units, clutches are widely used as a connecting element transmitting energy from one part of the machine to another. Among them, permanent clutches are prevailing, and they include elastic clutches with metal elements, such as cylindrical rods, cylindrical coil springs, tapes, spring holder packs and plate packs. The torsional rigidity is an important characteristic of clutches. Study results of the elastic non-linear clutch with a soft characteristic are presented. Elastic elements are plates exposed to buckling during compression. The study was performed numerically by the finite element method using the ANSYS R17.0 Academic software applied package. On the basis of the data obtained, analytical dependencies are proposed to determine the clutch torsional stiffness and to calculate the elastic elements strength. Description is provided of the tests carried out on the elastic elements to assess the analytical dependencies accuracy, which showed their suitability in practical calculation of strength and stiffness.

Keywords: elastic clutch, torsional stiffness, buckling, flexibility, maximum stresses

REFERENCES

- [1] Ryakhovsky O.A., Ivanov S.S. *Spravochnik po muftam* [Handbook on couplings]. Leningrad, Politekhnik Publ., 1991, 384 p.
- [2] Yamano I., Takemura K., Endo K., Maeno T. Method for controlling master-slave robots using switching and elastic elements. In: *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2002, vol. 2, pp. 1717–1722.
- [3] Stroe I. Simple mechanical clutch with multiple functions. *Tez. SYROM 2009*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 433–443.
- [4] Deshbhratar V.J., Kakde N.U. Design and structural analysis of single plate friction clutch. *International Journal of Engineering Research and Technology*, 2013, vol. 2, no. 10, pp. 3726–3732.
- [5] Kosior A. Investigation of damping of vibrations in a system with two-disc inseparable clutch. In: *PAMM: Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*. Berlin, WILEY-VCH Verlag, 2004, vol. 4, no. 1, pp. 97–98.
- [6] Stroe I. Elastic and safety clutch with metallic roles and elastic rubber elements. In: *New Trends in Mechanism Science*. Springer, Dordrecht, 2010, pp. 285–292.
- [7] Stroe I. Elastic and safety clutch with radial tapered roller and metallic elastic elements axially arranged. In: *Annals of the Oradea University: Fascicle of Management and Technological Engineering*, 2014, vol. 13, pp. 139–142.
- [8] Zyablikov V.M., Shirshov A.A. Raschet zhestkosti muft s uprugimi elementami v vide stalnykh sterzhney kruglogo secheniya [Calculation of stiffness of clutches with elastic elements in the form of round steel rods]. *Spravochnik. Inzhenernyi zhurnal s prilozheniem — Handbook. An Engineering journal with appendix*, 2014, no. 8, pp. 26–30. <https://doi.org/10.14489/hb.2014.08.pp.026-030>
- [9] Zyablikov V.M., Shirshov A.A. Raschet zhestkosti muft s paketami ploskikh pruzhin [The calculation of the stiffness of the couplings with flat spring packages]. *Spravochnik. Inzhenernyi zhurnal s prilozheniem — Handbook. An Engineering journal with appendix*, 2016, no. 2, pp. 13–19. <https://doi.org/10.14489/hb.2016.02.pp.013-019>

- [10] Buketkin B.V., Zyablikov V.M., Shirshov A.A. Raschet zhestkosti uprugikh muft s paketami tsilindricheskikh pruzhinnykh gilz [Analysis of stiffness of elastic couplings with packages of cylindrical spring sleeves]. *Inzhenerny zhurnal: nauka i innovatsii — Engineering Journal: Science and Innovation*, 2022, iss. 4. <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-2168>
- [11] Feodosiev V.I. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow, BMSTU Publ., 1999, 592 p.
- [12] Svetlitsky V.A. *Mekhanika sterzhney. V 2kh ch. Ch. 1. Statika* [Mechanics of rods. In 2 parts. Part 1. Statics]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1987, 320 p.
- [13] ANSYS® Academic Research, Release 17.0. Help System. Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc.
- [14] ANSYS® Academic Research, Release 17.0, Help System, Mechanical ADPI Guide, ANSYS, Inc. ANSYS I. ANSYS® Academic Research. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide, 2013, v. 15317, pp. 448–451.

Buketkin B.V., Senior Lecturer, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: experimental research in materials and structures; author of 30 scientific papers. e-mail: buketkin-boris@yandex.ru

Shirshov A.A., Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics, Bauman Moscow State Technical University. Research interests: calculations within and beyond elasticity; author of more than 100 scientific papers. e-mail: chirchovaa@mail.ru