

Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника

© Н.И. Сидняев¹

¹ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва 105005, Россия.

Изложены основные явления воздействия подводного взрыва на гидродинамику в их реальной последовательности. Представлены результаты исследований, связанных с изучением основных явлений подводного взрыва. Показано, что характер распространения возмущения зависит от физических и химических свойств взрывчатого вещества. Получены уравнения движения сжимаемой жидкости в различной формулировке для интегрирования внутри объема, ограниченного фронтом ударной волны и поверхностью волны разрежения, которая следует за волной сжатия на некотором удалении. Показано, что волны сжатия и разрежения пересекаются на свободной морской поверхности, в окрестности которой выполняются условия быстрого расширения. Граничные условия выведены из уравнений сохранения массы, количества движения и энергии.

Ключевые слова: подводный взрыв, ударная волна, стратификация, граничные условия, плотность, сжатие.

Введение. Будем рассматривать взрыв как химическую реакцию в веществе, в результате которой оно превращается в газ при весьма высоких температурах и давлениях [1–3]. Реакция происходит очень быстро и сопровождается выделением большого количества теплоты [4–8]. Температура газов составляет около 3 000 °С, а давление достигает 50 ГПа. Таким образом, любое твердое или газообразное взрывчатое вещество представляет собой неустойчивое соединение, подвергающееся при химической реакции таким изменениям, в результате которых происходит его превращение в более устойчивую фазу. Реакция этого типа может возникнуть при концентрации достаточного количества теплоты в некоторой точке вещества [8–12]. В большинстве случаев эта теплота воздействует на небольшое количество особо чувствительного вещества, реакция в котором инициирует взрывную реакцию по всему веществу [1, 2]. Характер распространения возмущения зависит от физических и химических свойств веществ окружающей среды. Различают два основных типа распространения реакции. Наиболее важным для возникновения разрушений на подводной части объектов морского базирования является процесс детонации, при котором химическое превращение протекает столь стремительно, что его скорость совпадает со скоростью распространения физического возмущения. Реакция происходит в очень тонком слое между веществом в его

исходном состоянии и продуктами взрыва, имеющими высокие температуру и давление. Этот резкий, стремительно продвигающийся процесс называют детонационной волной, которая движется во взрывчатом веществе со скоростью, равной тысячам метров в секунду. Однако химическая реакция может протекать и более медленно. В этом случае ее развитие не сопровождается продвижением тепловой энергии и образовавшееся давление оказывается достаточным для возникновения взрывной реакции в прилегающих слоях взрывчатого вещества. Тогда установившаяся стадия реакции достигается постепенно при отсутствии отчетливой границы области ее развития. Этот процесс называется горением, хотя скорость его образования может быть достаточно велика [3–6].

Два типа изменения состояния вещества — детонация и горение — соответствуют двум основным группам боевых взрывчатых веществ: бризантным веществам типа тротила (они детонируют при большом и стремительном выделении теплоты и применяются в глубинных бомбах и боевых зарядных отделениях торпед для нанесения разрушений морским объектам) и реактивным топливам типа пороха (при их горении происходит постепенное повышение давления и, как следует из их названия, они используются для приведения в движение снарядов, ракет, самолетов и т. д).

При исследовании явлений, возникающих в результате взрыва под водой [7], процесс детонации взрывчатого вещества интересен главным образом с точки зрения определения физических условий на границе между взрывчатым веществом и водой, окружающей подводную часть морского комплекса. В результате взрыва исходная масса взрывчатого вещества превращается в весьма горячую массу газа, находящегося под колоссальным давлением (рис. 1).

Очевидно, что эти газы не могут не оказывать воздействия на морские объекты. Если такой средой является вода, то необходимо изучение тех изменений, которые происходят именно в воде в результате воздействия особых сил или смещений, характерных для процесса взрыва. Если вода рассматривается как однородная жидкость, в которой отсутствуют касательные напряжения, то изменение объема среды будет зависеть от смещения его границ под действием потока. Кроме того, изменение давления, действующего на определенную массу жидкости, приводит к ее сжатию. Сжимаемость воды означает, что давление, приложенное к определенному участку среды, будет передаваться другим ее точкам в виде волнового фронта, обладающего конечной, но большой скоростью, а распространение волны — вызывать местное движение воды и изменение давления. Если давление достаточно мало, то скорость распространения волны от него практически не зависит и равна ~ 1494 м/с при температуре морской воды 18°C . Это наблюдается при распространении звука в воде, однако изменения температуры и давления влияют на скорость

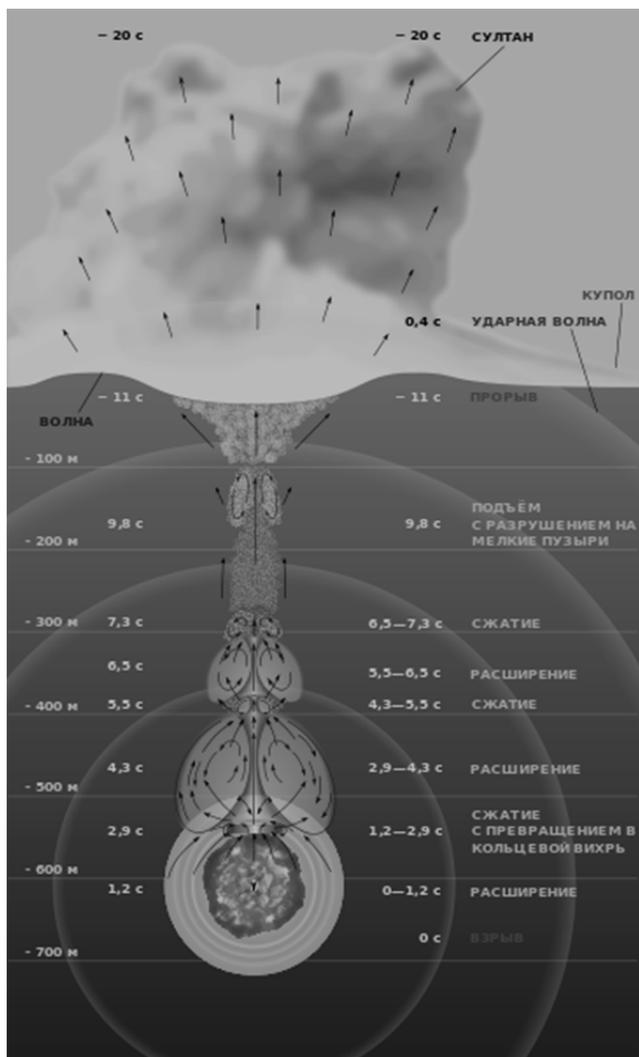


Рис. 1. Схема всплытия парогазового пузыря при взрыве 30 кг на глубине 610 м

волны. При одномерном движении потока, которое приводит к возникновению плоских волн, амплитуда и форма волны в процессе движения значительно не изменяются. Однако если волны распространяются от сферического источника, то их амплитуда уменьшается с увеличением расстояния от источника; движение воды видоизменяется вследствие изменения разности давлений в результате сферической дивергенции. Это явление получило название волны течения запаздывающего потока.

В области воды, окружающей место взрыва, давление настолько велико, что уже нельзя не учитывать его влияние на скорость волны. С позиции физики возникновение этого эффекта связано с тем, что форма волны зависит от величины заряда и смещения воды по мере

распространения волны. Для волн конечной амплитуды эти эффекты приводят к более сложным математическим выражениям по сравнению с теми, которые используют при изучении распространения волн малой амплитуды [6–11]. Однако если действующее на воду возмущение изменяется настолько медленно, что состояние движения воды может прийти в соответствие с этим возмущением до того, как последнее заметно изменится, то это может быть достаточным основанием для полного пренебрежения распространением волн, в результате которого возникло движение воды. Тогда воду можно рассматривать как несжимаемую среду, в которой возмущение мгновенно распространяется во все точки жидкости.

При детонации в воде сосредоточенного заряда взрывчатого вещества продукты взрыва, расширяясь, образуют газовый пузырь и сферическую ударную волну (рис. 2). Давление в ударной волне при ее распространении быстро падает, а скорость уменьшается до скорости звука. Газовый пузырь пульсирует, излучая волны сжатия и



Рис. 2. Перемещения газового пузыря, образовавшегося при взрыве заряда тротила массой 137 кг на глубине 15 м под свободной поверхностью [1]

всплывая на поверхность. Давление первого максимума пульсации несколько меньше давления на фронте ударной волны. При первой пульсации в основную волну излучается около 60 % всей энергии взрыва, при второй — до 25 %, при третьей — около 8 %. Импульс волны при второй пульсации на полпорядка меньше, чем при первой.

Система уравнений и граничные условия. Поверхностные эффекты, сопровождающие подводный взрыв, представляют собой целый комплекс взаимосвязанных явлений: отражение ударной волны от свободной поверхности океана, образование обширной зоны пузырьковой кавитации, формирование вертикально направленных поверхностных выбросов (султанов), интенсивное волнообразование и т. д. В работе [4] обобщены итоги теоретических и экспериментальных исследований, проведенных в основном отечественными авторами за период с 1950 по 1978 г. В работах [11–25] представлены результаты исследований, позволяющие получить четкое представление об основных закономерностях исследуемых явлений. В серии

работ [12–14] изложены результаты теоретического анализа деформации свободной поверхности океана при интенсивном взрыве точечного источника, рассмотрены в линейном приближении отклонения формы кратера и фронта ударной волны от сферической вследствие влияния свободной границы, изучены детали взаимодействия ударной волны с поверхностью океана. В сферических координатах (r, φ, θ) система уравнений симметричного относительно вертикали нестационарного течения, неразрывности и состояния сжимаемой жидкости имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{V^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{uV}{r} + \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{V^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{2u}{r} + \frac{V}{r} \operatorname{ctg} \theta \right) = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) + u \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{p}{\rho^\gamma} \right) = 0, \quad (5)$$

где $u = \frac{r}{t} U(\lambda, \theta)$, $V = \frac{r}{t} V(\lambda, \theta)$, $\rho = \rho_0 R(\lambda, \theta)$, $p = \rho_0 \frac{r^2}{t^2} P(\lambda, \theta)$ — функциональные зависимости для скоростей, плотности и давления окружающей среды; $\gamma = 6, 9$.

Уравнения баланса энергии (1) и (2) получены в предположении, что распространение ударной волны является адиабатическим процессом. Уравнения (1)–(5) преобразуются к безразмерному виду относительно двух характеристических параметров θ и λ , причем

$$\lambda = r \left(\frac{E}{\rho_0} \right)^{-1/5} t^{-2/5}, \quad (6)$$

где E — количество энергии, выделенное при точечном взрыве; ρ_0 — местная плотность жидкости.

В полном объеме система дифференциальных уравнений (1)–(5) относительно U , V , P и R имеет вид

$$\lambda \left[(\delta - U) \frac{\partial U}{\partial \lambda} - \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \lambda} \right] - V \frac{\partial U}{\partial \theta} - U^2 + V^2 + u + \frac{P}{R}(k+1) = 0; \quad (7)$$

$$\lambda (\delta - U) \frac{\partial V}{\partial \lambda} - \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} - 2UV + V = 0; \quad (8)$$

$$\lambda \left[(\delta - U) \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial \lambda} - \frac{\partial U}{\partial \lambda} \right] - \frac{1}{R} \frac{\partial (RV)}{\partial \theta} + s + kU - V \operatorname{ctg} \theta = 0; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \lambda (\delta - U) \left(\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial \lambda} - \frac{\gamma}{R} \frac{\partial R}{\partial \lambda} \right) - \frac{V}{P} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \frac{\gamma V}{R} \frac{\partial R}{\partial \theta} + \\ + s(1-\gamma) + 2 + [k(1-\gamma) + 1 - 3\gamma]U = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\delta = 2/3$; $s = 0$; $k = -3$.

Решение для $U(\lambda, \theta)$, $V(\lambda, \theta)$, $R(\lambda, \theta)$, $P(\lambda, \theta)$ будем искать в форме разложения в ряд Фурье, что позволяет свести задачу к определению функций одного переменного. В линейном приближении получаем систему соотношений

$$U(\lambda, \theta) = U_0(\lambda) + U_1(\lambda) \cos \theta; \quad P(\lambda, \theta) = P_0(\lambda) + P_1(\lambda) \cos \theta;$$

$$V(\lambda, \theta) = V_1(\lambda) \sin \theta; \quad R(\lambda, \theta) = R_0(\lambda) + R_1(\lambda) \cos \theta,$$

которые следует подставить в уравнения (7)–(10).

Нулевое приближение динамической сферической ударной волны описывается уравнениями

$$\lambda \left[(\delta - U_0) \frac{\partial U_0}{\partial \lambda} - \frac{1}{R} \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} \right] - U_0^2 + U_0 + (k+1) \frac{P_0}{R_0} = 0;$$

$$\lambda \left[-\frac{\partial U_0}{\partial \lambda} + \frac{(\delta - U_0)}{R_0} \frac{dR_0}{d\lambda} \right] + s + kU_0 = 0;$$

$$\lambda (\delta - U_0) \left(\frac{1}{P_0} \frac{\partial P_0}{\partial \lambda} - \frac{\gamma}{R_0} \frac{dR_0}{d\lambda} \right) + s(1-\gamma) + 2 + U_0 [k(1-\gamma) + 1 - 3\gamma] = 0.$$

Первое приближение, разрешенное относительно производных $\partial U_0 / \partial \lambda$ и т. д., приводит к следующей системе:

$$\frac{dR_1}{d\lambda} = A \frac{R_0}{P_0 \lambda} \left[\frac{(\delta - U_0)^2}{P_0} - \frac{\gamma}{R_0} \right]^{-1} + B \frac{1}{\lambda (\delta - U_0)} \left[\frac{(\delta - U_0)^2}{P_0} - \frac{\gamma}{R_0} \right]^{-1}; \quad (11)$$

$$\frac{dP_1}{d\lambda} = \frac{R_0}{\lambda} \left[\frac{\lambda}{R_0} (\gamma - U_0)^2 \frac{dR_1}{d\lambda} - A \right]; \quad (12)$$

$$\frac{dU}{d\lambda} = \frac{(\delta - U_0)}{R_0} \left(\frac{dR_1}{d\lambda} - \frac{R_1}{R_0} \frac{dR_0}{d\lambda} \right) - \frac{U_1}{R_0} \frac{dR_0}{d\lambda} - \frac{2V_1 - kU_1}{\lambda}; \quad (13)$$

$$\frac{dV_1}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda(\delta - U_0)} \left[(2U_0 - 1)V_1 - \frac{P_1}{R_0} \right]. \quad (14)$$

Коэффициенты A и B в уравнениях (11)–(14) определяются соотношениями

$$A = (2U_0 - 1)U_1 - \frac{k+1}{R_0} \left(\frac{R_1}{R_0} P_0 + P_1 \right) - (\delta - U_0) \times$$

$$\times \left[\lambda \left(\frac{U_0 - \delta}{R_0^2} R_1 \frac{dR_0}{d\lambda} - \frac{U_1}{R_0} \frac{dR_0}{d\lambda} \right) - 2U_1 + kU_1 \right] + \lambda \left(U_1 \frac{dU_0}{d\lambda} - \frac{R_1}{R_0} \frac{dP_0}{d\lambda} \right);$$

$$B = -[k(1 - \gamma) + 1 - 3\gamma]U_1 - \lambda \times$$

$$\times \left[(\delta - U_0) \left(\gamma \frac{R_1}{R_0^2} \frac{dR_0}{d\lambda} - \frac{P_1}{P_0^2} \frac{dP_0}{d\lambda} \right) - U_1 \left(\frac{1}{P_0} \frac{dP_0}{d\lambda} - \frac{\gamma}{R_0} \frac{dR_0}{d\lambda} \right) \right].$$

Отметим, что уравнения (11)–(14) справедливы для угла θ в диапазоне значений $\pi/2 < \theta \leq \pi$. Уравнения движения сжимаемой жидкости (1)–(5) в различной формулировке интегрируют внутри объема, ограниченного фронтом ударной волны и поверхностью волны разрежения, которая следует за волной сжатия на некотором удалении. Волны сжатия и разрежения пересекаются на свободной морской поверхности, в окрестности которой выполняются условия быстрого расширения. На основной части поверхности разрыва (исключая область взаимодействия ударной волны со свободной поверхностью) граничные условия получают из уравнений сохранения массы, количества движения и энергии:

$$\rho(u - N) = \text{const};$$

$$\rho(u - N)^2 + p = \text{const};$$

$$0,5(u - N)^2 + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} = \text{const},$$

где N — скорость распространения ударной волны.

Для сильных ударных волн, распространяющихся в сжимаемой среде, давление и скорость среды перед фронтом волны равны нулю. Тогда плотность, давление и скорость жидкости непосредственно за фронтом волны будут соответственно

$$\rho_2 = \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \rho_0; \quad p_2 = \frac{2}{\gamma+1} \rho_0 N^2; \quad U_2 = \frac{2}{\gamma+1} N.$$

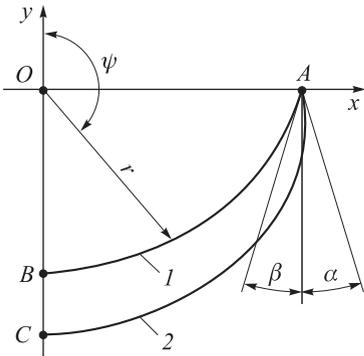
Условие быстрого расширения волны сжатия позволяет определить параметры течения вблизи свободной поверхности. Область расширения ограничена касательными к фронту волны сжатия и волны разрежения, пересекающимися на свободной поверхности в точке B (рис. 3) [12]. Внутри этой области справедливы уравнения движения

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = \frac{2}{\gamma+1} [V \cos \varphi - (\delta - U) \sin \varphi] \cos \varphi; \quad (15)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi} = \frac{2}{\gamma+1} [(K\gamma)^{0,5} R^{0,5(\gamma-1)} \cos \varphi - (\delta - U)]. \quad (16)$$

где

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\lambda - 1}{\theta - \pi/2}; \quad R = (K\gamma)^{-\frac{1}{\gamma-1}} [(\delta - U) \cos \varphi + V \sin \varphi]^{\frac{2}{\gamma-1}}; \quad K = \text{const.}$$



Угол φ здесь связан с системой координат, начало которой находится в точке B , а постоянную K определяют из условий сильного разрыва в точке B , т. е. $K = P_2/R_2^\lambda$. Угол α между касательной к фронту ударной волны и вертикалью можно найти из условия равенства скорости перемещения точки B и скорости волны разрежения, т. е.

$$\cos \alpha = \frac{\gamma+1}{2 + [2\gamma(\gamma-1)]^{0,5}}.$$

Рис. 3. Профили свободной поверхности (1) и головной ударной волны (2) при взрыве поверхностного заряда

Положение точки B задается соотношением

$$\lambda_B = \frac{-1 + [1 + 0,5(\gamma+1)(\gamma-2)^{0,5}]}{\gamma-2}.$$

Форма фронта волны сжатия была получена путем аппроксимации уравнения $\lambda_s(\theta) = a + b \cos \theta + c \cos 2\theta$ для трех точек:

в точке B при $\theta = \pi/2$ $\lambda_s(\pi/2) = \lambda_B$;

в точке пересечения оси симметрии с фронтом волны при $\theta = \pi$ $\lambda_s(\pi) = 1$;

в точке B угол наклона касательной к фронту ударной волны $dy/dx = \operatorname{tg} \alpha$.

После определения коэффициентов аппроксимации было установлено

$$\lambda_s(\theta) = 0,51 - 0,716 \cos \theta - 0,226 \cos 2\theta.$$

В естественной системе координат уравнение поверхности ударной волны имеет вид

$$r(\theta, t) = \lambda_s(\theta) (E/\rho_0)^{1/5} t^{2/5},$$

а параметры волны разрежения можно получить при численном интегрировании уравнений (15), (16).

В работе [13] подробно рассмотрен процесс расширения волны сжатия в окрестности точки B (см. рис. 3). Безразмерные параметрические уравнения динамики сжимаемой жидкости (7)–(10) в полярных (r^*, φ) и сферических (r, θ) координатах связаны соотношениями

$$z(r^*, \varphi) = z_0(\varphi) + r^* z_1(\varphi);$$

$$\lambda_B + r^* \sin \varphi = \lambda \sin \theta.$$

Решение для функций $U(\lambda, \theta)$, $V(\lambda, \theta)$, $P(\lambda, \theta)$, $R(\lambda, \theta)$ найдено в форме разложения по степеням r^* , т. е. $z(r^*, \varphi) = z_0(\varphi) + r^* z_1(\varphi)$. Для приближения нулевого порядка получены уравнения (15) и (16), анализ которых приведен в работе [12]. Определена также система уравнений для первого приближения $z_1(\varphi)$ и сформулированы соответствующие граничные условия на поверхности головного скачка разрежения. В результате численного решения найдено угловое распределение давления в окрестности точки контакта ударной волны со свободной поверхностью.

В работе [17] рассмотрена задача о форме кратера на поверхности океана, образующегося при взрыве сферического заряда. Полагая, что фронт ударной волны совпадает с поверхностью расширяющейся полусферы, отклонения от сферичности в малой окрестности точки контакта ударной волны со свободной поверхностью считают пренебрежимо малыми.

Уравнение динамики сжимаемой жидкости (4) в случае радиального расширения ударной волны преобразовано к характеристическому уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho a \frac{\partial u}{\partial t} + (u + a) \left(\frac{\partial p}{\partial r} + \rho a \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{2\rho a^2}{r} = 0, \quad (17)$$

где u — радиальная скорость жидкости за фронтом волны; a — местная скорость звука в сжатой среде.

Параметры течения непосредственно за ударной волной определяют из соотношений

$$u_1 = \frac{2}{\gamma + 1} (M - M^{-1}); \quad p_1 = \frac{1}{\gamma + 1} (2\gamma M^2 - \gamma + 1); \quad (18)$$

$$\rho_1 = \frac{(\gamma + 1)M^2}{(\gamma - 1)M^2 + 2}; \quad a_1^2 = \frac{p_1}{\rho_1} \frac{\rho_0}{p_0},$$

где M — число Маха; p_0, ρ_0 — давление и плотность среды перед фронтом волны.

Из характеристического уравнения (17) с граничными условиями (18) получено дифференциальное уравнение для сферической ударной волны с использованием числа Маха $M(r)$:

$$\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = - \frac{2M}{2\gamma M^2 - \gamma + 1} - \frac{M^2 + 1}{M(2\gamma M^2 - \gamma + 1)^{0,5} (\gamma M^2 - M^2 + 2)^{0,5}} - \frac{M}{M^2 - 1} \left[\frac{(\gamma - 1)M^2 + 2}{2\gamma M^2 - \gamma + 1} \right]^{0,5} - \frac{M^2 + 1}{2M(M^2 - 1)}, \quad (19)$$

которое может быть проинтегрировано как численным, так и аналитическим образом при известных начальных условиях для числа Маха. Если начальное давление p_H на поверхности полупогруженной сферы единичного радиуса задано, то при $r = 1$ соответствующее ему число M_0 можно найти из соотношения

$$\frac{p_H}{p_0} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_0^2 - 1).$$

Угол α наклона касательной к фронту волны в точке ее пересечения со свободной поверхностью характеризуется соотношением

$$\alpha = \left(\frac{\gamma + 1}{2B\gamma} p_1 \right)^{0,5} \quad (20)$$

и является малой величиной, так как в выражение (20) входит коэффициент B из уравнения состояния сжимаемой жидкости

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right].$$

Профиль кратера получен путем аппроксимации уравнения $r_m(\psi) = 0,5(b + a + \beta a) + \beta a \cos \psi + 0,5(b - a + \beta a) \cos 2\psi$ при следующих условиях (см. рис. 3 [12]):

ширина кратера OA равна радиусу $OC = a$ ударной волны; касательная к профилю кратера в точке пересечения со свободной границей составляет с вертикалью угол β ;

глубина кратера OB определяется движением границы раздела жидкости и газа, т. е. $OB = b$.

Радиус ударной волны r для произвольного момента времени t определяют решением дифференциального уравнения

$$\frac{dr}{dt} = M(r),$$

а $M(r)$ находят из уравнения (19). Угол β связан с углом α соотношением

$$\beta = 2\alpha \left(1 - \frac{p_r}{p_l} \right),$$

где p_r — текущее давление на границе кратера.

Уравнение движения поверхности кратера вдоль вертикальной оси симметрии оценивается из условия

$$b = r_{c.п}(t_{c.п}) = r + (u_1 - a_1)(t_{c.п} - t),$$

где $t_{c.п}$ — момент прихода волны возмущения к свободной поверхности кратера.

На рис. 4 представлены расчетные зависимости для углов α и β , определяющих геометрию кратера, при взрыве с начальным давлением $p_n = 700$ МПа [14]. Видно, что значения α и β малы во всем интервале времени расширения кратера.

Взаимодействие ударной волны, образующейся при взрыве заглубленного точечного заряда, со свободной поверхностью, а также образование зон кавитации вследствие отражения волнового фронта от границы воздух — вода подробно проанализированы в работах [15–18].

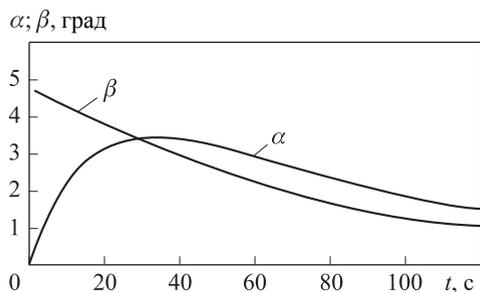


Рис. 4. Зависимости угла контакта β ударной волны с невозмущенной поверхностью жидкости и угла α между свободной поверхностью кратера и вертикалью в точке A от времени

Расчет зоны интенсивной пузырьковой кавитации вблизи свободной поверхности океана при подрыве заряда массой m , расположенного на глубине h , представлен в работе [15]. Задача сводится к анализу избыточных давлений от точечного источника ударной волны и зеркально расположенного источника волны разрежения, а также гидростатического давления. Кавитация возникает в области, для которой справедливо соотношение

$$p_a + \rho g (R_1 \cos \theta - h) + p_{сж} (R_2, t) - p_{раз} (R_1, 0) \leq p_k,$$

где p_a — атмосферное давление; R_1 — радиус-вектор от источника разрежения до точки наблюдения Q внутри жидкости; θ — угол между R_1 и вертикалью; $p_{сж}$, $p_{раз}$ — давления до и после ударной волны соответственно; R_2 — радиус-вектор от точки взрыва до точки наблюдения Q ; t — время после взрыва.

Давление $p_{сж} (R_2, 0)$ определяют из соотношений:

$$p_{сж} = f(\tau) p (R_2, 0),$$

где

$$\tau = \frac{x}{0,06V M^{1/3}} \left[\frac{m^{1/3}}{R^2} \right]^{0,18}; \quad p (R_2, 0) = 6600 \left[\frac{2,841m^{1/3}}{R} \right]^{1,13};$$

$$x = R_1 - R_2; \quad R_2 = \left[R_1^2 + 4D^2 - 4DR \cos \theta \right]^{1/2}.$$

$f(\tau)$ — экспоненциальная функция, которая задается графически.

Эмпирические соотношения для τ , $p (R_2, 0)$ справедливы для зарядов тринитротолуола. Давление волны разрежения $p_{раз} (R_1, 0)$ принимается равным эмпирическому соотношению $p (R_2, 0)$.

Расчеты показывают, что зона кавитации имеет форму тела вращения, симметричного относительно вертикальной оси, и распространяется на глубину, равную примерно половине расстояния от свободной поверхности до заряда (рис. 5) [15].

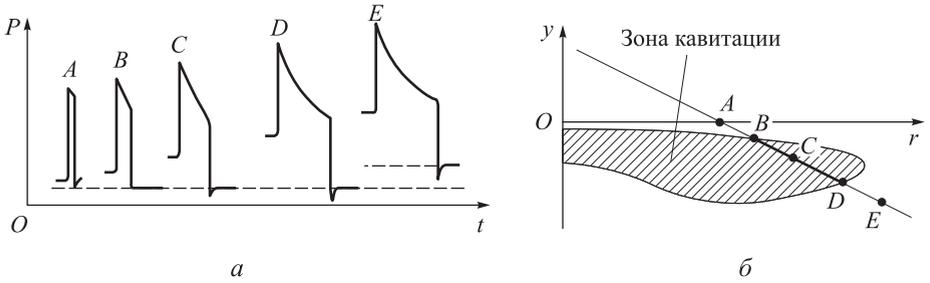


Рис. 5. Волновой фронт ударной волны (а) и зона пузырьковой кавитации (б)

Физическая модель образования кавитационной зоны вследствие отражения ударной волны от свободной поверхности построена в работе [16]. Рассмотрено отражение плоской волны вида

$$p(x, t) = \begin{cases} p_0 \exp\left(-\frac{x+at}{\lambda}\right), & (x+at) \geq 0; \\ 0, & (x+at) < 0, \end{cases}$$

где λ — характерная длина экспоненциальной волны; x — расстояние от свободной границы до источника взрыва.

Разрыв жидкости имеет место в точке $x = x_1$, для которой справедливо уравнение

$$p(x) = p \exp\left(-\frac{2x_1}{\lambda}\right) - p_0 + \rho g x_1 + p_a = 0.$$

Плоскость разрыва является новой свободной границей, от которой волна разрежения отражается с интенсивностью $p_{\text{раз}} = p_0 \exp(-2x_1/\lambda)$. В результате взаимодействия новой волны разрежения с затухающей ударной волной образуется еще одна плоскость разрыва и т. д. Последняя плоскость разрыва будет в точке, для которой выполняются условия

$$\frac{\partial p}{\partial x}(x) = 0; \quad p(x) = 0.$$

Максимальная глубина проникания кавитационной зоны

$$h_{\text{max}} = \frac{\lambda}{2} \ln \left\{ \frac{p_0}{\left(\frac{\rho g \lambda}{2}\right) \left[\ln\left(\frac{2p_0}{\rho g \lambda} + 1\right) + p_a \right]} \right\}.$$

Без учета гидростатического давления выражения для верхней и нижней границ кавитационной зоны имеют вид

$$x_1 = -\left(\frac{\lambda}{2}\right) \ln\left(1 - \frac{p_a}{p_0}\right); \quad x_n = \frac{\lambda}{2} \ln \frac{p_0}{p_a}.$$

Скорость перемещения звуковой волны определяется выражением $U_B = \rho a^2 \frac{\partial U / \partial \xi}{\partial P / \partial \xi}$. Тогда в первом приближении

$$U_B = \frac{1}{\nu} \sum_{n=1}^{\nu} U_B(x_n) = c \ln \nu / (2\nu),$$

где $\nu = (p_0/p_a) \ln(p_0/p_a)$ — предельное число разрывов, образующихся в процессе прохождения волны разрежения от свободной поверхности в глубь жидкости.

Метод определения формы волны разрежения, отраженной от свободной поверхности, при взрыве заряда, расположенного на глубине h , предложен в работе [17]. Фронт ударной волны касается свободной поверхности в момент времени $t = t_0$. Ударная волна частично проходит в атмосферу, а частично отражается внутрь жидкости. При этом образуются три характерные области течения:

- 1) внутри атмосферы между фронтом прошедшей ударной волны и свободной поверхностью;
- 2) внутри жидкости между деформированной свободной поверхностью и фронтом отраженной волны разрежения;
- 3) внутри волны разрежения.

Уравнения движения сжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат (r, z) имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + V \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\gamma \rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = 0; \quad (21)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial r} + V \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{\gamma \rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0; \quad (22)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} + V \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \rho a^2 \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{u}{r} \right) = 0. \quad (23)$$

Для интервала времени $\Delta t = t - t_0 = h/a$ и расстояния от центра разрежения $r \ll h$ уравнения (21)–(23) решают в форме степенного

разложения по малым величинам $\Delta t, r, z$. Например, для второй области течения (между свободной поверхностью и отраженной волной разрежения) функция разложения для давления $p(r, z, t)$, вертикальной скорости $v(r, z, t)$, плотности $\rho(r, z, t)$ и скорости звука $a(r, z, t)$ имеет вид

$$b(r, z, t) = b_0 + b'_t(t - t_0) + b'_z z + b''_{rr} r^2 + \dots, \quad (24)$$

причем постоянные коэффициенты в функции разложения равны значениям соответствующих производных при $z = 0, r = 0, t = t_0$. Для радиальной скорости $u(r, z, t)$ справедливо соотношение

$$u(r, z, t) = u'_r r + u''_{rt}(t - t_0)r + u''_{rz} z + u'''_{rrr} r^3 + \dots \quad (25)$$

Решение для параметров потока в этой области удовлетворяет следующим условиям:

уравнениям движения (21)–(23);

условию сращивания решений на задней поверхности области разрежения;

условиям сращивания решений на свободной поверхности океана.

Если коэффициенты разложений (24) и (25) определены, то выражение для профиля свободной поверхности океана имеет вид

$$z_s = \Delta_1(t - t_0) + \Delta_2(t - t_0)^2 + \Delta_3 r^2 + \Delta_4 r^2(t - t_0) + \Delta_5 r^4 + \dots,$$

где Δ_i — коэффициенты, выражаемые через известные решения для параметров течения:

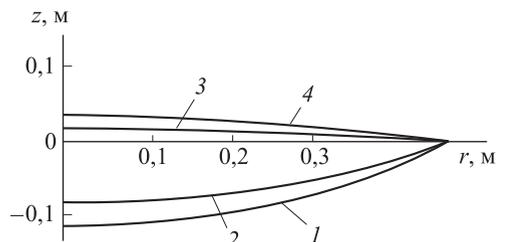
$$\Delta_1 = V_0, \quad \Delta_2 = \frac{1}{2}(V'_2 V_0 + V'_t), \quad \Delta_3 = -\frac{V_0}{2R_h},$$

$$\Delta_5 = (2\dot{R}_h)^{-3} \left[V_0 (\dot{R}_h^2 + \ddot{R}_h) - \Delta_4 (2\dot{R}_h)^2 - \dot{R}_h (V'_t + V_0 V'_z) \right];$$

R_h — расстояние от центра взрыва до точки наблюдения внутри второй области течения.

Решение уравнений (21)–(23) для первой и третьей областей течения аналогичны. Результаты расчета представлены на рис. 6.

Рис. 6. Профили головной (1) и отраженной (2) ударных волн, свободной поверхности океана (3) и ударной волны, прошедшей через поверхность океана (4) в меридиональной плоскости [20]



После прохождения волн сжатия и разрежения движение жидкости обусловлено динамикой пульсирующей газонаполненной полости, содержащей продукты взрыва, и свободной поверхности океана. Особенности движения свободной поверхности и границ полости определяются глубиной погружения заряда, энергией взрыва и т. д. [18, 20–25].

В работе [20] представлены результаты измерения поверхностных волн, образовавшихся при взрыве атомных зарядов на атолле Бикини. Характеристики волнового движения жидкости определяли в четырех точках, удаленных от центра взрыва на 90, 120, 360 и 2 850 км; профиль океанского дна вдоль радиус-вектора от атолла Бикини до точек наблюдения известен, глубина не превышала 5,5 км. Полученные результаты хорошо согласуются с линейной теорией для дисперсии поверхностных волн, фазовой и групповой скорости их распространения. Показано, что амплитуда A волн снижается по мере удаления от центра взрыва по закону $A \sim R^{-5/6}$, а наличие мелких помех на пути распространения волн приводит к их значительному рассеянию. Сравнение спектральных характеристик поверхностных волн при ядерном подводном взрыве и при подводном землетрясении (цунами) показывает, что дисперсия волнового пакета не зависит от природы источника возмущений.

Вопросы моделирования волнового движения жидкости при подводном взрыве в лабораторных условиях рассмотрены в работе [21], где представлены теоретические и экспериментальные временные зависимости дисперсионных характеристик волнового движения свободной поверхности бассейна в точках, удаленных от эпицентра взрыва на различное расстояние. Теоретические данные соответствуют подводному взрыву на мелководье, экспериментальные — механическому погружению поплавка на глубину до 80 % от полной глубины бассейна.

Адекватное моделирование позволяет использовать экспериментальные данные, полученные при взрыве малых порций химического взрывчатого вещества, для приближенного анализа спектральных характеристик океанических волн, образующихся при подводном ядерном взрыве.

При подводном взрыве около 60 % всей энергии распространяется в виде ударной волны и теплового излучения, а остальная энергия посредством пульсаций газовой полости, содержащей продукты взрыва, преобразуется в волновое движение свободной поверхности океана. Если масса заряда взрывчатого вещества фиксирована, то волны максимальной амплитуды образуются в случае, когда глубина погружения заряда приблизительно равна максимальному радиусу пульсирующего пузыря. Соотношение, связывающее полную энергию взрыва E с глубиной погружения h заряда при максимальной амплитуде волн, имеет вид

$$\frac{4}{3} \pi h^3 \rho g (h + z) = 0,4E, \quad (26)$$

где z — атмосферное давление, выраженное через высоту водяного столба.

Масштабные коэффициенты моделирования, позволяющие пересчитывать характеристики явления при переходе от лабораторных условий к натурным, должны связывать энергию E взрыва с глубиной погружения. Пусть $n = \sqrt[3]{E_{\text{нат}}/E_{\text{лаб}}}$ — масштаб моделирования мощности заряда. Требуется найти значение параметра $q = h_2/h_1$, обеспечивающее подобие волнового движения на поверхности водоема. Поскольку испытания проводят в открытом водоеме или бассейне, то атмосферное давление $z = \text{const}$. В этих условиях возможны только частные решения уравнения (26), справедливые при некоторых упрощающих предположениях. В случае мелкомасштабного моделирования мощных подводных взрывов, когда выполняется условие $h_{\text{лаб}} \ll z \ll h_{\text{нат}}$, имеет место соотношение

$$q = n^{0,75} \left(\frac{z}{h_{\text{лаб}}} \right)^{0,25}.$$

В случае двух мелкомасштабных лабораторных испытаний при условии $h_1 \ll z$ и $h_2 \ll z$ получено, что $q \sim n$.

Предложенный в работе [21] механический метод возбуждения волнового движения свободной поверхности водоема обладает такими же частотно-амплитудными и дисперсионными характеристиками, что и при подводном взрыве. При этом использовали быстрое вертикальное погружение в воду или удаление из нее поплавка, нижняя поверхность которого имела форму параболоида вращения. Было установлено следующее:

быстрое погружение поплавка имитирует волнообразование при надводном, поверхностном или подводном взрыве на мелководье;

быстрое удаление поплавка имитирует подводный взрыв на оптимальной глубине, соответствующей волнообразованию с максимальной амплитудой;

быстрое погружение с последующим удалением поплавка имитирует высотный надводный взрыв большой мощности;

быстрое удаление с последующим погружением поплавка имитирует глубоководный взрыв большой мощности.

В работах [21, 22] получена замкнутая система уравнений, позволяющая определить характеристики волнового движения жидкости при заданных заглублении h заряда и энергии взрыва E . Исследование распространения ударной волны от точки взрыва и отраженной волны

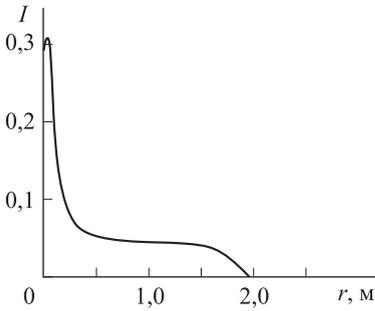


Рис. 7. Распределение импульса $I(r)$ при поверхностном взрыве

разрежения с использованием методики, предложенной в работе [13], позволило определить радиальное распределение избыточного давления $p(r, t)$, а также получить соотношения для приложенного импульса давления $I(r)$ (рис. 7) и преобразования Ганкеля нулевого порядка $\tilde{I}(\sigma)$ для него:

$$I(r) = \int_0^{t_0} p(r, t_0) dt;$$

$$\tilde{I}(\sigma) = \int_0^{\infty} I(r) J_0(\sigma r) r dr,$$

где $t_0 = r^{2,5} (E/\rho)^{-0,5}$; $J_0(\sigma r)$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Волновое движение жидкости описывается уравнением

$$\eta(r, t) = -\frac{1}{\rho g^{0,5}} \lim_{y \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \delta^{1,5} \tilde{I}(\sigma) [\text{th}(\sigma H)]^{0,5} \times \\ \times \text{sh}(\sigma H) \text{ch}(y+h) \sin \left\{ g\sigma [\text{th}(\sigma H)]^{0,5} t J_0(\sigma r) d\sigma \right\},$$

где η — вертикальное смещение свободной поверхности; y — вертикальная координата, отсчитываемая от невозмущенного уровня.

На рис. 8 представлено распределение импульса избыточного давления при поверхностном взрыве и колебании свободной поверхности моря на удалении $\bar{r} = 80$ (все величины приведены к безразмерному виду относительно некоторого выбранного заглубления заряда на 0,15 м).

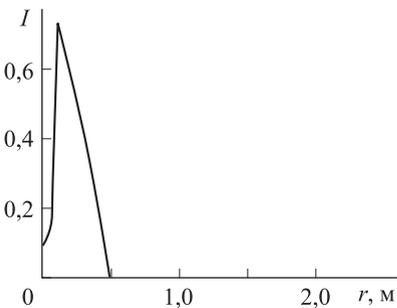


Рис. 8. Распределение импульса избыточного давления при поверхностном взрыве заряда на глубине 0,15 м

Последовательное заглубление заряда с 0,15 м [22] до 0,16 м [23] приводит к существенному изменению распределения импульса и волнового движения свободной поверхности в точке $\bar{r} = 80$. Волновое движение тем эффективнее, чем больше заглубление. При перемещении заряда к сво-

бодной поверхности импульс давления и амплитуда волнения резко снижаются.

Конечно-разностный метод решения уравнений сжимаемой жидкости в приложении к задаче об определении оптимального положения сферического заряда предложен в работе [23]. При неполном погружении заряда наблюдается эволюционное движение кратера, возникающего после взрыва, а также пространственно-временное распределение избыточного давления по свободной поверхности жидкости [23–25]. Показано, что при заглублинии центра заряда, равном половине его радиуса, импульс давлений и амплитуда волнообразования максимальны.

Заключение. В рассмотренных математических моделях не учитывают сжимаемость воды и те влияния, которые могут нарушить симметрию движения. Сжимаемость воды важна вблизи минимумов сжатия, когда давление в пузыре очень велико. В течение этой фазы сжатие воды вблизи пузыря вызывает волну давления, которая распространяется в виде звукового импульса. Чтобы отличить этот импульс от начальной ударной волны, его называют вторичным или импульсом пузыря. Акустическая энергия, уносимая вторичным импульсом, обычно мала, но при исключительно симметричных условиях может быть сравнимой с энергией колебаний. Потеря энергии излучения и турбулентность приводят к тому, что последующее колебание имеет меньшую амплитуду, чем предыдущее. Энергия излучается и при каждом последующем сжатии.

Причины нарушения сферической симметрии движения разные. Наиболее важной из них является влияние силы тяжести. Пузырь, обладая плавучестью, стремится подняться; скорость всплытия обычно невелика при первом расширении пузыря, но резко возрастает при его сжатии. Это может привести к тому, что бóльшая часть энергии будет сохраняться в виде кинетической энергии воды, в то время как радиус пузыря будет минимальным. Поскольку эта часть энергии не расходуется на сжатие пузыря, его минимальный радиус не будет таким же, как при отсутствии силы тяжести, а вторичные импульсы будут слабее. Быстрое всплытие пузыря, сопровождается также турбулентность, возникающая при его сжатии, что приводит к рассеянию энергии и, вероятно, является важным фактором затухания колебаний.

Отклонения от сферической симметрии могут порождаться и другими причинами, например близостью к свободной поверхности жидкости или ко дну. Влияние становится заметным, когда расстояние от пузыря до этих поверхностей составляет несколько максимальных его радиусов. Период колебаний уменьшается при близости к свободной поверхности и увеличивается при приближении ко дну, причем первая отталкивает пузырь, а вторая — притягивает. Это движение, которое становится очень быстрым в течение периодов сжатия, приводит к ослаблению последующих колебаний по той же причине, что и всплытие под влиянием силы тяжести. Если прене-

бречь силой тяжести, то асимметричное движение вследствие близости к свободной или жесткой поверхности подчиняется масштабному закону подобия, т.е. расстояние от поверхности изменяется пропорционально остальным линейным величинам. Однако влияние силы тяжести не подчиняется закону подобия. Оно тем значительнее, чем больше заряд и меньше внешнее гидростатическое давление.

Работа выполнена по государственному заданию в рамках проектов № 7.4559.2011 и при финансовой поддержке РФФИ по проекту № 13-08-00538

ЛИТЕРАТУРА

1. Коул Р. *Подводные взрывы*. Москва, ИИЛ, 1950, 494 с.
2. Орленко Л.П. *Физика взрыва и удара*. Москва, Физматлит, 2006, 304 с.
3. *Подводные и подземные взрывы*. Москва, Мир, 1974, 414 с.
4. Кедринский В.К. *Гидродинамика взрыва: эксперимент, модели*. Новосибирск, Изд-во СО РАН, 2000, 435 с.
5. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. Москва, Наука, 1966, 420 с.
6. Коллинз Дж. *Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение*. Москва, Мир, 1984, 684 с.
7. Котляревский В.А. Метание воздушной ударной волной незакрепленного твердого тела вблизи плоской преграды. *ПМТФ*, 1984, № 2, с. 119–128.
8. Покровский Г.И. *Взрыв*. Москва, Недра, 1973, 430 с.
9. Яковлев Ю.С. *Гидродинамика взрыва*. Ленинград, Судпромгиз, 1961, 313 с.
10. Паркин Б.Р., Гилмор Ф.Р., Броуд Г.Л. *Подводные и подземные взрывы*. Москва, Мир, 1974, с. 153–258.
11. Замышляев Б.В., Яковлев Ю.С. *Динамические нагрузки при подводном взрыве*. Ленинград, Судостроение, 1967, 328 с.
12. Collins R., Holt M. Intence Explosions at the Ocean Surface. *Phys. Fluids*, 1968, vol. 11, no. 4, pp.701–713.
13. Falade A., Holt M. Interaction of a Strong Blast Wave with a Free Surface. *Phys. Fluids*, 1978, vol. 21, no. 10, pp. 1702–1708.
14. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Проблемы гидродинамики и их математические модели*. Москва, Ижевск, НИИ Регулярной и хаотической динамики, 2003, 416 с.
15. Юхансон К., Персон П. *Детонация взрывчатых веществ*. Боболев В.К., ред. Москва, Мир, 1973, 69 с.
16. Коробейников В.П., Христофоров В.Д. Подводный взрыв. *Итоги науки и техники. Сер. Гидромеханика*, 1976, т. 9, с. 54–119.
17. Ballhaus W.F., Holt M.C. Interaction between the Ocean Surface and Underwater Spherical Blast Waves. *Phys. Fluids*, 1974, vol. 17, no. 6, pp. 1068–1079.
18. Chahine G.L. Interaction between an Oscillation Bubble and a Free Surface. *Trans. ASME. J. Fluid Engng*, 1977, vol. 99, no. 4, pp. 709–716.
19. Blake J.R., Gibson D.C. Growth and Collapse of Vapour Cavity near a Free Surface. *Fluid Mechanics*, 1981, vol. 111, pp. 123–140.

20. Адушкин В.В., Бурчик В.Н., Дивнов И.И. Гидроакустические возмущения при ядерных и химических взрывах. *Динамические процессы во внутренних и внешних оболочках земли*. Москва, Геос, 1995, с. 272–381.
21. Jordaan J.M. Simulation of Waves by an Underwater Explosion: Proc. ASCE. *Waterways Harbors Div*, 1969, vol. 95, no. 3, pp. 355–377.
22. Falade A., Holt M. Surface Waves Generated by Shallow Underwater Explosions. *Phys. Fluids*, 1978, vol. 21, no. 10, pp. 1709–1716.
23. Hall R.M., Holt M. Numerical Solutions of the Upper Critical Depth Problem, *AIAA Paper*, 1975, no. 52, pp. 1–9.
24. Jensen F.B. Shock Excited Pulsation of Large Air Bubbles in Water. *Trans. ASME. Fluid Engng*, 1974, vol. 96, no. 4, pp. 389–393.
25. Hermans W.A. On the Instability of a Translating Gas Bubbles under the Influence of a Pressure Step. *Phillips Res. Repts Suppl.*, 1973, no. 3, pp. 1–103.

Статья поступила в редакцию 21.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Н.И. Сидняев. Теоретические исследования гидродинамики при подводном взрыве точечного источника. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 2. URL: <http://engjournal.ru/catalog/appmath/hidden/614.html>

Сидняев Николай Иванович — д. т. н., проф., заведующий кафедрой «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана; автор 200 научных работ; сфера научных интересов: численные методы, уравнения математической физики, механика жидкости, газа и плазмы, вероятность и статистика. e-mail: sidnyaev@yandex.ru