

Особенности расчета аккумуляторов теплоты на фазовых переходах с промежуточным теплоносителем

© Н.А. Россихин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва 105005, Россия

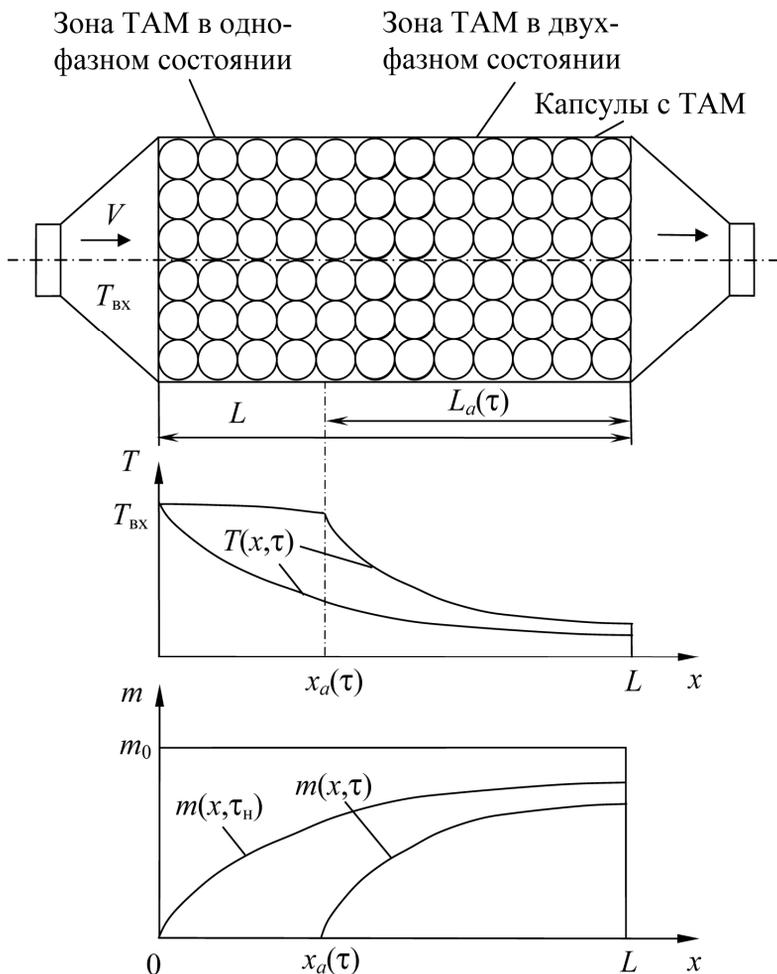
Для конечной стадии режимов зарядки и разрядки проточного аккумулятора теплоты фазового перехода капсульного типа, характеризующейся наличием зоны, где фазовый переход в капсулах с теплоаккумулирующим материалом (ТАМ) осуществился полностью, в рамках одномерной модели выведены соотношения для вычисления изменения удельной и всей массы фазы ТАМ, а также скорости перемещения границы, разделяющей однофазную и двухфазную области. Они необходимы для описания завершающей стадии зарядки или разрядки аккумулятора, которая может занимать в процессе его работы большую часть времени, чем начальная.

Ключевые слова: аккумулятор теплоты, зарядка, разрядка, фазовый переход, жидкая фаза, твердая фаза.

Аккумуляторы теплоты фазового перехода (АФП), которые находят в настоящее время все более широкое применение в качестве устройств, предназначенных для сохранения поступающей теплоты при последующем его использовании, в ряде случаев отличаются неравномерностью распределения потоков теплоты в объеме. В проточном АФП температура теплоносителя, движущегося в пространстве между капсулами с ТАМ, существенно изменяется в направлении его движения (см. рисунок), что приводит к значительной разности в температурных напорах по его длине и неравномерности скорости изменения массы фазы, жидкой или твердой, по длине АФП. В результате создается значительная неравномерность распределения массы расплавленного или затвердевшего ТАМ.

С течением времени это приводит к ситуации, когда в области входа потока теплоносителя в АФП весь ТАМ, заключенный в капсулах, претерпевает фазовое превращение, и фазовый переход прекращается, тогда как в остальной части он продолжается. Эти области разделяются плоскостью поперечного сечения с координатой x_a (см. рисунок). При этом доля ТАМ с незавершенным процессом плавления или затвердевания, остается еще довольно значительной, что необходимо учитывать при анализе работы АФП. Этот оставшийся участок имеет длину L_a . В процессе дальнейшей зарядки или

разрядки она постепенно уменьшается и, когда фазовый переход прекращается во всем ТАМ, становится равной нулю. При этом АФП оказывается полностью заряженным или разряженным.



Распределение температуры теплоносителя и удельной массы расплавленного ТАМ в проточном АФП в конечной стадии процесса зарядки

Таким образом, для этой стадии функционирования АФП зависимости¹ оказываются непригодными, поскольку при их выводе предполагалось, что фазовый переход в капсулах с ТАМ происходит по всей длине АФП, а это соответствует выполнению условия $L_a = L = \text{const}$ (см. рисунок). Поэтому возникает необходимость получения расчетных соотношений с учетом изменения длины участка фа-

¹ Россихин Н.А. Уравнение изменения массы фазы в аккумуляторе теплоты фазового перехода. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 5. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/crigen/726.html>

зового перехода L_a в процессе зарядки или разрядки АФП, что предполагает использование временной зависимости $L_a(\tau)$.

Когда в некотором сечении x прекращается фазовый переход и остается одна фаза, жидкая или твердая, начинается перестройка температурных полей. При этом ТАМ постепенно прогревается (или охлаждается), и температура теплоносителя в этом месте приближается к его температуре на входе в АФП. Теплота, приходящаяся на единицу длины АФП,

$$Q'_l = mc_{p\text{ТАМ}} [T(x, \tau') - T_{\text{вх}}(x, \tau'')].$$

Здесь $c_{p\text{ТАМ}}$ — изобарная массовая теплоемкость ТАМ; τ' , τ'' — время начала прогрева (после завершения фазового перехода) и окончания прогрева ТАМ в поперечном сечении с координатой x ; $T_{\text{вх}}$ — температура теплоносителя на входе в АФП.

Если этой теплотой пренебречь, что соответствует исходным посылкам одномерной теории проточного АФП [1], то можно считать температуру теплоносителя от входа до поперечного сечения с координатой x_a такой же, как на входе, т. е. равной $T_{\text{вх}}$.

В соответствии с изложенным будем считать, что теплообмен осуществляется только на участке с фазовым переходом, а именно на отрезке $x_a \leq x \leq L$ длиной $L_a(\tau)$, где координата x_a разделяет области в АФП, заполненные капсулами с ТАМ, находящимся в однофазном и двухфазном состояниях. При этом в начале данного участка (при $x = x_a$) температура теплоносителя равна $T_{\text{вх}}(\tau)$.

Определим время окончания начальной стадии τ_n процесса зарядки или разрядки в АФП. Будем считать, что в начальный момент времени АФП полностью разряжен или заряжен. Это время равно времени полного расплавления или затвердевания ТАМ при $x = 0$ и определяется из условия

$$m(0, \tau_n) = 0.$$

С использованием выражений¹ получим уравнение для определения времени начальной стадии зарядки или разрядки:

$$\frac{A'}{Q_{\text{ф}}R} \left| \int_0^{\tau_n} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_{\text{ф}}\tau_n \right| = m_0. \quad (1)$$

Здесь A' — производная функции $A(x)$ — площади поверхности сферических капсул (для рассматриваемого случая $A(x) = A'(x)$); $m_0 = \rho_L A_c (1 - \varepsilon)$ — удельная (на единицу длины АФП) масса ТАМ,

¹ Здесь и далее используются формулы, приведенные в указанной работе.

где ρ_L — плотность жидкой фазы ГАМ; A_c — площадь поперечного сечения проточной части АФП; ε — пористость при заполнении пространства АФП сферическими капсулами.

Подставив выражение для определения m_0 в (1), получим

$$\left| \int_0^{\tau_H} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_{\phi} \tau_H \right| = \frac{\rho_L A_c (1 - \varepsilon) Q_{\phi} R}{A'}. \quad (2)$$

С использованием уравнения (2) время τ_H можно найти по известному графику тепловой нагрузки на входе в АФП $T_{\text{вх}}(\tau)$ или по аппроксимирующей зависимости для $T_{\text{вх}}(\tau) = T(0, \tau)$.

Для получения соотношений теплообмена в конечной стадии зарядки или разрядки перейдем к подвижной системе координат $O'x'$, начало координат которой находится в точке x_a , перемещающейся со скоростью $u_a = \frac{dx_a}{d\tau}$ в направлении движения теплоносителя (см. рисунок). Очевидно, что одномерное температурное поле в теплоносителе записывается как $T(x', \tau)$, где $x' = x - x_a = x - \int_{\tau_H}^{\tau} u_a d\tau$. При этом

выполняется условие

$$T(0, \tau) = T_{\text{вх}}(\tau).$$

С учетом движения точки a расход V' в системе координат $O'x'$

$$V' = V - u_a(\tau) A_c = [u_{\tau} - u_a(\tau)] A_c \approx V,$$

где u_{τ} — средняя скорость потока теплоносителя.

Поскольку процессы плавления и затвердевания протекают медленно, скоростью u_a можно пренебречь ($u_a \ll u_{\tau}$).

В этом случае температурное поле в теплоносителе выражается аналогично:

$$T(x', \tau) = T_{\phi} - [T_{\phi} - T_{\text{вх}}(\tau)] \exp\left(-\frac{A' x'}{c_p \rho V R}\right), \quad 0 \leq x' \leq L - x_a. \quad (3)$$

Как отмечалось¹, уравнение (3) выведено в предположении квазистационарности процессов, протекающих в АФП. Фактор перемещения точки a не нарушает этого условия, поскольку процессы плавления и затвердевания происходят гораздо медленнее, чем перестройка потока теплоносителя и выравнивание температурных полей в АФП.

¹ Россихин Н.А. Там же.

Соотношение для расчета изменения удельной (на единицу длины) массы фазы ТАМ

$$\frac{dm}{d\tau'} = \frac{dm}{d\tau} = -\frac{|T(x', \tau) - T_{\Phi}|}{Q_{\Phi}R} A',$$

и формула для определения оставшейся твердой или жидкой (в случае затвердевания) массы ТАМ с учетом (3) запишется в виде

$$m(x', \tau) = m'_0(x) - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| \exp\left(-\frac{A'x'}{c_p \rho VR}\right) d\tau,$$

где $m'_0(x') = m'(x', \tau_H) = m(x, \tau_H)$ — удельная масса ТАМ в конце начальной стадии зарядки или разрядки. Поэтому можно записать

$$m'_0(x) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \exp\left(-\frac{A'x}{c_p \rho VR}\right) \left| \int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_{\Phi} \tau_H \right|.$$

В результате получим

$$m(x', \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \exp\left(-\frac{A'x}{c_p \rho VR}\right) \left| \int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_{\Phi} \tau_H \right| - \\ - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| \exp\left(-\frac{A'x'}{c_p \rho VR}\right) d\tau.$$

Замена x' на x дает

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \exp\left(-\frac{A'x}{c_p \rho VR}\right) \left| \int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_{\Phi} \tau_H \right| - \\ - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| \exp\left(-\frac{A'[x - x_a(\tau)]}{c_p \rho VR}\right) d\tau,$$

для $\tau \geq \tau_H$, $x \geq x_a(\tau)$.

Вынеся множитель, не зависящий от времени за знак интеграла, придем к выражению

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\Phi}R} \exp\left(-\frac{A'x}{c_p \rho VR}\right) \times \\ \times \left[\int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_{\Phi} \tau_H \right] + \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| \exp\left(\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho VR}\right) d\tau. \quad (4)$$

Координата $x_a(\tau)$ может быть записана как $x_a(\tau) = \int_{\tau_H}^{\tau} u_a d\tau$.

Для описания конечной стадии зарядки или разрядки АФП необходимо знать временные зависимости перемещения границы зоны фазового перехода x_a и ее длины $L_a(\tau)$:

$$L_a(\tau) = L - x_a. \quad (5)$$

Положение точки a в момент времени τ можно найти из условия

$$m(x_a, \tau) = 0.$$

Используя это условие в (4), получим уравнение для определения x_a :

$$\frac{A'}{Q_\Phi R} \exp\left(-\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho V R}\right) \times \\ \times \left[\int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_\Phi \tau_H \right] + \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\Phi| \exp\left(\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho V R}\right) d\tau = m_0$$

или

$$\left| \int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_\Phi \tau_H \right| + \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\Phi| \exp\left(\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho V R}\right) d\tau = \\ = \frac{m_0 Q_\Phi R}{A'} \exp\left(\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho V R}\right).$$

Для того чтобы найти зависимость $x_a(\tau)$, возьмем производную от правой и левой части:

$$|T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\Phi| \exp\left(\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho V R}\right) = \frac{m_0 Q_\Phi}{c_p \rho V} \exp\left(\frac{A'x_a(\tau)}{c_p \rho V R}\right) x'_a(\tau)$$

или

$$|T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\Phi| = \frac{m_0 Q_\Phi}{c_p \rho V} x'_a(\tau).$$

Отсюда

$$u_a(\tau) = x'_a(\tau) = \frac{c_p \rho V}{m_0 Q_\Phi} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\Phi|,$$

что дает после интегрирования

$$x_a(\tau) = \frac{c_p \rho V}{m_0 Q_\phi} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\phi| d\tau. \quad (6)$$

Здесь в качестве нижнего предела интегрирования используется τ_H для того, чтобы выполнялось условие $x_a(\tau_H) = 0$.

Подстановка (6) в (4) позволяет прийти к окончательному виду зависимости для определения удельной массы использованного ТАМ:

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_\phi R} \exp\left(-\frac{A'x}{c_p \rho VR}\right) \left[\int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_\phi \tau_H \right] + \\ + \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\phi| \exp\left(-\frac{A'}{m_0 Q_\phi R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\phi| d\tau\right) d\tau. \quad (7)$$

После подстановки (6) в (5) получим выражение для вычисления длины зоны фазового перехода:

$$L_a(\tau) = L - \frac{A'}{m_0 Q_\phi R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\phi| d\tau. \quad (8)$$

Процесс зарядки или разрядки происходит полностью за время τ_H , определяемое из условия $L_a(\tau_H) = 0$ или $L = x_a(\tau_H)$. Отсюда можно получить уравнение для определения времени полного фазового перехода τ_H в процессах зарядки или разрядки:

$$\int_{\tau_H}^{\tau_H} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_\phi| d\tau = \frac{m_0 Q_\phi R}{A'} L. \quad (9)$$

Так же как и для начальной стадии, здесь могут быть рассчитаны интересные параметры процессов зарядки и разрядки. В этом случае масса оставшейся фазы

$$M(\tau) = \int_{x_a}^L m(x, \tau) dx.$$

После подстановки выражения (7) и интегрирования имеем

$$M(\tau) = M_0 + \frac{c_p \rho V}{Q_\phi} \left[\exp\left(-\frac{A'L}{c_p \rho VR}\right) - \exp\left(-\frac{A'x_a}{c_p \rho VR}\right) \right] \left[\int_0^{\tau_H} T_{\text{ВХ}}(\tau) d\tau - T_\phi \tau_H \right] +$$

$$+ \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| \exp \left(- \frac{A'}{m_0 Q_{\Phi} R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| d\tau \right) d\tau \Big]. \quad (10)$$

Теплота фазового перехода в АФП, приходящаяся на единицу его длины, и вся теплота, затрачиваемая на фазовый переход, определяются по тем же формулам, что и для начальной стадии:

$$Q_l(x, \tau) = Q_{\Phi} [m_0 - m(x, \tau)];$$

$$Q(\tau) = \int_{x_a}^L Q_l(x, \tau) dx = Q_{\Phi} [M_0 - M(\tau)].$$

В случае постоянной температуры теплоносителя на входе в АФП можно получить более простые аналитические выражения для процессов зарядки или разрядки в АФП.

Время начала конечной стадии выражается в явном виде в соответствии с (1)

$$\tau_H = \frac{\rho_L A_c (1 - \varepsilon) Q_{\Phi} R}{|T_{\text{ВХ}} - T_{\Phi}| A'}.$$

Уравнение изменения удельной массы в соответствии с (7):

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_{\Phi} R} \exp \left(- \frac{A' x}{c_p \rho V R} \right) |T_{\text{ВХ}} - T_{\Phi}| \times \\ \times \left\{ \tau_H - \frac{m_0 Q_{\Phi} R}{A' |T_{\text{ВХ}} - T_{\Phi}|} \left[\exp \left(- \frac{A'}{m_0 Q_{\Phi} R} |T_{\text{ВХ}} - T_{\Phi}| (\tau - \tau_H) \right) - 1 \right] \right\}.$$

Перемещение точки a с течением времени в соответствии с (6)

$$x_a(\tau) = \frac{c_p \rho V}{m_0 Q_{\Phi}} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| (\tau - \tau_H).$$

Длина участка фазового перехода в соответствии с (8)

$$L_a(\tau) = L - \frac{A'}{m_0 Q_{\Phi} R} |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}| (\tau - \tau_H).$$

Время полного фазового перехода в процессах зарядки или разрядки в соответствии с (9)

$$\tau_H = \tau_H + \frac{m_0 Q_{\Phi} R}{A' |T_{\text{ВХ}}(\tau) - T_{\Phi}|} L.$$

Уравнение для определения массы оставшегося в процессе зарядки или разрядки ТАМ в соответствии с (10)

$$M(\tau) = M_0 + \frac{c_p \rho V}{Q_\phi} \left[\exp\left(-\frac{A'L}{c_p \rho VR}\right) - \exp\left(-\frac{A'x_a}{c_p \rho VR}\right) \right] \times \\ \times \left[\int_0^{\tau_H} T_{\text{вх}}(\tau) d\tau - T_\phi \tau_H \right] + \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| \exp\left(-\frac{A'}{m_0 Q_\phi R} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| (\tau - \tau_H)\right) d\tau \Bigg].$$

Следует отметить, что выражение для удельной массы можно записать единообразно для всего периода зарядки или разрядки АФП, объединяющего начальную и конечную стадии:

$$m(x, \tau) = m_0 - \frac{A'}{Q_\phi R} \exp\left(-\frac{A'x}{c_p \rho VR}\right) \int_0^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| f(\tau) d\tau.$$

При $0 \leq x \leq \tau_H$

$$f(\tau) = 1,$$

при $\tau_H \leq x \leq \tau_H$

$$f(\tau) = \exp\left(-\frac{A'}{m_0 Q_\phi R} \int_{\tau_H}^{\tau} |T_{\text{вх}}(\tau) - T_\phi| d\tau\right).$$

Таким образом, получены соотношения, описывающие изменение параметров в течение конечной стадии зарядки или разрядки, когда в области входа потока в АФП в ТАМ полностью осуществился фазовый переход. С их помощью можно рассчитать массу расплавленной или затвердевшей (при разрядке) доли ТАМ и теплоту, идущую на осуществление фазового перехода при завершении процессов плавления или затвердевания в АФП. Выведена также формула для определения скорости перемещения точки, разделяющей двухфазную и однофазную область, в которой фазовый переход осуществился полностью.

Статья поступила в редакцию 21.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Россихин Н.А. Особенности расчета аккумуляторов теплоты на фазовых переходах с промежуточным теплоносителем. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 5. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/crigen/727.html>

Россихин Николай Алексеевич родился в 1952 г., окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1976 г., МГУ им. М.В. Ломоносова в 1981 г. Старший преподаватель кафедры «Теплофизика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 14 научных работ в области математического моделирования процессов в системах с фазовыми переходами. e-mail: ross1n@rambler.ru