

## **Анализ чувствительности при проектировании композитных размеростабильных космических конструкций**

© А.А. Смердов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

*Анализ чувствительности является неотъемлемой частью процесса создания конструкций высокого совершенства. Для размеростабильных композитных космических конструкций важен подбор структур, отличающихся малой чувствительностью к разбросам характеристик материалов слоев и отклонениям конструктивно-технологических параметров. На базе проведенного анализа чувствительности могут быть обоснованно назначены требования к входному контролю материала, а также система допусков и предельных отклонений. В статье выведены формулы для условий нечувствительности к разбросам характеристик материалов типичных композитных структур. Приведены результаты исследования возможностей сочетания требований размеростабильности и нечувствительности. Дана оценка опасности появления сдвиговых деформаций при нагреве-охлаждении многослойного материала вследствие неточности укладки отдельных слоев. Приведены рекомендации по выбору композитных структур для высокоточных конструкций космической техники, для которых малые значения коэффициентов линейного термического расширения сочетаются с низкой чувствительностью к отклонениям различного рода.*

**Ключевые слова:** композит, размеростабильность, космические конструкции, чувствительность.

Проектирование размеростабильных космических конструкций сегодня представляет собой самостоятельный класс задач, результаты которых широко востребованы современной промышленностью. Примерами таких конструкций являются крупногабаритные космические антенны, платформы и другие несущие конструкции для размещения высокоточной аппаратуры, корпуса спутниковых телескопов и фотоаппаратов. Размеростабильные композитные структуры сегодня находят применение также при проведении физических экспериментов, в высокоточных приборах и аппаратуре, а также в других проектах, требующих точного взаимного позиционирования элементов. Во всех этих случаях основным требованием, определяющим работоспособность конструкции, является сохранение заданных размеров при изменении различных характеристик окружающей среды: влажности, радиации и прочих факторов космического пространства, но в первую очередь — температуры. Поэтому в узком смысле слова размеростабильными конструкциями часто называют конструкции с

нулевыми или близкими к нулю коэффициентами линейного термического расширения в заданных направлениях в установленном температурном диапазоне [1, 2].

Основным условием проектирования размеростабильных конструкций является определение таких структурных параметров композита, которые обеспечивают равенство нулю тех или иных компонент вектора деформаций при температурных воздействиях [3]. Эта задача сводится к задаче управления характеристиками термического расширения материала — коэффициентами линейного термического расширения (КЛТР). Некоторые приемы проектирования конкретных размеростабильных композитных конструкций рассмотрены в работах [1, 2, 4–10].

Размеростабильные космические конструкции изготавливают из углепластиков, которые обычно имеют отрицательный КЛТР в направлении армирования. Задача определения параметров многослойной структуры с нулевым КЛТР в заданном направлении — одноосная задача размеростабильности — имеет множество решений [3, 4]. Таким образом, можно выбрать проектные параметры нескольких типов композитных структур, удовлетворяющих условию размеростабильности. Вместе с тем прочие характеристики этих структур будут различны. Среди множества размеростабильных структур могут быть выбраны те, которые считаются наилучшими по каким-либо иным критериям, например по жесткости или прочности [4].

Помимо собственно размеростабильных (имеющих нулевые КЛТР), существует широкий класс углепластиковых структур с близкими к нулю характеристиками термического расширения; с практической точки зрения эти структуры также пригодны для создания высокоточных космических конструкций. Одним из важнейших критериев выбора параметров композитных структур для таких конструкций является максимальная устойчивость характеристик выбранной структуры к отклонениям конструктивно-технологических параметров и разбросам свойств однонаправленного материала слоев.

Серьезнейшим недостатком современных композитов является значительный разброс их характеристик. Особенно опасен этот недостаток для размеростабильных структур, когда номинальные значения характеристик термического расширения близки к нулю и разбросы свойств материала фактически определяют истинные значения свойств конструкции. Весьма существенно также влияние конструктивных и технологических несовершенств: оптимальные значения параметров размеростабильных конструкций могут быть заданы с такой точностью, которую трудно обеспечить имеющимися технологиями и оборудованием.

Сказанное обуславливает важность анализа чувствительности в задачах оптимального проектирования размеростабильных композитных конструкций. Такой анализ дает возможность выбрать вари-

анты конструкции, наименее чувствительные к разбросу характеристик материала, и обоснованно назначить требования к входному контролю материала, а также систему допусков и предельных отклонений.

Анализ чувствительности является неотъемлемым этапом проектных расчетов конструкций высокого совершенства [4, 11, 12]. Примеры такого анализа для размеростабильных композитных структур можно найти в работах [5, 6, 13, 14].

Влияние отклонений характеристик однонаправленного материала на КЛТР многослойного пакета может проявляться различным образом. В частности, для некоторых композитных структур существуют области повышенной чувствительности и точки нечувствительности свойств пакета к отклонениям исходных характеристик. Такие точки могут быть использованы при поиске оптимальных проектов для уменьшения влияния разбросов свойств однонаправленного материала.

Зависимость продольного КЛТР многослойного композита, все слои которого выполнены из одного и того же однонаправленного материала, от свойств этого материала и структурных параметров пакета в общем случае может быть записана в виде функции

$$\alpha_x = \alpha_x \left( E_1^{(i)}, E_2^{(i)}, G_{12}^{(i)}, \nu_{12}^{(i)}, \alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}, \varphi_i, \tilde{h}_i \right), \quad (1)$$

где  $E_1^{(i)}, E_2^{(i)}, G_{12}^{(i)}, \nu_{12}^{(i)}, \alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(i)}$  — модули упругости, модуль сдвига, коэффициент Пуассона и КЛТР в направлении армирования и в поперечном направлении однонаправленного материала  $i$ -го слоя в пакете соответственно;  $\varphi_i, \tilde{h}_i$  — угол ориентации, отсчитываемый от оси  $x$  конструкции, и относительная толщина  $i$ -го слоя соответственно.

Функция (1) определяется согласно [10, 15] и для ортотропных структур имеет вид

$$\alpha_x = \frac{\beta_x - \nu_{xy}\beta_y}{E_x} = \frac{\beta_x g_{yy} - \beta_y g_{xy}}{g_{xx}g_{yy} - g_{xy}^2}. \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \beta_x &= \sum_{i=1}^n \left( \beta_1^{(i)} \cos^2 \varphi_i + \beta_2^{(i)} \sin^2 \varphi_i \right) \tilde{h}_i; \quad \nu_{xy} = \frac{g_{xy}}{g_{yy}}; \\ \beta_y &= \sum_{i=1}^n \left( \beta_1^{(i)} \sin^2 \varphi_i + \beta_2^{(i)} \cos^2 \varphi_i \right) \tilde{h}_i; \quad E_x = g_{xx} - \frac{g_{xy}^2}{g_{yy}}; \\ \beta_1^{(i)} &= g_{11}^{(i)} \alpha_1^{(i)} + g_{12}^{(i)} \alpha_2^{(i)}; \quad \beta_2^{(i)} = g_{12}^{(i)} \alpha_1^{(i)} + g_{22}^{(i)} \alpha_2^{(i)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g_{xy} &= \sum_{i=1}^n \left[ \left( g_{11}^{(i)} + g_{22}^{(i)} - 4g_{66}^{(i)} \right) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + g_{12}^{(i)} \left( \sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i \right) \right] \tilde{h}_i; \\
 g_{xx} &= \sum_{i=1}^n \left( g_{11}^{(i)} \cos^4 \varphi_i + g_{22}^{(i)} \sin^4 \varphi_i + \left( 2g_{12}^{(i)} + 4g_{66}^{(i)} \right) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i \right) \tilde{h}_i; \\
 g_{yy} &= \sum_{i=1}^n \left( g_{11}^{(i)} \sin^4 \varphi_i + g_{22}^{(i)} \cos^4 \varphi_i + \left( 2g_{12}^{(i)} + 4g_{66}^{(i)} \right) \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i \right) \tilde{h}_i; \\
 g_{11}^{(i)} &= \frac{E_1^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}}; \quad g_{22}^{(i)} = \frac{E_2^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)} \nu_{21}^{(i)}}; \quad g_{12}^{(i)} = \nu_{12}^{(i)} g_{22}^{(i)}; \quad g_{66}^{(i)} = G_{12}^{(i)}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Отклонение продольного КЛТР, вызванное разбросом характеристик однонаправленного материала, может быть оценено по формуле

$$\Delta \alpha_x = k_{E1} \Delta \tilde{E}_1 + k_{E2} \Delta \tilde{E}_2 + k_{G12} \Delta \tilde{G}_{12} + k_{\nu 12} \Delta \tilde{\nu}_{12} + k_{\alpha 1} \Delta \tilde{\alpha}_1 + k_{\alpha 2} \Delta \tilde{\alpha}_2,$$

где  $k_{E1}$ ,  $k_{E2}$ ,  $k_{G12}$ ,  $k_{\nu 12}$ ,  $k_{\alpha 1}$ ,  $k_{\alpha 2}$  — коэффициенты чувствительности [4], которые равны частным производным от функции (1) по каждой из характеристик монослоев, вычисленным при номинальном значении данной характеристики и умноженным на эти номинальные значения:

$$\begin{aligned}
 k_{E1} &= E_1 \frac{\partial \alpha_x}{\partial E_1} = \frac{E_1}{E_x^2} \left[ E_x \left( \frac{\partial \beta_x}{\partial E_1} - \beta_y \frac{\partial \nu_{xy}}{\partial E_1} - \nu_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial E_1} \right) - (\beta_x - \nu_{xy} \beta_y) \frac{\partial E_x}{\partial E_1} \right]; \\
 k_{E2} &= E_2 \frac{\partial \alpha_x}{\partial E_2} = \frac{E_2}{E_x^2} \left[ E_x \left( \frac{\partial \beta_x}{\partial E_2} - \beta_y \frac{\partial \nu_{xy}}{\partial E_2} - \nu_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial E_2} \right) - (\beta_x - \nu_{xy} \beta_y) \frac{\partial E_x}{\partial E_2} \right]; \\
 k_{G12} &= G_{12} \frac{\partial \alpha_x}{\partial G_{12}} = \\
 &= \frac{G_{12}}{E_x^2} \left[ E_x \left( \frac{\partial \beta_x}{\partial G_{12}} - \beta_y \frac{\partial \nu_{xy}}{\partial G_{12}} - \nu_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial G_{12}} \right) - (\beta_x - \nu_{xy} \beta_y) \frac{\partial E_x}{\partial G_{12}} \right]; \tag{4} \\
 k_{\nu 12} &= \nu_{12} \frac{\partial \alpha_x}{\partial \nu_{12}} = \frac{\nu_{12}}{E_x^2} \left[ E_x \left( \frac{\partial \beta_x}{\partial \nu_{12}} - \beta_y \frac{\partial \nu_{xy}}{\partial \nu_{12}} - \nu_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial \nu_{12}} \right) - (\beta_x - \nu_{xy} \beta_y) \frac{\partial E_x}{\partial \nu_{12}} \right]; \\
 k_{\alpha 1} &= \alpha_1 \frac{\partial \alpha_x}{\partial \alpha_1} = \frac{\alpha_1}{E_x} \left( \frac{\partial \beta_x}{\partial \alpha_1} - \nu_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial \alpha_1} \right); \\
 k_{\alpha 2} &= \alpha_2 \frac{\partial \alpha_x}{\partial \alpha_2} = \frac{\alpha_2}{E_x} \left( \frac{\partial \beta_x}{\partial \alpha_2} - \nu_{yx} \frac{\partial \beta_y}{\partial \alpha_2} \right),
 \end{aligned}$$

$\Delta\tilde{E}_1, \Delta\tilde{E}_2, \Delta\tilde{G}_{12}, \Delta\tilde{\nu}_{12}, \Delta\tilde{\alpha}_1, \Delta\tilde{\alpha}_2$  — безразмерные (отнесенные к своим номинальным значениям) отклонения характеристик однонаправленного монослоя.

В практических расчетах удобно использовать процентные коэффициенты чувствительности [4], получаемые путем деления выражений (4) на 100 %. Каждый такой коэффициент численно равен абсолютному изменению КЛТР композита при отклонении соответствующей характеристики однонаправленного материала на 1%.

Аналитические выражения для частных производных по характеристикам монослоя, как правило, весьма сложны. Таким образом, для каждой размеростабильной конструкции необходимо численное исследование чувствительности при конкретных значениях базовых характеристик монослоя и структурных параметров пакета. Вместе с тем для некоторых простейших структур можно оценить влияние характеристик однонаправленного материала и найти точки нечувствительности к некоторым из них. Для этого необходимо приравнять к нулю выражения (4) и разрешить полученные уравнения относительно структурных параметров.

Для *перекрестно армированных структур* наиболее просто исследовать чувствительность продольного КЛТР материала к отклонениям продольного и поперечного КЛТР монослоя; в соответствии с двумя последними формулами (4) условия нечувствительности к ним могут быть записаны так:

$$g_{yy} \frac{\partial \beta_x}{\partial \alpha_1} = g_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial \alpha_1}; \quad g_{xx} \frac{\partial \beta_x}{\partial \alpha_2} = g_{xy} \frac{\partial \beta_y}{\partial \alpha_2}. \quad (5)$$

Условия (5) можно привести соответственно к виду

$$\cos^2 \varphi \left[ 4g_{66} (g_{11} + g_{12}) \sin^2 \varphi + (g_{11}g_{22} - g_{12}^2) (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \right] = 0; \quad (6)$$

$$\sin^2 \varphi \left[ 4g_{66} (g_{12} + g_{22}) \cos^2 \varphi - (g_{11}g_{22} - g_{12}^2) (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \right] = 0. \quad (7)$$

Решениями уравнения (6) являются

$$\operatorname{tg} \varphi = 90^\circ; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4G_{12}(1 + \nu_{21})}{E_2}}}.$$

Для современных углепластиков  $E_2 < 4G_{12}(1 + \nu_{21})$ , поэтому единственная точка нечувствительности к отклонениям продольного КЛТР однонаправленного материала соответствует углу  $\varphi = 90^\circ$ .

Иначе обстоит дело с чувствительностью к отклонениям поперечного КЛТР. Решения уравнения (7) имеют вид

$$\varphi = 0; \quad \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{1 - \frac{4G_{12}(1 + \nu_{12})}{E_1}}. \quad (8)$$

Поскольку для углепластиков  $E_1 \gg G_{12}$ , выражение (8) соответствует действительному решению уравнения (7), причем угол нечувствительности к  $\alpha_2$  для перекрестно армированных структур несколько меньше  $45^\circ$  и тем сильнее отличается от этого значения, чем больше отношение модуля сдвига к поперечному модулю упругости однонаправленного материала.

Для нахождения точек нечувствительности перекрестно армированных структур к отклонениям технических констант упругости однонаправленного материала необходимо исследовать первые четыре формулы (4). При этом зависимости для числителя и знаменателя формулы (2) удобно записать соответственно в виде

$$\begin{aligned} & (\beta_x g_{yy} - \beta_y g_{xy}) \left( 1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1} \right)^2 = \\ & = (E_1 E_2 - \nu_{12}^2 E_2^2) \left[ \alpha_2 (\sin^4 \varphi - \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi) + \alpha_1 (\cos^4 \varphi - \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi) \right] + \\ & + 4G_{12} \left( 1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1} \right) \left[ \alpha_1 (E_1 + \nu_{12} E_2) + \alpha_2 E_2 (1 + \nu_{12}) \right] \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi; \quad (9) \\ & (g_{xx} g_{yy} - g_{xy}^2) \left( 1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1} \right)^2 = \\ & = (E_1 E_2 - \nu_{12}^2 E_2^2) (\sin^4 \varphi - 2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \cos^4 \varphi) + \\ & + 4G_{12} \left( 1 - \nu_{12}^2 \frac{E_2}{E_1} \right) (E_1 + E_2 + 2\nu_{12} E_2) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi. \end{aligned}$$

Приравнивая к нулю частные производные по техническим константам упругости от  $\alpha_x$  (см. формулу (1)) с учетом выражений (9), после довольно громоздких преобразований получаем следующие формулы для условий нечувствительности продольного КЛТР материала:

к отклонениям  $E_1$ :

$$(\alpha_2 - \alpha_1) \sin^2 \varphi \cos^6 \varphi \left\{ \operatorname{tg}^4 \varphi + \left[ \frac{1}{\nu_{12}} - 4 \frac{G_{12}}{E_2} \left( \frac{1}{\nu_{12}} + 1 \right) \right] \operatorname{tg}^2 \varphi - 1 - \frac{1}{\nu_{12}} \right\} = 0; \quad (10)$$

к отклонениям  $E_2$ :

$$(\alpha_2 - \alpha_1) \sin^4 \varphi \cos^4 \varphi \left[ \operatorname{tg}^2 \varphi - 1 + \frac{4G_{12}}{E_1} (1 + \nu_{12}) \right] = 0; \quad (11)$$

к отклонениям  $G_{12}$ :

$$(\alpha_2 - \alpha_1) \sin^2 \varphi \cos^6 \varphi \left[ \operatorname{tg}^4 \varphi - \frac{E_1 - E_2}{E_1 + \nu_{12} E_2} \operatorname{tg}^2 \varphi - \frac{E_2 (1 + \nu_{12})}{E_1 + \nu_{12} E_2} \right] = 0; \quad (12)$$

к отклонениям  $\nu_{12}$ :

$$(\alpha_2 - \alpha_1) \sin^2 \varphi \cos^6 \varphi \left[ \operatorname{tg}^4 \varphi - \frac{4G_{12} (E_1 - E_2)}{E_1 E_2} \operatorname{tg}^2 \varphi - 1 \right] = 0. \quad (13)$$

Уравнениям (10)...(13) удовлетворяют решения  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 90^\circ$ , соответствующие нечувствительности КЛТР однонаправленного материала к отклонениям его упругих констант. Кроме того, для каждой из технических констант упругости существует свое значение угла нечувствительности, определяемое решением соответствующего квадратного уравнения. Анализ решений уравнений нечувствительности позволяет сделать следующие выводы:

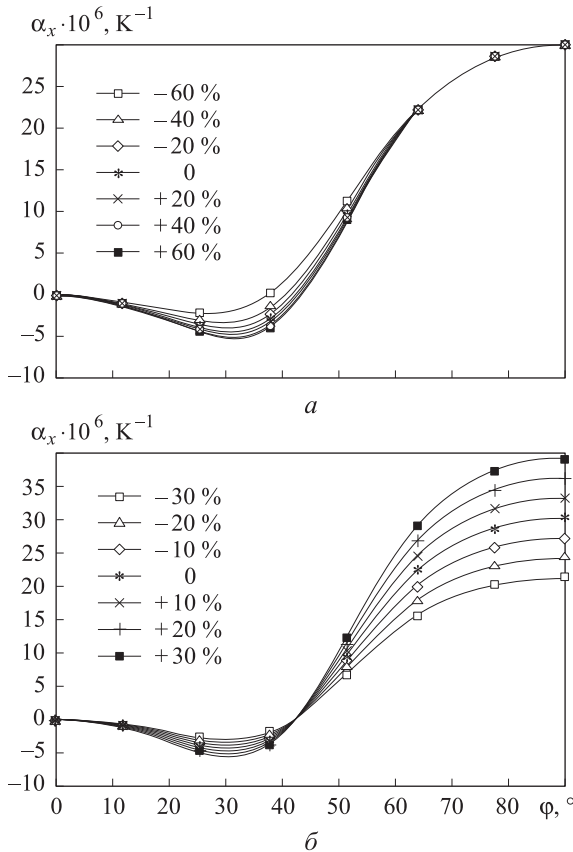
углы нечувствительности к отклонениям  $\alpha_2$  и  $E_2$  совпадают (выражение (8) является также решением уравнения (11));

угол нечувствительности к отклонениям  $G_{12}$  не зависит от свойств материала и всегда равен  $45^\circ$  (единственное действительное решение уравнения (12) соответствует условию  $\operatorname{tg}^2 \varphi = 1$ );

углы нечувствительности к параметрам  $E_2$  и  $\alpha_2$ , как и углы размеростабильности, для конструкционных углепластиков находятся в интервале  $40...43^\circ$ , при этом значение угла размеростабильности находится между углами нечувствительности к параметрам  $E_2$  и  $\alpha_2$ , с одной стороны, и  $G_{12}$  — с другой;

углы нечувствительности к параметрам  $E_1$  и  $\nu_{12}$  не имеют практического значения для проектирования размеростабильных структур, так как находятся в области, где значение продольного КЛТР далеко от нуля.

Таким образом, влияние отклонений характеристик однонаправленного материала на КЛТР перекрестно армированных структур может быть отнесено к одному из двух типов, показанных на рис. 1. (Все примеры в данной работе рассчитаны для углепластика ЛУ-П/ЭНФБ, характеристики которого приводятся в работах [4, 6].) На рис. 1, *a* приведены кривые, характерные для отклонений продольного модуля упругости, коэффициента Пуассона и продольного КЛТР однонаправленного материала, а на рис. 1, *б* — отклонения, вызываемые разбросами поперечного модуля упругости, модуля



**Рис. 1.** Влияние отклонений  $E_1$  (а) и  $\alpha_2$  (б) углепластика ЛУ-П/ЭНФБ на продольный КЛТР перекрестно армированной структуры (цифры у линий показывают процент отклонения)

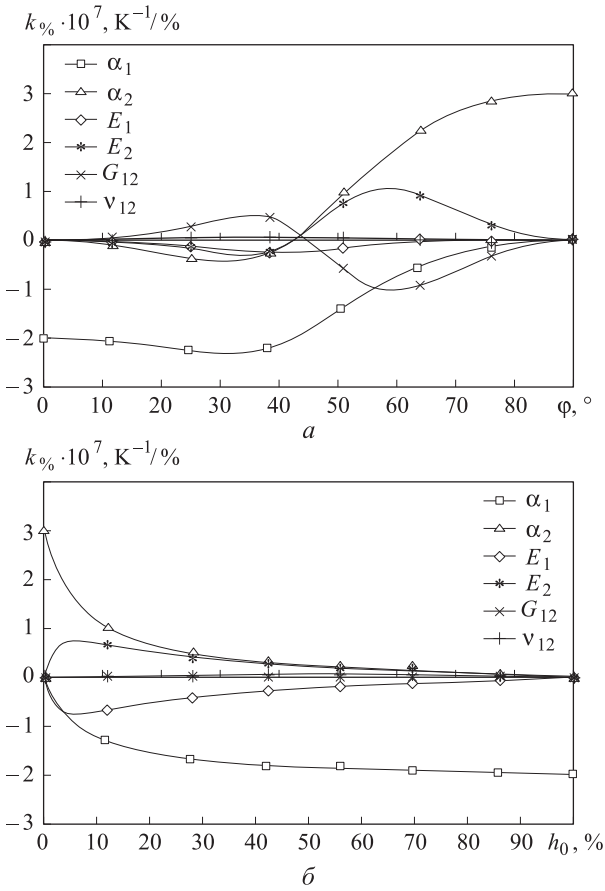
сдвига и поперечного КЛТР материала. Для них характерно наличие точки нечувствительности, расположенной в зоне весьма малых по абсолютному значению КЛТР.

Для *ортогонально армированных структур* при реальных значениях термоупругих констант однонаправленного материала точки нечувствительности к разбросам всех характеристик, кроме модуля сдвига, отсутствуют (за исключением  $\tilde{h}_0 = 0$  и  $\tilde{h}_0 = 1$ ). Отклонения модуля сдвига для таких структур не вызывают изменения КЛТР.

Графики процентных коэффициентов чувствительности для перекрестно и ортогонально армированных материалов на базе углепластика ЛУ-П/ЭНФБ приведены на рис. 2 (коэффициент чувствительности к  $\alpha_1$  ввиду малости характеристики умножен на 100).

Для *дву- и многомерных структур* существует множество решений, соответствующих нулевым коэффициентам (см. выражения (4)). Это позволяет ставить для них задачи исследования предельных возможностей по различным требованиям [4]. Так, для двумерных





**Рис. 2.** Процентные коэффициенты чувствительности перекрестно (а) и ортогонально (б) армированных структур из углепластика ЛУ-П/ЭНФБ (знаки у линий показывают отклоняющиеся характеристики однонаправленного материала, коэффициент чувствительности к  $\alpha_1$  ввиду малости умножен на 100)

структур  $[\pm\varphi_0 / \pm\varphi]$  возможно аналитическое решение задачи о поиске нечувствительных к отклонениям  $\alpha_2$  структур. Сочетания параметров  $\tilde{h}_0$  и  $\varphi$ , соответствующие таким структурам, определяются решениями квадратного уравнения

$$\tilde{h}_0^2 + \frac{\xi_{xx}^{(\varphi)} g_{yy}^{(0)} + \xi_{xx}^{(0)} g_{yy}^{(\varphi)} - 2\xi_{xx}^{(\varphi)} g_{yy}^{(\varphi)} - \xi_{xy}^{(\varphi)} g_{xy}^{(0)} - \xi_{xy}^{(0)} g_{xy}^{(\varphi)} + 2\xi_{xy}^{(\varphi)} g_{xy}^{(\varphi)}}{(\xi_{xx}^{(0)} - \xi_{xx}^{(\varphi)})(g_{yy}^{(0)} - g_{yy}^{(\varphi)}) - (\xi_{xy}^{(0)} - \xi_{xy}^{(\varphi)})(g_{xy}^{(0)} - g_{xy}^{(\varphi)})} \tilde{h}_0 + \frac{\xi_{xx}^{(\varphi)} g_{yy}^{(\varphi)} - \xi_{xy}^{(\varphi)} g_{xy}^{(\varphi)}}{(\xi_{xx}^{(0)} - \xi_{xx}^{(\varphi)})(g_{yy}^{(0)} - g_{yy}^{(\varphi)}) - (\xi_{xy}^{(0)} - \xi_{xy}^{(\varphi)})(g_{xy}^{(0)} - g_{xy}^{(\varphi)})} = 0, \quad (14)$$

где

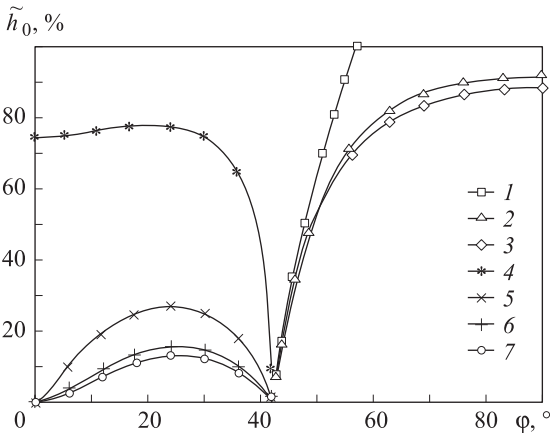
$$\xi_{xx}^{(0)} = g_{12} \cos^2 \varphi_0 + g_{22} \sin^2 \varphi_0;$$

$$\xi_{xx}^{(\varphi)} = g_{12} \cos^2 \varphi + g_{22} \sin^2 \varphi;$$

$$\xi_{xy}^{(0)} = g_{12} \sin^2 \varphi_0 + g_{22} \cos^2 \varphi_0;$$

$$\xi_{xy}^{(\varphi)} = g_{12} \sin^2 \varphi + g_{22} \cos^2 \varphi,$$

а коэффициенты матриц жесткости слоев  $\pm\varphi_0$  и  $\pm\varphi$ , вычисленные в системе координат пакета, определяются выражениями, стоящими под знаками сумм в формулах (3). Линии нечувствительности к параметру  $\alpha_2$  для таких структур показаны на рис. 3. Анализ этого рисунка показывает, что не существует структур, которые одновременно сочетали бы требования размеростабильности и нечувствительности.



**Рис. 3.** Связь между параметрами  $\tilde{h}_0$  и  $\varphi$  для нечувствительных к отклонениям  $\alpha_2$  структур  $[\pm\varphi_0 / \pm\varphi]$  из углепластика ЛУ-П/ЭНФБ при  $\varphi_0 = 0$  (1), 15 (2), 30 (3), 45 (4), 60 (5), 75 (6), 90 (7)

Для наиболее часто используемой в композитных стержнях структуры  $[0/\pm\varphi]$  по результатам проведенного анализа можно сформулировать следующие соображения:

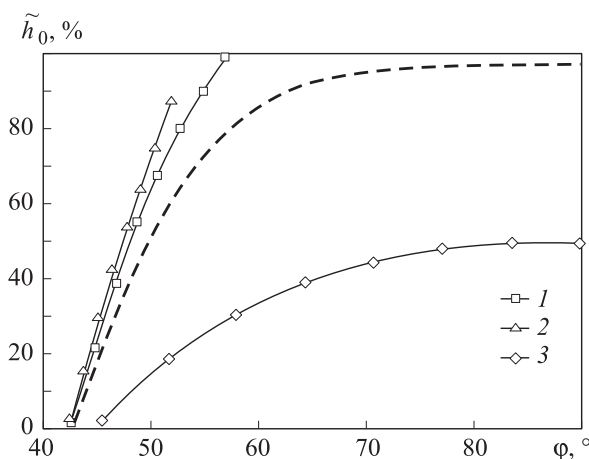
чувствительность к отклонению  $\alpha_1$  практически нельзя снизить путем рационального выбора проектных параметров, а значит, при изготовлении размеростабильных композитных конструкций значение  $\alpha_1$  следует обязательно подвергать входному контролю;

чувствительность к отклонениям  $\alpha_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  и  $G_{12}$  можно существенно снизить при проектировании; в частности, возможно создание структур, нечувствительных к отклонениям  $\alpha_2$ ,  $E_2$  и  $G_{12}$ ;

чувствительность структур  $[0 / \pm\varphi]$  к отклонениям  $\alpha_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  и  $G_{12}$  понижается при увеличении в них доли продольных слоев;

чувствительность к отклонениям  $\nu_{12}$  существенно меньше, чем к отклонениям прочих характеристик однонаправленного материала.

В реальном производстве обычно входному контролю подвергаются величины  $E_1$  и  $\alpha_1$ , контроль прочих характеристик однонаправленного материала затруднителен. Это обуславливает важность поиска размеростабильных структур, нечувствительных к отклонениям  $E_2$ ,  $\alpha_2$  и  $G_{12}$ . На рис. 4 приведены линии нечувствительности к отклонениям указанных характеристик однонаправленного материала для структуры  $[0 / \pm\phi]$ . Там же штриховой линией показано условие размеростабильности для данной структуры [4]. Как уже отмечалось, одновременное сочетание требований размеростабильности и нечувствительности оказывается невозможным.



**Рис. 4.** Связь между параметрами  $\tilde{h}_0$  и  $\phi$  для структур  $[0 / \pm\phi]$  из углепластика ЛУ-П/ЭНФБ, нечувствительных к отклонениям характеристик  $\alpha_2$  (1),  $E_2$  (2) и  $G_{12}$  (3) однонаправленного материала (штриховая линия — условие размеростабильности)

Среди многомерных структур  $[\pm\phi_1 / \pm\phi_2]$  и  $[0 / 90^\circ / \pm\phi]$ , удовлетворяющих условиям размеростабильности, был проведен поиск наименее чувствительных к отклонениям характеристик  $\alpha_2$ ,  $E_2$  и  $G_{12}$  однонаправленного слоя. В результате установлено, что наименьшей чувствительностью обладают структуры, имеющие значительную долю продольного слоя и небольшой угол армирования перекрестно армированного слоя. При этом существуют размеростабильные структуры, для которых значения коэффициентов чувствительности остаются весьма малыми, вплоть до  $\phi \approx 35 \dots 45^\circ$  и  $\tilde{h}_0 \approx 0,3 \dots 0,4$  (не более  $2 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-1} / \%$  для  $\alpha_2$ ,  $E_2$  и не более  $3 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-1} / \%$  — для  $G_{12}$ ).

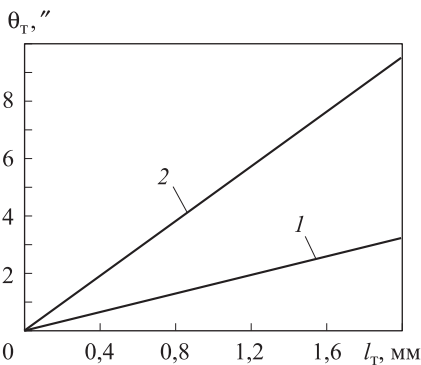
Наряду с анализом чувствительности характеристик размеростабильности к отклонениям характеристик монослоев важное значение

имеет также рассмотрение влияния разбросов конструктивно-технологических параметров оптимальных композитных структур. Такое исследование является неотъемлемой частью процесса проектирования размеростабильных конструкций и позволяет разработать систему допусков и предельных отклонений для конструкторской документации [4, 6].

Само по себе исследование чувствительности характеристики  $\alpha_x$  к отклонениям структурных параметров несложно и может быть проведено в рамках обыкновенного параметрического анализа. Однако в большинстве случаев опасность представляют не отклонения от номинального значения продольного КЛТР, а появление дополнительных эффектов, связанных с отклонением от ортотропии многослойного материала размеростабильных конструкций.

Так, для структуры  $[0/\pm\phi]$  отклонение траекторий укладки продольных слоев приводит к появлению сдвиговых деформаций при нагреве—охлаждении и, следовательно, к термической закрутке труб, имеющих такую структуру. Для многослойных пластин и оболочек отклонения углов армирования могут вызвать несимметрию структуры относительно срединной поверхности и связанные с этим эффекты [16]. В результате анализа термического деформирования может выясниться, что существующие конструкторско-технологические решения не в состоянии обеспечить требуемую точность; в этих случаях необходимы изменения конструкции.

Примером может служить конструкция размеростабильной трубы из углепластика, разработанная совместно с ОНПП «Технология» для космического радиотелескопа [6]. Невозможность обеспечения требуемой точности укладки продольных слоев привела к необходимости использовать предварительно отвержденные пултрузионные профили, для точной фиксации которых на торцах трубы предусматривали специальные направляющие штифты. На рис. 5 показаны расчетные значения закрутки торцов трубы при ее нагреве и охлаждении в зависимости от смещения концов уложенных профилей в окружном направлении. Такие графики использовали для назначения предель-

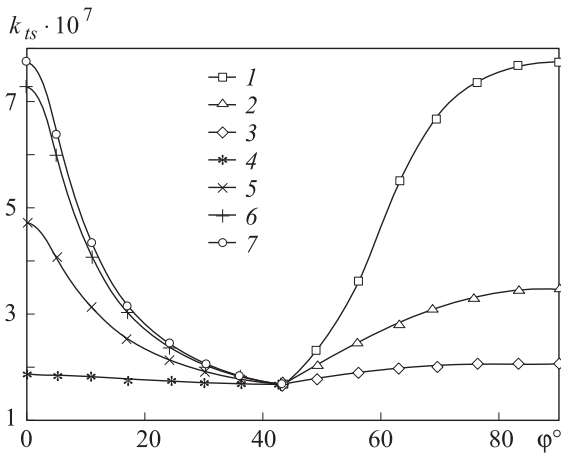


**Рис. 5.** Зависимость относительной закрутки  $\theta_T$  торцов размеростабильной трубы из углепластика от отклонения  $l_T$  концов пултрузионных профилей по окружности при нагреве от 20 до 50 °С (1) и охлаждении от +20 до -50 °С (2)

ных отклонений на расположение направляющих штифтов в конструкции оправок, применяемых для изготовления труб.

Опасность появления сдвиговых деформаций при нагреве-охлаждении многослойного материала вследствие технологических несовершенств можно оценить с помощью коэффициента температурной сдвиговой чувствительности  $k_{ts}$ , равного  $|\alpha_{xy}|$  (а следовательно, абсолютной величине сдвиговой деформации при нагреве на 1 К), возникающей при отклонении оси ортотропии данной структуры от ее оси координат на один градус.

Представляет значительный интерес поиск размеростабильных структур с низкой температурной сдвиговой чувствительностью. На рис. 6 видно, что невозможно добиться значений этого коэффициента, меньших, чем  $1,7 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ ; зато это значение доступно для любого  $\varphi_0$ .



**Рис. 6.** Коэффициенты температурной сдвиговой чувствительности размеростабильных структур  $[\pm\varphi_0 / \pm\varphi]$  из углепластика ЛУ-П/ЭНФБ:  $\varphi_0 = 0$  (1), 15 (2), 30 (3), 45 (4), 60 (5), 75 (6), 90 (7)

Поверхность предельных возможностей углепластика ЛУ-П/ЭНФБ в координатах  $\min |\alpha_x|$  —  $\min |\alpha_y|$  —  $\min k_{ts}$  приведена на рис. 7. Обращает на себя внимание то, что при одинаковой важности требований к обоим КЛТР удается получить нулевое значение коэффициента  $k_{ts}$ . Это значение соответствует квазиизотропным структурам, которые не изменяют свои свойства при любом повороте системы координат. По мере ужесточения требований к одному из КЛТР за счет другого доступные значения  $k_{ts}$  увеличиваются, и при  $\min k_{ts} = 1,7 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$  становятся достижимыми все сочетания требований к КЛТР.

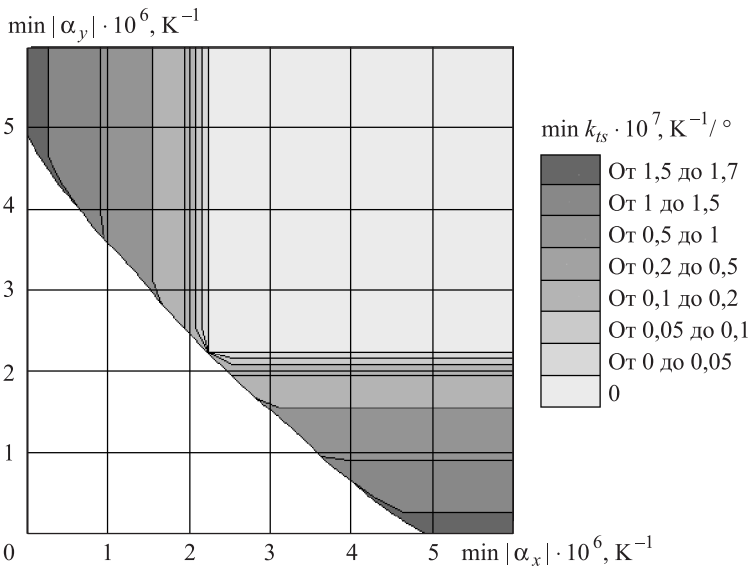


Рис. 7. Поверхность предельных возможностей углепластика ЛУ-П/ЭНФБ

Если реализуемый проект содержит несколько слоев с различным армированием (как, например, квазиизотропная структура  $[0/90^\circ/+45^\circ/-45^\circ]$ ), проведенный анализ следует дополнить исследованием влияния отклонений траектории армирования каждого из слоев в отдельности [6].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Молодцов Г.А., Биткин В.Е., Симонов В.Ф., Урмансов Ф.Ф. *Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов*. Москва, Машиностроение, 2000, 352 с.
- [2] Принципы проектирования размеростабильных элементов конструкций. *Проектирование и производство изделий из полимерных композиционных материалов. В 2 кн. Кн. 1: Проектирование конструкций*. Семенов В.И., ред. Москва, Энергоатомиздат, 2002, с. 386–448.
- [3] Зиновьев П.А. Термостабильные структуры многослойных композитов. *Механика конструкций из композиционных материалов*. Протасов В.Д., ред. Москва, Машиностроение, 1992, с. 193–207.
- [4] Смердов А.А. *Разработка методов проектирования композитных материалов и конструкций ракетно-космической техники*. Дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 2008, 410 с.
- [5] Смердов А.А., Таирова Л.П., Тимофеев А.Н., Шайдуров В.С. Методика проектирования и экспериментальной обработки размеростабильных трубчатых стержней из углепластика. *Конструкции из композиционных материалов*, 2006, № 3, с. 12–23.
- [6] Romashin A.G., Komissar O.N., Zinoviev P.A., Smerdov A.A. Dimensionally Stable Carbon Fibre Reinforced Plastic Tubes. *Progress through innovation and cost effectiveness. Proc. of the 19th International SAMPE Europe Conference of the Society for the Advancement of Material and Process Engineering*. Paris, 1998, pp. 529–539.

- [7] Зиновьев П.А., Смердов А.А., Цветков С.В., Кулиш Г.Г., Таирова Л.П. Проектирование и расчет термоактивных элементов интеллектуальных композиционных материалов и конструкций для аэрокосмической техники. *Интеллектуальные композиционные материалы и конструкции: Труды 1-го Российского научно-технического симпозиума*. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004, с. 121–125.
- [8] Смердов А.А., Баслык К.П. Возможности управления термическим деформированием космической платформы из углепластика. *Механика композиционных материалов и конструкций*, 2005, № 1, с. 41–48.
- [9] Моишеев А.А., Цвелев В.М., Ильясов М.Ф., Смердов А.А., Баслык К.П., Таирова Л.П., Климакова Л.А., Половый А.О. Разработка размеростабильной космической платформы из углепластика. *Актуальные вопросы проектирования космических систем и комплексов. Сб. науч. тр.* Калуга, Полиграф-Информ, 2009, вып. 7, с. 213–224.
- [10] Зиновьев П.А., Смердов А.А. *Оптимальное проектирование композитных материалов*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, 103 с.
- [11] Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. *Механические системы и конструкции*. Москва, Мир, 1983, 478 с.
- [12] Хог Э., Чой К., Комков В. *Анализ чувствительности при проектировании конструкций*. Москва, Мир, 1988, 428 с.
- [13] Попов Б.Г., Буланов И.М., Сумин Ю.В. Анализ размерных отклонений трехслойных параболических рефлекторов при сборке. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2005, № 2, с. 22–40.
- [14] Yeh H.-L., Yeh H.-Y. The Effect of Lamina Material Properties on Hygrothermal Expansion Coefficients of Angle-Ply Laminates. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2004, vol. 23, no. 15, pp. 1673–1681.
- [15] Зиновьев П.А. Прочностные, термоупругие и диссипативные характеристики композитов. Васильев В.В., Тарнопольский Ю.М., ред. *Композиционные материалы*. Москва, Машиностроение, 1990, с. 232–267.
- [16] Хайер М. Механика пластин из несимметричных слоистых композитов. *Прикладная механика композитов*. Москва, Мир, 1989, с. 143–175.

Статья поступила в редакцию 06.07.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Смердов А.А. Анализ чувствительности при проектировании композитных размеростабильных космических конструкций. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 7. URL: <http://engjournal.ru/catalog/machin/rocket/857.html>

**Смердов Андрей Анатольевич** окончил МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1981 г. Д-р техн. наук, профессор кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор 101 научной работы в области оптимального проектирования композитных материалов и конструкций ракетно-космической техники. e-mail: [asmerdov@mail.ru](mailto:asmerdov@mail.ru)