

Моделирование спекания с помощью теории пластичности

© Н.Г. Бураго^{1,2}, И.С. Никитин³

¹ Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 119526, Россия

² МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

³ Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, 123056, Россия

Предложен вариант теории упругопластического течения пористой среды для расчета спекания порошковых композитов. Представлены примеры конечно-элементного расчета неоднородных процессов прессования и спекания. Принято во внимание влияние термомеханических условий на окончательную форму и распределение пористости спекаемого изделия с учетом контактного взаимодействия со стенками пресс-формы.

Ключевые слова: жидкостное спекание, холодное прессование, сложная форма, контактное взаимодействие, разрушение, пористость, поврежденность, упругость, пластичность.

Введение. Рассмотрены процессы прессования и жидкостного спекания двухкомпонентных порошковых композитов. Материал порошкового композита схематично изображен на рис. 1 в виде смеси легкоплавких частиц, образующих матрицу композита, тугоплавких частиц твердой фазы и воздушных пор.

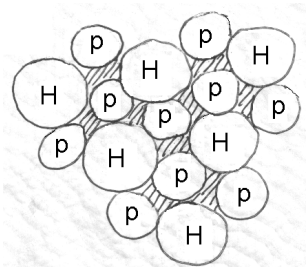


Рис. 1. Схема порошкового композита (Н — частицы твердосплавной составляющей; р — воздушные поры; материал матрицы композита заштрихован)

Поры между частицами заполнены газами (воздухом). Если температура композита достаточна для плавления легкоплавкой составляющей и происходит смачивание частиц твердой фазы расплавленным материалом матрицы, поровые капиллярные силы поверхностного натяжения на жидкой поверхности пор суммарно действуют как всестороннее сжимающее напряжение большой интенсивности, сравнимое по порядку величины с модулями упругости материалов композита.

Эта нагрузка, не обусловленная деформацией и называемая напряжением спекания, обеспечивает постепенное закрытие пор (спекание).

Сначала порошок композита насыпают в пресс-форму и уплотняют штампами (осуществляется процесс прессования). В результате получают пористую твердую деформируемую заготовку будущего изделия, называемую прессовкой (green body). Затем прессовку разогревают в печи до температуры, обеспечивающей плавление легкоплавкого материала матрицы, и происходит спекание композита (закрытие пор), требующее определенного времени.

В подавляющем числе публикаций описаны исследования процесса спекания, направленные на выяснение его физико-химической природы в представительных объемах в условиях макрооднородного состояния. Значительно меньшее число публикаций посвящено предсказанию результатов спекания реальных изделий в условиях сложной геометрии и неоднородных состояний, которое реализуется методами континуальной механики на основе данных о спекании представительных объемов. История исследований процессов спекания освещена в работе [1].

Имеется три основных варианта континуального моделирования макронеоднородных процессов спекания:

первый вариант — определяют остаточную пористость в прессовках по уравнению кинетики спекания представительного объема с использованием рассчитанного распределения температуры (например, [2]);

второй вариант — дополнительно рассчитывают необратимые объемные и сдвиговые деформации прессовок по уравнениям вязкого течения без учета упругости (например, [3]);

третий вариант — дополнительно учитывают упругие деформации и спекание прессовок рассматривают как течение вязкоупругой (например, [4]) или упругопластической пористой среды (например, [5]).

Прессовка изначально является пористым твердым деформируемым телом, т. е. обладает структурой и способностью помнить свою форму, хотя при этом имеет крайне слабые начальные упругие свойства. Именно слабость упругих свойств провоцирует авторов теорий вязкого течения на упрощенную формулировку, пренебрегающую упругими деформациями.

Пренебрежение упругой деформацией аннулирует важнейшее свойство твердых деформируемых тел — память о разгруженном состоянии. В теориях вязкого течения консервативные упругие напряжения, свойственные структурированным средам, заменены диссипативными вязкими напряжениями. Однако вязкие напряжения не могут входить в критерий разрушения структуры среды, означающий разрыв упругих связей. Вязкие напряжения также не могут играть роль

остаточных напряжений, поскольку в состоянии покоя вязких напряжений нет. Значит, если не учитывать упругие напряжения, получить правильный ответ на ряд важнейших практических вопросов невозможно. Соответственно формулировки, учитывающие упругость, являются предпочтительными.

В настоящей работе к расчету прессования и спекания применена простейшая модификация теории упругопластического течения [6]. В систему уравнений обычной теории добавлено кинетическое уравнение для расчета эволюции пористости под действием упругого давления (процесс прессования) и напряжения спекания (процесс спекания), а свойства упругости приняты зависящими от пористости. Отличие таких моделей от моделей вязкого течения состоит в том, что напряжения обусловлены именно упругой частью деформации и ограничены условием пластичности. Скорость необратимых деформаций формоизменения определяется законом пластического течения, а скорость необратимой объемной деформации, непосредственно связанная со скоростью изменения пористости, — законом вязкого течения для упругого давления и напряжения спекания. Рассматриваемая модификация легко внедряется в программы расчета упругопластических сред для адаптации к процессам спекания.

На модельных примерах численно продемонстрирована способность модифицированной теории упругопластического течения воспроизводить эффекты уплотнения материала при прессовании и спекании, определять остаточные пористость, напряжения и деформации в прессовке, а также ее остаточную форму.

Описанный вариант теории не претендует на завершенность и трактует процесс спекания очень упрощенно. Не рассматриваются эффекты диффузии и межфазные химические взаимодействия, эффекты фильтрации материала матрицы и газов к границам прессовки и эффекты, связанные с эволюцией микроструктуры в представительных объемах.

Для тарировки применяемой теории требуются данные микромеханики и физического эксперимента о кинетике спекания в условиях макрооднородного состояния представительного объема. Необходима информация о зависимости скорости изменения пористости, коэффициентов теплоемкости и теплопроводности, модулей упругости и предела текучести от пористости и температуры для конкретного состава порошкового композита.

Решения получены с использованием неявной квазиньютоновской конечно-элементной схемы [7]. Разрушение при спекании пока не рассчитывалось, хотя такая возможность имеется [8]. Технические вопросы, требующие исследования неоднородных процессов спекания,

обсуждаются подробно в работе [9]. Отметим, что все цитируемые источники свободно доступны в Интернете.

Вариант теории упругопластического течения для расчета процессов спекания. Набор термодинамических параметров состояния упругопластической пористой разрушающейся среды обычно содержит температуру T , деформацию $\boldsymbol{\epsilon}$, скорость деформации \mathbf{e} , пластическую деформацию $\boldsymbol{\epsilon}_p$, поврежденность θ и пористость ω . В простейшем случае свободную энергию φ и скорость диссипации энергии D в единице массы можно записать как

$$\varphi = \frac{K}{2\rho_p} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_p} + \beta(T - T_0) \right)^2 + h_1 \frac{\mu}{\rho} (\boldsymbol{\epsilon}' - \boldsymbol{\epsilon}'_p)^2 : \mathbf{I} + H(T - T_\omega) \varphi_\omega(T - T_\omega, \omega); \quad (1)$$

$$D = H(\Phi_p) k_y \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}'_p}{dt} : \frac{d\boldsymbol{\epsilon}'_p}{dt} \right)^{1/2} + \frac{k_T}{T} \nabla T \cdot \nabla T + H(\Phi_\theta) k_\theta \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + H(\Phi_\omega) k_\omega \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2, \quad (2)$$

где K и μ — модули упругости всестороннего растяжения-сжатия и сдвига соответственно; ρ и ρ_p — плотности текущего и разгруженного состояний соответственно; β — коэффициент температурного растяжения-сжатия; \mathbf{I} — тензорная единица, двоеточие обозначает двойное скалярное произведение, $h_1 = (1 - 2/3(\boldsymbol{\epsilon} : \mathbf{I}))^{-1}$; T_ω — температура плавления легкоплавкой составляющей; $H(\dots)$ — функция Хевисайда, равная единице для неотрицательных значений аргумента и нулю — в противном случае. Функции параметров состояния выражают: $\Phi_p = \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}' - k_y^2(T, \omega)$ — функцию нагружения; $\Phi_\theta \geq 0$ — условие разрушения; $\Phi_\omega \geq 0$ — условие жидкостного спекания. Функции параметров состояния также определяют: k_y — радиус поверхности текучести; k_T — коэффициент теплопроводности; k_θ и k_ω — кинетику поврежденности θ и пористости ω соответственно. В формулах (1), (2) использованы пространственные тензоры напряженно-деформированного состояния, отнесенные к актуальной конфигурации, оператор пространственного дифференцирования ∇ и оператор материальной временной производной d/dt ; штрихи выделяют дивиадоры тензоров напряжений и деформаций. Кинетика пористости напрямую связана с кинетикой объемной пластической деформации [3]:

$$\mathbf{e}_p : \mathbf{I} = \frac{1}{1 - \omega} \frac{d\omega}{dt}.$$

Выражения для свободной энергии и скорости диссипации максимально упрощены. Первое и второе слагаемые в выражении свобод-

ной энергии определяют упругую энергию объемных и сдвиговых упругих деформаций, причем только объемные деформации считаются большими, а девиатор упругих деформаций малым. Выражение для энергии объемных деформаций является обычным, оно учитывает температурные деформации всестороннего расширения-сжатия (с коэффициентом β). Множитель h_1 во втором слагаемом приводит к упрощенной связи девиаторов напряжений и упругих деформаций, характерной для малых деформаций. Третье слагаемое выражает свободную энергию активных пор, которая зависит от пористости и температуры, причем включается в выражение только при достижении температуры плавления T_ω материала матрицы. Этот член отвечает за выражение для напряжения спекания. В упрощенной формулировке опущены члены, связанные с большими деформациями формоизменения, что допустимо в контексте задач спекания.

Из выражений (1), (2) на основании законов термодинамики выведены следующие определяющие соотношения [6]:

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\sigma} &= -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}', \\
 \boldsymbol{\sigma}' &= 2\mu(\boldsymbol{\varepsilon}' - \boldsymbol{\varepsilon}'_p), \\
 p &= K \frac{\rho}{\rho_p} \left(\ln \frac{\rho}{\rho_p} + \beta(T - T_0) \right), \\
 \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}'_p}{dt} &= H(\boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}' - k_p^2) \lambda_p \boldsymbol{\sigma}', \\
 \frac{d\rho_p}{dt} &= -\frac{\rho_p}{1 - \omega} \frac{d\omega}{dt}, \\
 \frac{d\theta}{dt} &= -H(\Phi_\theta) k_\theta^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta}, \\
 \frac{d\omega}{dt} &= -H(\omega) k_\omega^{-1} (p + \sigma_\omega), \\
 \mathbf{q} &= -k_T \nabla T,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений Коши; $\boldsymbol{\sigma}'$ — девиатор напряжений; p — давление; $\boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - (\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{I})\mathbf{I}/3$ — девиатор деформаций; $\boldsymbol{\varepsilon}'_p = \boldsymbol{\varepsilon}_p - (\boldsymbol{\varepsilon}_p : \mathbf{I})\mathbf{I}/3$ — девиатор пластических деформаций; ρ_p — плотность композита в разгруженном состоянии; σ_ω — напряжение спекания,

$$\sigma_\omega = \rho \frac{\partial \varphi_\omega}{\partial \omega} (1 - \omega).$$

Дополним уравнения (3) выражениями, определяющими законы сохранения массы, импульса и энергии:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}, \\
 \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma},
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\rho c_V \frac{dT}{dt} = \boldsymbol{\sigma} : \nabla \otimes \mathbf{v} - \nabla \cdot \mathbf{q} + r,$$

а также кинематическими соотношениями

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v},$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \otimes \mathbf{u} + \mathbf{u} \otimes \nabla - (\nabla \otimes \mathbf{u}) \cdot (\mathbf{u} \otimes \nabla)), \quad (5)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^0.$$

Здесь $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{x}^0, t)$ — траектории материальных точек, $\mathbf{x}^0 = \mathbf{x}(\mathbf{x}^0, 0)$ — лагранжевы координаты; \mathbf{u} — перемещения; \mathbf{v} — скорости; d/dt — материальные временные производные.

Тогда получаем полную систему 15 уравнений (3)–(5) относительно 15 искомым функций: $(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\varepsilon}', \boldsymbol{\varepsilon}'_p, \omega, \rho, \rho_p, T, \mathbf{q}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\sigma}', p, \theta)$, среди которых можно выделить основные искомые функции, для них уравнения являются эволюционными: $Y = (\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\varepsilon}'_p, \omega, \rho, \rho_p, \theta, T)$.

Начальные условия имеют вид

$$t = 0, \quad \mathbf{x} \in V : Y = Y^0(x),$$

где V — пространственная область решения с границей S .

Граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} t \geq 0, \quad \mathbf{x} \in S_v \subseteq S : \quad \mathbf{v} &= \mathbf{v}_*(\mathbf{x}, t), \\ t \geq 0, \quad \mathbf{x} \in S \setminus S_v : \quad \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= f_*(\mathbf{x}, t), \\ t \geq 0, \quad \mathbf{x} \in S_T \subseteq S : \quad T &= T_*(\mathbf{x}, t), \\ t \geq 0, \quad \mathbf{x} \in S \setminus S_T : \quad \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} &= Q_*(\mathbf{x}, t), \end{aligned}$$

где \mathbf{n} — единичная внешняя нормаль к границе, а правые части граничных условий являются заданными функциями.

Прессование в однородном состоянии. Сначала проверим, как теория описывает процесс уплотнения порошка, засыпанного в форму, под действием внешнего давления в условиях однородного напряженно-деформированного состояния.

Рассмотрим прессовку квадратного сечения в плоском деформированном состоянии (рис. 2, а). Штриховой линией показано начальное положение границы, сплошной — конечное положение. Левая и нижняя границы квадратного сечения представляют собой оси симметрии. Верхняя и правая границы нагружены равномерным давлением, которое в течение периода времени $0 < t < 50$ поддерживается постоянным и равным единице. Начальная пористость составляет 0,5. Зависимость среднего напряжения от времени показана на рис. 2, б.

Зависимости пористости и граничной скорости, построенные по результатам расчета (рис. 3), согласуются с зависимостями, полученными аналитически.

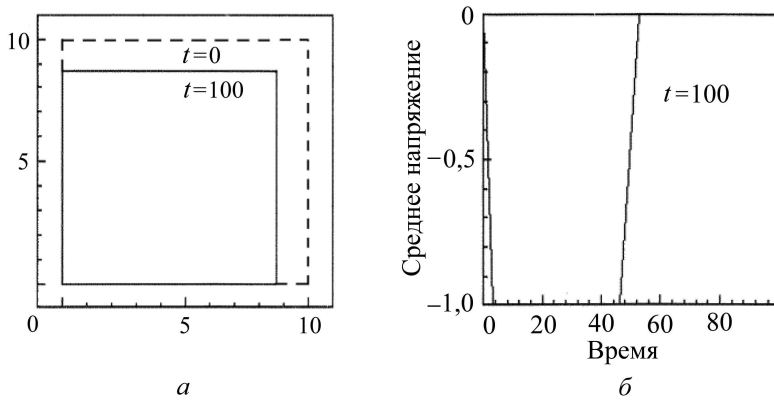


Рис. 2. Начальное (---) и конечное (—) положения границ прессовки квадратного сечения (а), изменение среднего напряжения (б) в процессе прессования

Принимались следующие исходные данные:

$$K = 975(1 - \omega), \quad \mu = 369(1 - \omega), \quad k_y = 1 - \omega,$$

$$c^2 = \frac{K + 4\mu/3}{\rho} = 1, \quad k_\omega = 0,1, \quad \sigma_\omega = 0, \quad k_\theta = 0.$$

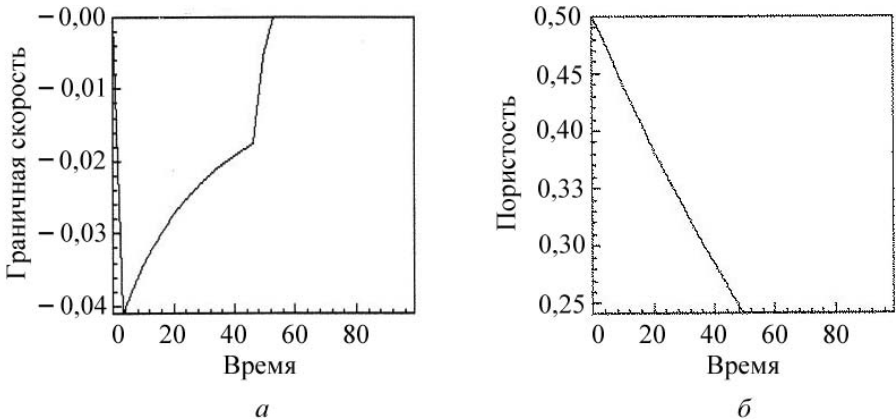


Рис. 3. Изменение граничной скорости (а) и пористости (б) в процессе холодного прессования

Спекание в однородном состоянии. Теперь проверим, как работает рассматриваемая теория при описании горячего спекания в условиях однородного состояния. В начальный момент времени пористость равна 0,5, квадратная в сечении заготовка равномерно разогрета, легкоплавкая составляющая расплавлена. Свойства материала были теми же, что и в предыдущем примере, кроме $\sigma_\omega = \omega$. Поле скоростей в ходе процесса показано на рис. 4, а. Зависимости вычисленных давления, граничной скорости в точке (0, 10) и пористости показаны на рис. 4, б-г.

Процесс спекания сопровождается необратимой деформацией всестороннего сжатия, не вызывающей при однородном состоянии среднего напряжения, расчетное значение которого (см. рис. 4, б) практически равно нулю.

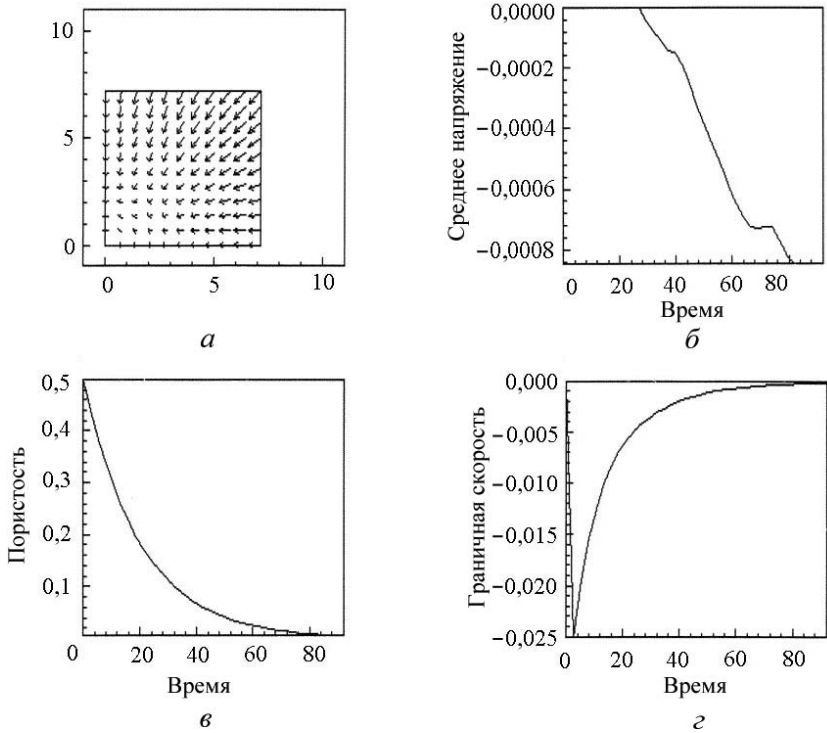


Рис. 4. Поле скоростей (а), изменение среднего напряжения (б), пористости (в) и граничной скорости (г) в процессе однородного спекания

Прессование и спекание в неоднородном состоянии. Рассмотрим пример расчета осесимметричных процессов прессования и спекания для случая неоднородного термомеханического состояния. Изменение внешних воздействий во времени показано на рис. 5, расчетная схема и начальная сетка — на рис. 6. Для наглядности на всех рисунках область решения зеркально дополнена.

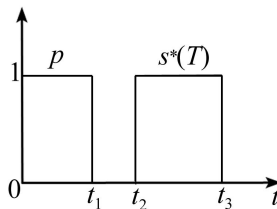


Рис. 5. Изменение внешних воздействий на стадиях прессования, $0 \leq t \leq t_1$, релаксации, $t_1 \leq t \leq t_2$ и $t_3 \leq t \leq t_4$, спекания $t_2 \leq t \leq t_3$

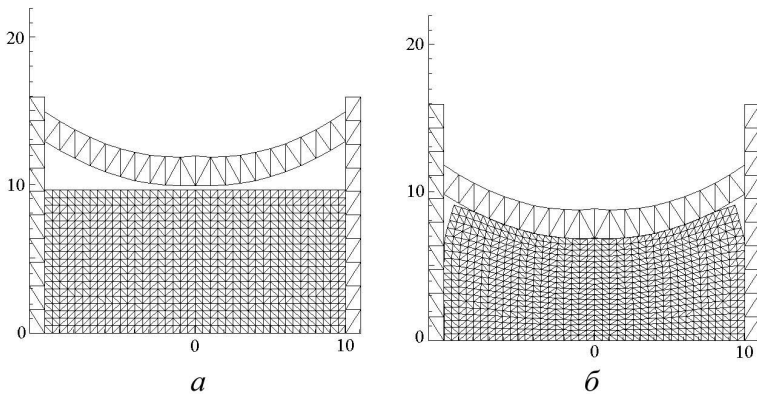


Рис. 6. Стадия холодного прессования порошка в цилиндрической пресс-форме подвижным сферическим штампом при $t = 0$ (а) и $t = 38$ (б)

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ в печь цилиндрической формы насыпают композитный порошок, пористость которого плоским штампом доведена до значения $\omega_0 = 0,5$. Это значение соответствует начальному состоянию. Далее рассчитывают параметры процесса холодного прессования с помощью сферического штампа-крышки, движущегося вниз и деформирующего прессовку до неоднородного состояния (см. рис. 6) для момента времени $t = 30$. Затем штамп убирают вверх, а прессовку (green body) выдерживают до $t = 40$. Далее печь нагревают до температуры T_0 , которая сохраняется постоянной до момента времени $t = 140$ и поддерживают напряжение спекания, зависимость которого от пористости принимали в виде

$$\sigma_{\omega} = s^*(T)\omega = H(t - t_2)H(t_3 - t)\omega.$$

Вначале прессовка не сопротивляется деформации, модули упругости и предел текучести ее материала зависят от пористости как

$$K = 975\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right), \quad \mu = 369\left(1 - \frac{\omega}{\omega_0}\right), \quad k_y = 1 - \frac{\omega}{\omega_0},$$

где $\omega_0 = 0,5$ — начальная пористость. По мере уменьшения пористости свойства упругости нарастают.

Распределение пористости и пластической работы после стадии холодного прессования показано на рис. 7. В процессе холодного прессования благодаря пластическому течению прессовка нагревается за счет работы пластической деформации. Полученное в предположении, что работа деформации перешла в теплоту и диффузия теплоты отсутствует ($k_T = 0$), распределение тепловой внутренней энергии ($c_V T$) после прессования показано на рис. 8, а. Полагаем, то этой теплоты недостаточно для расплавления легкоплавкой компоненты.

Достигнув предельного положения, сферический штамп начинает обратное движение и до момента времени $t = 50$ напряжения и малые упругие деформации в композите немного уменьшаются, но не

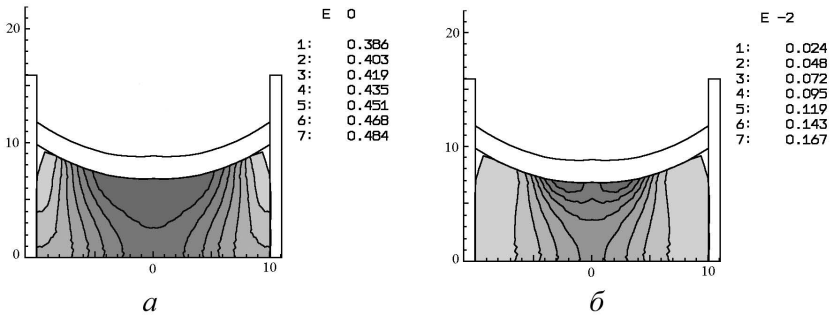


Рис. 7. Распределение пористости (а) и пластической работы (б) в конце стадии холодного прессования при $t = 40$

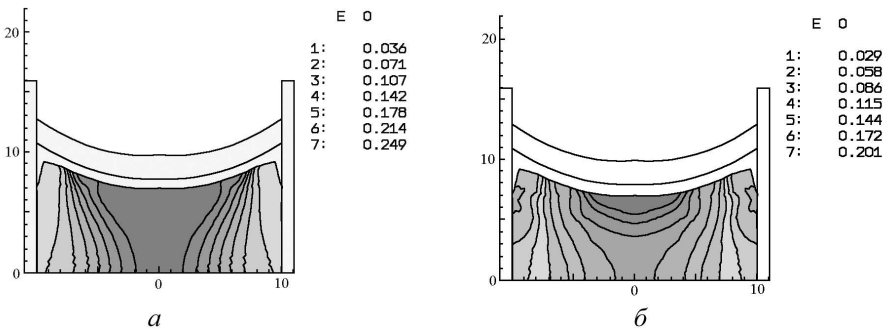


Рис. 8. Распределение температуры (а) и интенсивности напряжений (б) перед началом спекания (нагрев за счет работы пластической деформации)

исчезают совсем из-за неоднородности состояния и несовместности пластических деформаций. Распределение интенсивности остаточных напряжений показано на рис. 8, б.

Далее в момент времени $t = 50$ начинается процесс спекания, который заканчивается при $t = 140$. В тех местах области решения, где плотность композита достигает предельного значения, процесс спекания заканчивается раньше. Окончательная форма изделия, распределение пористости и интенсивность остаточных напряжений показаны на рис. 9.

Изменение пористости в точке с координатами $x = y = 0$ показано на рис. 10, а, на котором отчетливо видны стадии прессования ($0 \leq t \leq 30$), выдержки ($30 \leq t \leq 50$) и спекания ($50 \leq t \leq 100$). Распределение контактной нормальной нагрузки под штампом для момента времени $t = 30$ (максимальное сжатие) иллюстрирует рис. 10, б. Трением между штампом, стенками пресс-формы и прессовкой пренебрегали, хотя в программе расчета предусмотрена возможность учета сил трения на контакте.

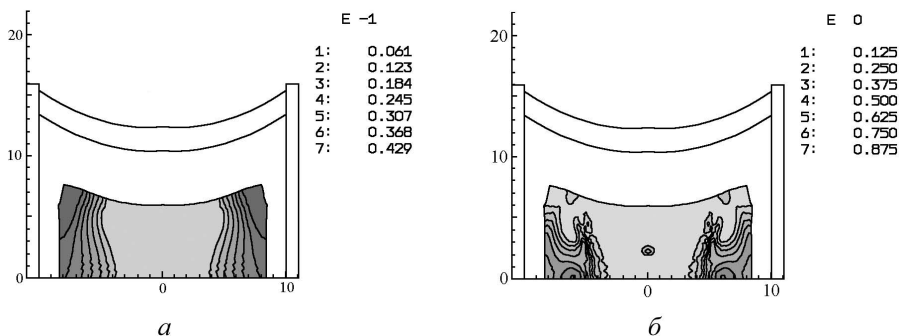


Рис. 9. Форма тела, распределение пористости (а) и интенсивности остаточных напряжений (б) после спекания

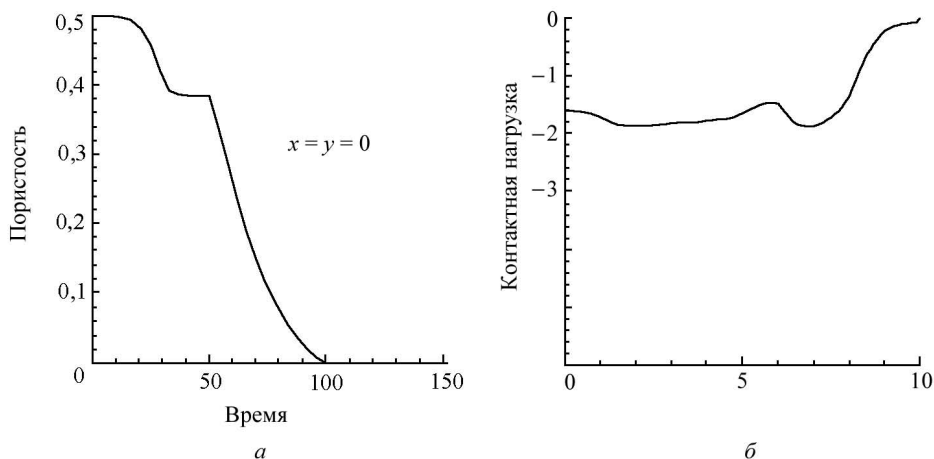


Рис. 10. Изменение пористости в точке $x = y = 0$ (а) и распределение контактной нагрузки при $t = 30$ (б)

Выводы. На конкретном примере показано, как в рамках теории пластичности сформулировать и решить задачу о спекании порошкового композита. Таким образом, теория термоупругопластической пористой среды, дополненная кинетическим уравнением эволюции пористости, может служить эффективным инструментом расчета истории напряженно-деформированного состояния и окончательной формы спекаемых тел, в также предсказания остаточных напряжений, деформаций и пористости.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 12-08-00366-а, 12-08-01260-а).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] German R.M. Review: Liquid phase sintering. *J. Mater. Sci.*, 2009, vol. 44, pp. 1–39.
 [2] Гостеев Ю.А., Федоров А.В. Математическое моделирование спекания ультрадисперсного порошка. *Физика горения и взрыва*, 2004, т. 40, № 2, с. 42–44.

- [3] Скороход В.В. *Реологические основы теории спекания*. Киев, Наук. думка, 1972, 149 с.
- [4] Жорник В.А., Прокопенко Ю.А. Моделирование процессов спекания порошковых покрытий при тепловом и механическом воздействиях. *Вестник ТГТУ*, 2010, т. 16, № 1, с. 59–66.
- [5] Hermandes J., Oliver J., Cante J.C., Weyler R. Numerical modeling of crack formation in powder forming processes. *Int. J. Solids and Structures*, 2011, vol. 48, pp. 292–316.
- [6] Бураго Н.Г., Глушко А.И., Ковшов А.Н. Термодинамический метод получения определяющих уравнений для моделей сплошных сред. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 2000, № 6, с. 4–15.
- [7] Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. Численное решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет программ АСТРА. *Вычислительная механика твердого деформируемого тела*. Москва, Наука, 1991, вып. 2, с. 78–122.
- [8] Бураго Н.Г. Моделирование разрушения упругопластических тел. *Вычислительная механика сплошных сред*, 2008, т. 1, № 4, с. 5–20.
- [9] Польшкин И.С., Бураго Н.Г., Никитин И.С. Получение деталей из титана с «тэйлор»-структурой и свойствами. *ТИТАН*, 2012, № 4, с. 37–41.

Статья поступила в редакцию 20.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Бураго Н.Г., Никитин И.С. Моделирование спекания с помощью теории пластичности. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 8. URL: <http://engjournal.ru/catalog/mathmodel/hidden/883.html>

Бураго Николай Георгиевич — д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотруд. Института проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, проф. кафедры «Прикладная математика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. e-mail: burago@ipmnet.ru

Никитин Илья Степанович — д-р физ.-мат. наук, вед. науч. сотруд. Института автоматизации проектирования РАН. e-mail: i_nikitin@list.ru