

Необратимые процессы в квантовой телепортации

© Е.О. Киктенко, С.М. Коротаев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

Рассмотрено влияние различных моделей декогеренции квантового канала на необратимое изменение чистого состояния при его передаче через протокол телепортации. Получено, что в случае дефазирования и диссипации одной из частиц канала существует оптимальный базис для кодирования классического бита информации. Для асимметричных квантовых каналов обнаружена возможность существенного улучшения качества канала при высокой степени диссипации.

Ключевые слова: необратимость, причинность, квантовая телепортация, время.

Введение. Квантовая телепортация [1] является одним из наиболее впечатляющих примеров применения физики квантовой информации. С помощью двух каналов — квантового, представляющего собой пару максимально запутанных частиц, и обычного классического — одна сторона (Алиса) может передать другой стороне (Бобу) произвольное квантовое состояние, которое в общем случае самой Алисе неизвестно.

На практике слабым звеном в протоколе квантовой телепортации является использование пары запутанных частиц. Взаимодействие частиц этой пары с окружающей средой приводит к необратимому разрушению исходной запутанности, которая, в свою очередь, приводит к необратимому искажению передаваемого посредством телепортации сигнала.

Данная работа посвящена исследованию влияния декогеренции квантового канала на необратимое изменение передаваемого состояния через телепортацию.

Процесс квантовой телепортации с учетом декогеренции. Вначале рассмотрим стандартную схему протокола квантовой телепортации [1]. Пусть одна сторона (Алиса) хочет передать состояние своей частицы A другой стороне (Бобу). Мы будем рассматривать простейший вариант данного состояния — кубит, когда частица A находится в состоянии $|\psi\rangle_A = \alpha|0\rangle_A + \beta|1\rangle_A$, где векторы $|0\rangle$ и $|1\rangle$ представляют собой ортонормированный базис; α , β — некоторые комплексные числа, удовлетворяющие стандартному условию нормировки $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Отметим, что α и β могут быть неизвестны самой Алисе (и неизвестны вообще).

Для передачи квантового состояния $|\psi\rangle$ Алиса и Боб должны использовать два канала связи: квантовый и классический. Первый

представляет собой пару максимально запутанных частиц B и C . Изначально частица C находится у Алисы, а B — у Боба. Для удобства дальнейшего использования введем цифровое обозначение векторов стандартного белловского базиса:

$$\begin{aligned} |\Psi_1\rangle &\equiv |\Phi^+\rangle \equiv 1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle); \\ |\Psi_2\rangle &\equiv |\Phi^-\rangle \equiv 1/\sqrt{2}(|00\rangle - |11\rangle); \\ |\Psi_3\rangle &\equiv |\Psi^+\rangle \equiv 1/\sqrt{2}(|01\rangle + |10\rangle); \\ |\Psi_4\rangle &\equiv |\Psi^-\rangle \equiv 1/\sqrt{2}(|01\rangle - |10\rangle). \end{aligned} \quad (1)$$

Условимся, что пара CB находится в состоянии $|\Psi_1\rangle_{CB}$.

Квантовая телепортация проходит в три этапа. Сначала Алиса производит совместное измерение над частицами A и C в белловском базисе (1). При этом происходит коллапс состояния $|\Psi_1\rangle_{CB}$ и частица B оказывается в одном из четырех случайных состояний. Далее Алиса пересылает по классическому каналу связи результат своего измерения Бобу (фактически это число $i \in \{1, 2, 3, 4\}$). Наконец, в зависимости от полученного сообщения Боб совершает над своей частицей B одно из четырех унитарных преобразований U_i . Для исходного состояния квантового канала $|\Psi_1\rangle_{CB}$ имеем следующее соответствие между результатом измерения Алисы $|\Psi_i\rangle_{AC}$ и необходимым унитарным преобразованием Боба:

$$\begin{aligned} U_1 &= |0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|; \\ U_2 &= |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|; \\ U_3 &= |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|; \\ U_4 &= |1\rangle\langle 0| - |0\rangle\langle 1|. \end{aligned} \quad (2)$$

Трансформацию исходного состояния системы частиц ACB $\rho_{ACB}^{\text{in}} = |\Psi\rangle\langle\Psi|_A \otimes |\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|_{CB}$ в конечное ρ_{ACB}^{out} можно записать в канонической форме:

$$\rho_{ACB}^{\text{out}} = \sum_{i=1\dots 4} \Omega_i \rho_{ACB}^{\text{in}} \Omega_i^\dagger, \quad (3)$$

где $\Omega_i = |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i| \otimes U_i$.

В результате данной трансформации частица Боба оказывается в желаемом состоянии $\rho_B^{\text{out}} = \text{Tr}_{AC} \rho_{ACB}^{\text{out}} = |\Psi\rangle\langle\Psi|_B$, в то время как состояние частицы Алисы оказывается в максимально смешанном состоя-

нии: $\rho_A = \text{Tr}_{CB} \rho_{ACB}^{\text{out}} = 1/2(|0\rangle\langle 0|_A + |1\rangle\langle 1|_A)$ (Tr_{XY} обозначает операцию частичного следа по частицам X и Y).

Одним из основных препятствий на пути широкого использования квантово-информационных технологий является крайняя чувствительность квантовых состояний к воздействию окружающей среды. В результате декогеренции — типичного необратимого процесса — происходит разрушение начального запутанного состояния квантового канала CB и для его описания необходимо использовать уже не вектор, а некоторую матрицу плотности $\rho_{CB}^{\text{dec}} = F(|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|_{CB})$ (конкретные варианты воздействия окружения F будут рассматриваться в следующей части).

После подстановки нового начального состояния $\rho_{ACB}^{\text{in, dec}} = |\Psi\rangle\langle\Psi|_A \otimes \rho_{CB}^{\text{dec}}$ в трансформацию (3) новое конечное состояние частицы B в общем случае становится смешанным. Это означает, что на выходе протокола телепортации с неидеальным квантовым каналом получается состояние с некоторой неопределенностью. В качестве меры неопределенности смешанного состояния ρ_X удобно использовать энтропию фон Неймана

$$S_X = -\text{Tr}[\rho_X \log_2 \rho_X], \quad (4)$$

где Tr — оператор взятия следа.

Рассмотрим, как зависит порождаемая неидеальностью квантового канала энтропия S_B^{out} выходного состояния $\rho_B^{\text{out}} = \text{Tr}_{AC} \rho_{ACB}^{\text{out}}$ от вида квантового канала ρ_{CB}^{dec} и телепортирующегося состояния $|\Psi\rangle$. Под качеством канала количественно будет пониматься близость S_B^{out} к нулю.

Для вычисления энтропии выходного сигнала рассмотрим следующую схему протокола телепортации (рис. 1). Пусть исходно частица A находится в состоянии $|0\rangle_A$. Далее Алиса поворачивает вектор состояния на произвольный угол $\theta \in [0, \pi]$ с помощью унитарного преобразования поворота

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta/2) & -\sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) & \cos(\theta/2) \end{pmatrix}$$

и получает состояние $|\Psi\rangle_A = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle_A - \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle_A$ (фактически рассматривается поворот вектора состояния на сфере Блоха вокруг оси Y). Затем Алиса подает получившееся состояние в протокол телепортации: производит измерение в белловском базисе и посылает результат Бобу, который производит одно из четырех унитарных пре-

образований (2). В результате в идеальном случае у Боба должно оказаться состояние $|\psi\rangle_B = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle_B - \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle_B$. Теперь, чтобы убедиться в успешности телепортации, Боб поворачивает свое состояние обратно на угол $-\theta$ и в идеальном случае получает состояние $|0\rangle_B$. Измеряя свое состояние в базисе $|0\rangle, |1\rangle$, он должен со 100 %-ной вероятностью получить состояние 0 (считаем, что детектор идеален).

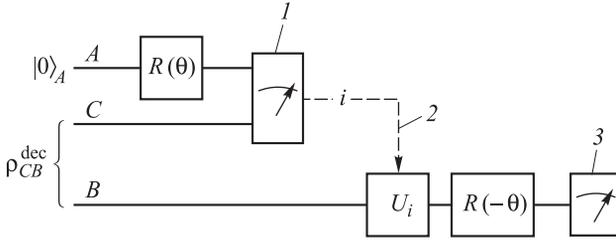


Рис. 1. Схема к оценке точности телепортации произвольного состояния $|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle - \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$ с использованием неидеального квантового канала ρ_{CB}^{dec} :

$R(\theta)$, $R(-\theta)$ — унитарные преобразования поворота; U_i — одно из унитарных преобразований (2); 1 — совместное измерение в базисе Белла; 2 — классический канал связи; 3 — измерение в базисе $|0\rangle, |1\rangle$

В случае декогеренции квантового канала показания детектора Боба будут иметь некоторый разброс, определяемый энтропией выходного состояния S_B^{out} . В рассматриваемых далее ситуациях декогеренции выходное состояние ρ_B^{out} оказывается диагональным, и поэтому энтропия фон Неймана (4) состояния ρ_B^{out} совпадает с энтропией Шеннона показаний детектора Боба.

С учетом измерения Боба схема, представленная на рис. 1, описывается преобразованием

$$\rho_{ACB}^{\text{out, dec}} = \sum_{\substack{i=1, \dots, 4 \\ j=0, 1}} \Omega_{ij} (|0\rangle\langle 0|_A \otimes \rho_{CB}^{\text{dec}}) \Omega_{ij}^\dagger, \quad (5)$$

где $\Omega_{ij} = (|\Psi_i\rangle\langle\Psi_i| \otimes |j\rangle\langle j| R(-\theta)U_i)(R(\theta) \otimes I_4)$; I_4 — единичная матрица размерности 4×4 .

Модели декогеренции. Рассмотрим модели различных процессов декогеренции, которые могут воздействовать на квантовый канал. Можно выделить три основных варианта декогеренции: дефазирование, деполаризацию и диссипацию. Каждый из них является необратимым

процессом и соответствует определенному образу взаимодействия кубита с окружающей средой. В работах [2, 3] предложено упростить сложную временную динамику необратимого запутывания кубита с окружением введением безразмерного параметра $p \in [0, 1]$, характеризующего степень декогеренции. При $p = 0$ имеем исходное состояние до взаимодействия с окружающей средой, при $p = 1$ конечное полностью декогерированное состояние.

Каждому виду декогеренции можно поставить в соответствие трансформацию матричных элементов, определяемую параметром p . Согласно работам [2, 3], дефазирование определяется следующей трансформацией:

$$\begin{aligned} |0\rangle\langle 0| &\rightarrow |0\rangle\langle 0|; \\ |1\rangle\langle 1| &\rightarrow |1\rangle\langle 1|; \\ |1\rangle\langle 0| &\rightarrow (1-p)|1\rangle\langle 0|; \\ |0\rangle\langle 1| &\rightarrow (1-p)|0\rangle\langle 1|. \end{aligned} \tag{6}$$

Отсюда следует, что при дефазировании уничтожаются лишь недиагональные элементы исходной матрицы. Применяя трансформацию (6) к любому из кубитов в паре $|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|_{CB}$ (именно он используется в протоколе), получаем

$$\rho_{CB}^{\text{deph}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1-p \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-p & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Отметим, что дефазирование B вместо C ведет к такому же результату.

Действие полного дефазирования ($p = 1$) совпадает с действием проективного измерения в базисе $|0\rangle, |1\rangle$ соответствующего кубита. Таким образом, дефазирование уничтожает квантовые корреляции, оставляя нетронутыми классические.

Деполаризация сводится к трансформации

$$\begin{aligned} |0\rangle\langle 0| &\rightarrow (1-p)|0\rangle\langle 0| + p/2 I_2; \\ |1\rangle\langle 1| &\rightarrow (1-p)|1\rangle\langle 1| + p/2 I_2; \\ |1\rangle\langle 0| &\rightarrow (1-p)|1\rangle\langle 0|; \\ |0\rangle\langle 1| &\rightarrow (1-p)|0\rangle\langle 1|, \end{aligned} \tag{8}$$

где I_2 — единичная матрица размера 2×2 . Применяя (8) к любому из кубитов в $|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|_{CB}$, получаем

$$\rho_{CB}^{\text{depol}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1-p/2 & 0 & 0 & 1-p \\ 0 & p/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p/2 & 0 \\ 1-p & 0 & 0 & 1-p/2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

При $p = 1$ имеем матрицу, пропорциональную единичной, что означает полное разрушение всех корреляций (как квантовых, так и классических).

Наконец, диссипация

$$\begin{aligned} |0\rangle\langle 0| &\rightarrow |0\rangle\langle 0|; \\ |1\rangle\langle 1| &\rightarrow (1-p)|1\rangle\langle 1| + p|0\rangle\langle 0|; \\ |1\rangle\langle 0| &\rightarrow \sqrt{1-p}|1\rangle\langle 0|; \\ |0\rangle\langle 1| &\rightarrow \sqrt{1-p}|0\rangle\langle 1| \end{aligned} \quad (10)$$

соответствует релаксации состояния к $|0\rangle\langle 0|$. Она уменьшает энтропию соответствующего кубита до 0, полностью разрушая его корреляции с окружением. Действие диссипации на частицы C и B в исходном состоянии $|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1|_{CB}$ приводит уже к различным вариантам матрицы плотности:

$$\rho_{CB}^{\text{disC}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \sqrt{1-p} \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{1-p} & 0 & 0 & 1-p \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\rho_{CB}^{\text{disB}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \sqrt{1-p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ \sqrt{1-p} & 0 & 0 & 1-p \end{pmatrix}.$$

Итак, все три процесса при $p = 1$ приводят квантовое состояние к классическому, но природа их различна. Дефазирование не затрагивает диагональные элементы (идеальное измерение), деполяризация соответствует зашумлению (притоку энергии в систему), диссипация — высвечиванию возбужденных уровней (оттоку энергии из системы).

Генерация энтропии при различных вариантах декогеренции квантового канала. Подставляя конкретные выражения (7), (9) и (11) вместо ρ_{CB}^{dec} в формуле (5) и вычисляя затем частичный след по A

и C , получаем выражение для матрицы плотности частицы B , из которой, в свою очередь, с помощью (4) получаем энтропию на выходе измерителя Боба (фактически это оказывается классическая энтропия Шеннона). В общем случае она будет определяться углом поворота θ и степенью декогеренции p . Очевидно, что при отсутствии декогеренции она всегда равна нулю при любых углах поворота: $S_B^{\text{out}}(p=0, \theta) = 0$.

Теперь последовательно рассмотрим различные модели декогеренции. Энтропии выходного состояния при различных значениях θ и p для квантового канала (7) представлены на рис. 2, *a*. Видно, что энтропия всегда равна 0 не только для $p = 0$, но и на границах распределения по углу θ : $\theta = 0$ и $\theta = \pi$. При этих углах на вход телепортации поступают состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Данные векторы не изменяются под действием трансформации дефазирования (6). Таким образом, разрушение квантового канала через дефазирование не влияет на передачу классического бита информации, закодированного через состояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$.

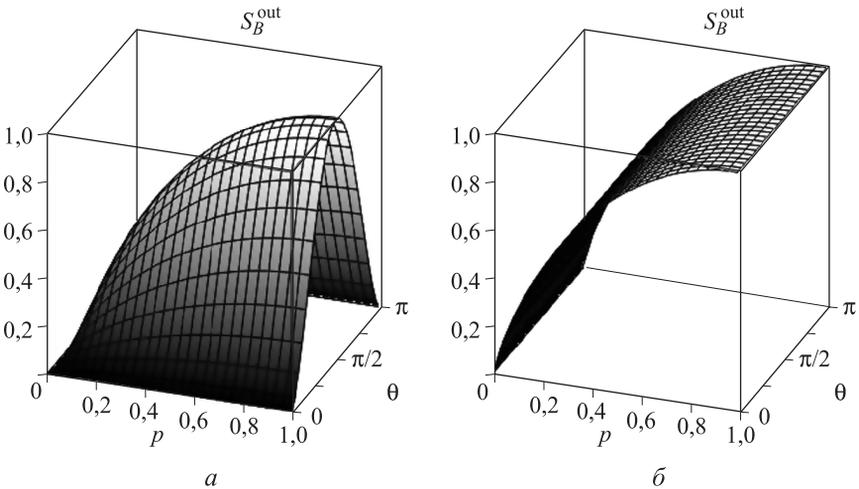


Рис. 2. Зависимость энтропии выходного состояния от параметров p и θ при воздействии на квантовый канал дефазирования (*a*) и деполяризации (*б*)

В случае деполяризации (рис. 2, *б*) энтропия выходного сигнала определяется лишь степенью декогеренции p и не зависит от входного сигнала. Деполяризация разрушает все возможные корреляции так, что невозможно получить выигрыш за счет выбора некоторого оптимального базиса для передачи информации.

Наибольший интерес представляет случай диссипации. Напомним, что в зависимости от ее воздействия на частицы C или B получают различные матрицы плотности (11). Однако непосредственные вычисления

свидетельствуют о полной эквивалентности двух каналов с позиции передачи квантового состояния. Энтропия выходного сигнала для любого из каналов (11) представлена на рис. 3. Наблюдается интересная картина: для любого угла θ энтропия возрастает с ростом p , достигая максимума при $p = 1$, однако при $\theta = \pi/2$ энтропия имеет минимум для $0 < p < 1$. Таким образом, применение повернутого базиса $|+\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle + |1\rangle)$, $|-\rangle = 1/\sqrt{2}(|0\rangle - |1\rangle)$ для кодирования классического бита при использовании каналов (11) может дать ощутимый выигрыш в эффективности передачи информации.

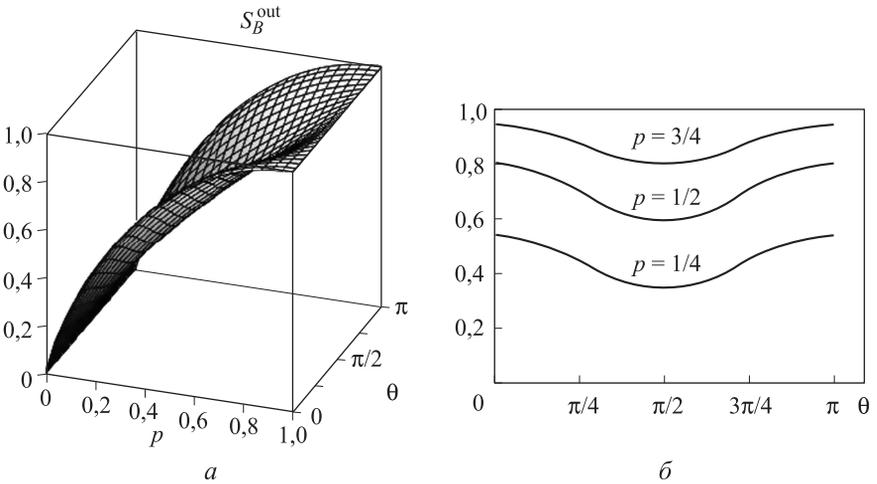


Рис. 3. Зависимость энтропии выходного состояния от параметров p и θ при воздействии на квантовый канал диссипации (а) (для удобства восприятия отдельно представлены несколько сечений $p = \text{const}$ (б))

Использование причинных состояний в качестве квантовых каналов в телепортации. В работе [4] впервые был поставлен вопрос о поведении асимметричных запутанных состояний для передачи квантовых состояний. Простейшим примером подобного состояния является двухкубитное смешанное запутанное состояния ρ_{XY} с неравными энтропиями подсистем: $S_X \neq S_Y$.

В работах [5, 6] проведено подробное исследование информационных свойств различных асимметричных состояний и показано, что имеющуюся асимметрию можно связать с наличием причинной взаимосвязи между подсистемами. Предложенный аппарат анализа информационной взаимосвязи в контексте причинности был назван «квантовым причинным анализом». Приведем описание его основных принципов, а затем рассмотрим свойства протокола квантовой телепортации, построенного на причинных состояниях.

Пусть имеется двусоставное состояние XY с энтропией фон Неймана S_{XY} и энтропиями подсистем S_X и S_Y . Введем функции независимости i , определяющие степень одностороннего влияния подсистем друг на друга:

$$\begin{aligned} i_{X|Y} &= (S_{XY} - S_Y) / S_X; \\ i_{Y|X} &= (S_{XY} - S_X) / S_Y, \end{aligned}$$

а затем введем величину, определяющую общую асимметрию состояния,

$$c_2^{XY} = \frac{(1 - i_{X|Y})(1 - i_{Y|X})}{i_{Y|X} - i_{X|Y}}. \quad (12)$$

По определению [5], X является причиной, а Y следствием, если $c_2^{XY} > 0$. Случаю отсутствия причинности соответствует $|c_2^{XY}| \rightarrow \infty$, таким образом, чем сильнее причинность, тем меньше $|c_2^{XY}|$.

Рассмотрим асимметричное состояние

$$\rho_{CB}^{\text{asym}} = \frac{1}{40} \begin{pmatrix} 21 & 0 & 0 & 3\sqrt{7} \\ 0 & 2 & \sqrt{28} & 0 \\ 0 & \sqrt{28} & 14 & 0 \\ 3\sqrt{7} & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

названное «квантово-классическим» [4], поскольку энтропии его подсистем удовлетворяют неравенству $S_C = 0,983 > S_{CB} = 0,971 > S_B = 0,544$.

Причинная связь направлена от C к B : $c_2^{CB} = 1,264$ [5].

Далее рассмотрим два варианта декогеренции асимметричного состояния (13): диссипацию причины C и следствия B соответственно:

$$\rho_{CB}^{\text{asym, disC}} = \frac{1}{40} \begin{pmatrix} 21 + 14p & 0 & 0 & 3\sqrt{7(1-p)} \\ 0 & 2 + 3p & \sqrt{28(1-p)} & 0 \\ 0 & \sqrt{28(1-p)} & 14(1-p) & 0 \\ 3\sqrt{7(1-p)} & 0 & 0 & 3(1-p) \end{pmatrix}; \quad (14)$$

$$\rho_{CB}^{\text{asym, disB}} = \frac{1}{40} \begin{pmatrix} 21 + 2p & 0 & 0 & 3\sqrt{7(1-p)} \\ 0 & 2(1-p) & \sqrt{28(1-p)} & 0 \\ 0 & \sqrt{28(1-p)} & 14 + 3p & 0 \\ 3\sqrt{7(1-p)} & 0 & 0 & 3(1-p) \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Поведение причинности взаимной информации $I_{CB} = S_C + S_B - S_{CB}$ и причинности c_2^{CB} в зависимости от степени диссипации p для состояний (14) и (15) представлено на рис. 4. При диссипации C (тонкие кривые) наблюдается переверот направления причинной связи (изменение знака c_2^{CB}) и соответствующее ему более быстрое разрушение взаимной информации I_{CB} (целенаправленное исследование влияния декогеренции на причинность и различные виды корреляции представлено в работе [6]).

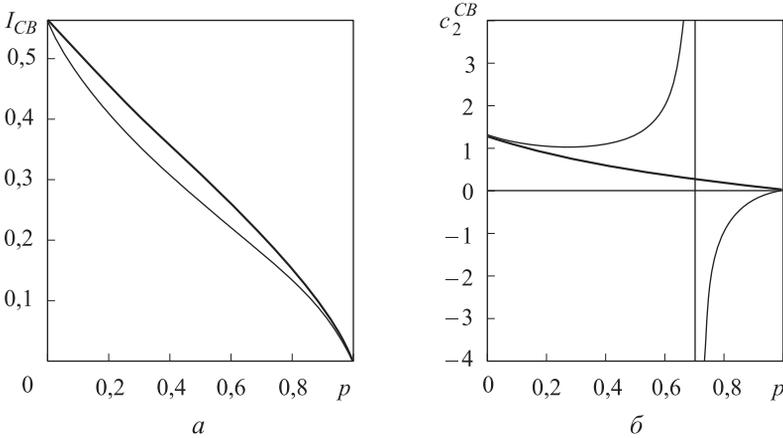


Рис. 4. Зависимость взаимной информации (а) и причинности (б) от степени декогеренции p для состояний (14) (тонкие кривые) и (15) (полужирная кривая)

Теперь рассмотрим состояния (14) и (15) в качестве квантовых каналов в протоколе телепортации. Энтропия выходного сигнала в зависимости от степени декогеренции p и угла поворота θ входного состояния для обоих каналов представлена на рис. 5. Видно, что качество канала с состоянием (14) оказывается лучше по сравнению с состоянием (15), хотя взаимная информация в (14) меньше, чем в (15) (см. рис. 4, а). Относительное улучшение качества в случае диссипации именно причины в исходном состоянии (13) (состояние возрастает (14)) растет с увеличением p . В случае диссипации причины выходная энтропия телепортирующихся состояний, близких к $|0\rangle$ или $|1\rangle$, снижается с ростом степени этой диссипации.

Интерпретация данных эффектов позволит рассмотреть причинные свойства каналов. Диссипация причины (подсистемы с большей энтропией) делает состояние более определенным по сравнению с диссипацией следствия (подсистемы с меньшей энтропией). Именно этот процесс дает выигрыш при передаче сигналов в базисе $|0\rangle, |1\rangle$ (напомним,

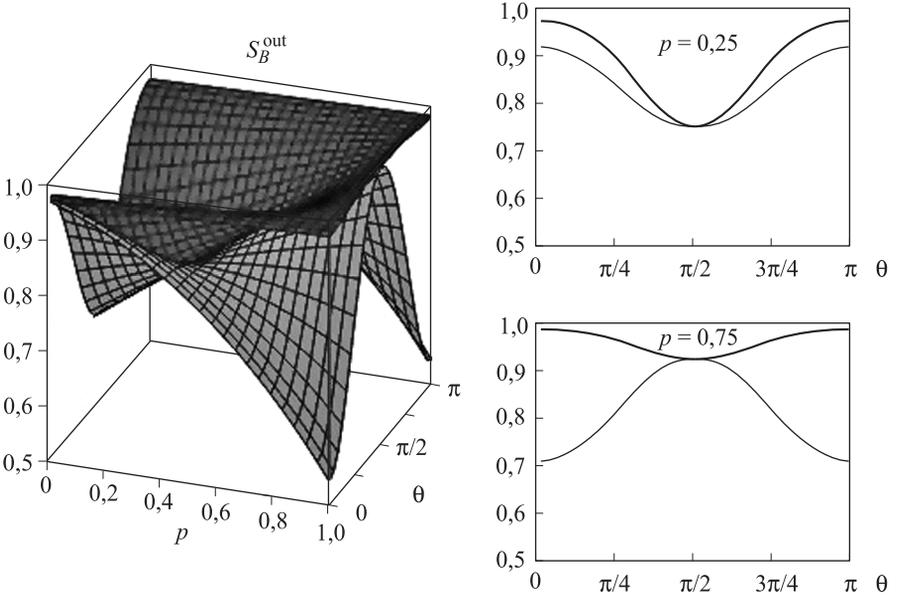


Рис. 5. Зависимость энтропии выходного сигнала от параметров p и θ при использовании асимметричных каналов (14) (светлая поверхность, тонкая кривая) и (15) (темная поверхность, полужирная кривая) (а) и соответствующие сечения (б, в)

что диссипация (10) трансформирует соответствующий кубит к состоянию $|0\rangle$).

Деполяризация причины C и следствия B состояния (13) дает следующие квантовые каналы:

$$\rho_{CB}^{\text{asym, dep}C} = \frac{1}{40} \begin{pmatrix} 21 - 7/2 p & 0 & 0 & 3\sqrt{7}(1-p) \\ 0 & 2 + 1/2 p & \sqrt{28}(1-p) & 0 \\ 0 & \sqrt{28}(1-p) & 14 + 7/2 p & 0 \\ 3\sqrt{7}(1-p) & 0 & 0 & 3 - 1/2 p \end{pmatrix}; \quad (16)$$

$$\rho_{CB}^{\text{asym, dep}B} = \frac{1}{40} \begin{pmatrix} 21 - 19/2 p & 0 & 0 & 3\sqrt{7}(1-p) \\ 0 & 2 + 19/2 p & \sqrt{28}(1-p) & 0 \\ 0 & \sqrt{28}(1-p) & 14 - 11/2 p & 0 \\ 3\sqrt{7}(1-p) & 0 & 0 & 3 + 11/2 p \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Поведение причинности и взаимной информации для этих состояний представлено на рис. 6. Деполяризация как максимизирующий энтропию процесс переворачивает направление причинной связи при воздействии на следствие B . Вновь варианту изменения направления исходной асимметрии соответствует более быстрое разрушение взаимной информации.

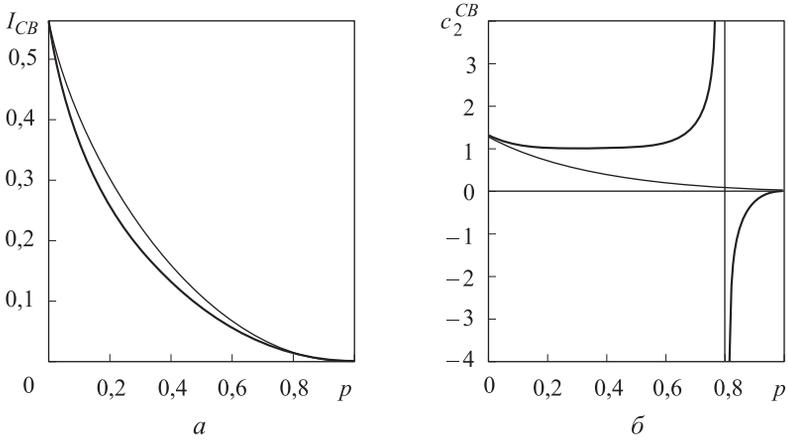


Рис. 6. Зависимость взаимной информации (а) и причинности (б) от степени декогеренции p для состояний (16) (тонкие кривые) и (17) (полужирная кривая)

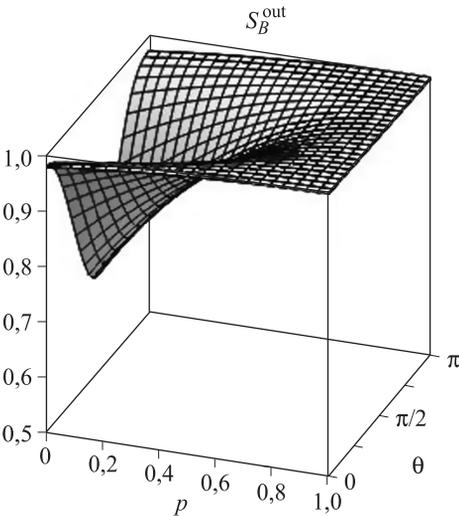


Рис. 7. Зависимость энтропии выходного сигнала от параметров p и θ при использовании асимметричных каналов (16) и (17) (результаты совпадают)

Рассмотрим поведение энтропии выходного сигнала при использовании каналов (16) и (17). Оказывается, что оба канала дают один и тот же результат, представленный на рис. 7. Таким образом, несмотря на то, что система в состояниях (16) и (17) обладает разной, вплоть до противоположной, причинностью своих подсистем и разной взаимной информацией, они проявляют полностью одинаковые свойства при использовании в телепортации для передачи кубита в произвольном чистом состоянии. Подобное поведение можно объяснить равной степенью разрушительности деполяризации по отношению к любому состоянию в данном протоколе.

Заключение. Рассмотрены различные варианты смешанных запутанных состояний в качестве квантовых каналов в протоколе теле-

портации. В качестве меры необратимого изменения состояния после его телепортации использована энтропия фон Неймана.

Для чистого максимально запутанного состояния под воздействием трех видов декогеренции: дефазирования (6), деполяризации (8) и диссипации (10) установлено, что при дефазировании в качестве кодирования классического бита информации оптимально использовать векторы $|0\rangle$ и $|1\rangle$. В этом случае информация передается без каких-либо ошибок. При диссипации одной из частиц максимально запутанного состояния минимальная (но отличная от нуля) энтропия выходного сигнала достигается при передаче векторов, повернутых на угол $\pi/2$ (т. е. лежащих в экваториальной плоскости сферы Блоха). Деполяризация же одинаково влияет на все возможные передаваемые состояния.

Для процесса квантовой телепортации с использованием причинных (асимметричных) состояний получено, что воздействие диссипации на частицу, соответствующую причине в исходном состоянии канала, приводит к меньшей энтропии выходного сигнала по сравнению со случаем, когда диссипация действует на следствие. Также установлено, что в случае диссипации причины выходная энтропия телепортирующихся состояний, близких к $|0\rangle$ или $|1\rangle$, снижается с ростом степени этой диссипации. Данное явление может быть объяснено положительным влиянием диссипации как процесса, снижающего энтропию на более неопределенную частицу (причину). При деполяризации подсистем причинного состояния установлено, что данный вид декогеренции действует одинаково деструктивно в обоих случаях.

Отметим, что в данной работе рассматривалась телепортация кубита, находящегося изначально в чистом состоянии. В контексте полученных результатов становится актуальным вопрос о свойствах телепортации кубита, изначально запутанного с другим кубитом (телепортации запутанности [7]) при использовании асимметричных запутанных состояний в качестве квантового канала.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 12-05-00001 и 12-05-98009), а также Совета по грантам президента РФ (грант СП-961.2013.5).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bennett C. H., Brassard G., Crepeau C. Teleporting an Unknown Quantum State via Dual Classical and Einstein-Podolsky-Rosen Channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, vol. 70, pp. 1895.
- [2] Jang S.S., Cheong Y.W., Kim J. Lee H.-W. Robustness of MultiParty Non-locality to Local Decoherence. *Phys. Rev. A*, 2006, vol. 74, pp. 062112.

- [3] Song W., Chen Z.-B. Invariant Information and Complementary in High-Dimensional States. *Phys. Rev. A*, 2007, vol. 76, pp. 014307.
- [4] Życzkowski K., Horodecki P., Horodecki M., Horodecki R. Dynamics of Quantum Entanglement. *Phys. Rev. A*, 2002, vol. 65, pp. 012101.
- [5] Коротаев С.М., Киктенко Е.О. Причинный анализ квантовых запутанных состояний. *Вестник МГТУ. Естественные науки*, 2010, ч. I, № 3, с. 35–55, ч. II, № 4, с. 29–47.
- [6] Kiktenko E.O., Korotaev S.M. Causal Analysis of Asymmetric Entangled States Under Decoherence. *Phys. Lett. A.*, 2012, vol. 376, pp. 820–823.
- [7] Pan J.-W., Bouwmeester D., Weinfurter H. and Zeilinger A. Experimental Entanglement Swapping: Entangling Photons That Never Interacted. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 80, pp. 3891.

Статья поступила в редакцию 05.06.2013

Ссылку на эту статью просим оформлять следующим образом:

Киктенко Е.О., Коротаев С.М. Необратимые процессы в квантовой телепортации. *Инженерный журнал: наука и инновации*, 2013, вып. 8.
URL: <http://engjournal.ru/catalog/fundamentals/physics/901.html>

Киктенко Евгений Олегович родился в 1988 г., окончил МГТУ им. Н.Э. Баумана по специальности «Техническая физика» в 2012 г. Аспирант кафедры «Физика» по направлению «Теоретическая физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 15 работ в области физики квантовой информации. e-mail: evgeniy.kiktenko@gmail.com

Коротаев Сергей Маратович родился 1950 г., окончил ЛГМИ в 1972 г. Д-р физ.-мат. наук, заведующий лабораторией ЦГЭМИ ИФЗ РАН, профессор кафедры «Физика» МГТУ им. Н.Э. Баумана. Автор около 180 научных работ в области физики необратимых процессов, физических приложений теории информации, электродинамики и геофизики. e-mail: korotaev@igemi.troirsk.ru